

文章编号:1671-6833(2015)03-0059-05

# 基于 ZOA 方法的犁体曲面铣削稳定性预测模型

张开飞<sup>1,2</sup>, 莟刚<sup>3</sup>, 何玉静<sup>2</sup>, 史景钊<sup>2</sup>, 余泳昌<sup>2</sup>

(1. 河南粮食作物协同创新中心,河南 郑州 450002; 2. 河南农业大学 机电工程学院,河南 郑州 450002;  
3. 天津职业技术师范大学 高速切削与精密加工重点实验室,天津 300222)

**摘要:** 在原有的 ZOA 方法的基础上,通过把每个薄层单元近似模拟成变齿距铣刀,从而将变螺旋导致的时变再生颤振转化为多时滞再生颤振,建立了变螺旋铣刀铣削稳定性解析预测模型。通过与前人的相关研究作比较可知,不论是常规铣刀还是变螺旋铣刀,所提出的计算方法与原有的计算方法所获得的预测结果的吻合度近似为 100%。而采用两种方法进行仿真时,采用原有的方法计算过程所用时间超过 92 s,而本文方法计算时间小于 20 s。结果表明:在所给的条件下,所提出的理论模型比原有的方法更节约计算时间,可为实际加工中合理选择加工参数和颤振预测提供参考。

**关键词:** 颤振; 变螺旋铣刀; 铣削稳定性; 模型; 常规铣刀

中图分类号: TG54

文献标志码: A

doi:10.3969/j.issn.1671-6833.2015.03.013

## 0 引言

耕地机犁体曲面的形状对加工土壤的质量有着至关重要的影响,充分利用数控加工中心来铣削加工犁体曲面,可减少土垡运动的侧向速度,避免侧向过分抛扔土垡,减少抛扔的能量消耗,提高耕地机械的工作效率<sup>[1]</sup>。然而大多数铣削加工中,由于铣削力的变化,经常会出现颤振<sup>[2-4]</sup>现象。铣削颤振是发生在铣削加工过程中的一种自激振动现象,该现象可加剧刀具磨损、降低工件表面加工精度、减小加工中心的使用寿命、严重制约加工中心的使用效率<sup>[5-6]</sup>。因此,最好能预测和避免在铣削过程中出现颤振现象<sup>[7-8]</sup>。

国内外关于铣削稳定性预测方法的研究,主要是针对于常规铣刀。而变螺旋铣刀铣削作为一种有效的颤振控制策略,虽然近年来已经受到了广泛关注,但对它的研究仍然比较薄弱。该问题主要归结于铣削系统中,出现了由于刀齿不等距特性引发的多时滞或变化时滞项,从而使问题的复杂性急剧增加。频域零阶近似 ZOA<sup>[9]</sup>(zeroth order approximation)方法,最初是由 Altintas 和 Budak 提出的。该方法采用解析法对颤振稳定性进行求

解,是迄今为止仿真速度最快且应用最广的获取颤振稳定性叶瓣图的方法。随后该方法被用于预测变齿距铣刀稳定性的研究工作中<sup>[10]</sup>,并且研究工作者在该方法的基础上,建立了预测铣削稳定性的三维模型<sup>[11]</sup>。笔者将该方法引入到变螺旋角铣刀铣削稳定性计算中,建立了适合变螺旋角铣刀铣削稳定性的预测模型,且通过理论验证所提出的模型的计算精度和计算效率。

## 1 铣削稳定性预测模型

为了方便分析,我们定义两个参数来表征变螺旋铣刀的几何特性,即刀齿  $j-1$  与刀齿  $j$  之间位于刀具尖部的齿距  $\psi_j$  和第  $j$  齿的螺旋角  $\beta_j$ 。图 1 所示为变螺旋铣刀展开图。

由于变螺旋铣刀相邻两齿之间的齿距,是随着轴向铣削高度的增加而不断变化,为了考虑变螺旋铣刀的这一特性,我们引入轴向切片技术<sup>[8]</sup>。该技术将轴向铣削深度  $a_p$  分为  $M$  份,则每份单元的高度  $\delta b = a_p/M$ 。因此铣刀在一个完整的旋转周期中,第  $l$  层单元所受到的动态铣削力<sup>[12]</sup>可表示为

收稿日期:2015-01-17; 修订日期:2015-03-28

基金项目:农业部公益性行业科研专项计划(201303011-4);河南省玉米产业技术体系建设专项项目(S2010-02-

G07);河南农业大学科技创新基金资助项目(KJCX2015A07);河南省高等学校重点科研项目(15A210038)

作者简介:张开飞(1978-),男,河南安阳人,河南农业大学讲师,博士,主要从事农业装备加工制造方面的研究。

通讯作者:余泳昌(1955-),男,河南开封人,河南农业大学教授,博士生导师,E-mail:hnnyych@163.com。

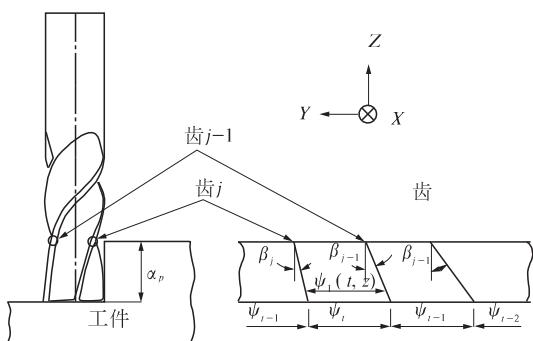


图 1 变螺旋铣刀展开图

Fig. 1 A discrete diagram of the variable helix tool

$$\{F_l(t)\} = \frac{1}{2}\delta b K_t [A_0] \sum_{j=1}^{N-1} \{\Delta_{l,j}(t)\}. \quad (1)$$

式中:  $\{F_l(t)\}$  为第  $l$  层单元所受到的动态铣削力;  $K_t$  为切向铣削力系数;  $[A_0]$  为傅里叶系数表达式的平均值;  $N$  为铣刀齿数;  $\{\Delta_{l,j}(t)\}$  为再生位移项;  $t$  为时间变量.

所有单元层上铣削力相加得到如下表达式:

$$\{F(t)\} = \frac{1}{2}\delta b K_t [A_0] \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^{N-1} \{\Delta_{l,j}(t)\}. \quad (2)$$

式中:  $\{F(t)\}$  为所有单元层的动态铣削力之和.

在颤振频率  $\omega$  处, 第  $l$  层单元, 第  $j$  齿的再生位移可表示为

$$\{\Delta_{l,j}(i\omega t)\} = (1 - e^{-i\omega T_{l,j}}) [\Phi(i\omega)] \{F(t)\} e^{i\omega t}. \quad (3)$$

式中:  $\Phi(i\omega)$  为刀具和工件的传递函数.

将式(3)代入式(2), 最终的动态铣削表达式为

$$\{F(t)\} e^{i\omega t} = \frac{1}{2} \frac{a_p}{M} K_t \sum_{l=1}^M \sum_{j=0}^{N-1} (1 - e^{-i\omega T_{l,j}}) \cdot \\ A_0 \Phi(i\omega) \{F(t)\} e^{i\omega t}. \quad (4)$$

式中:  $T_{l,j}$  为与齿距角相对应的刀齿周期.

如果式(4)的行列式为零, 则该系统有唯一的非平凡解<sup>[8]</sup>, 即

$$\det[\mathbf{I} + \Lambda \Phi_0(i\omega)] = 0. \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{I}$  为单位矩阵;  $\Lambda$  为特征项;  $\Phi_0(i\omega)$  为方向因子与传递函数的结合. 特征项  $\Lambda$  的表达式为

$$\Lambda = -\frac{1}{4\pi} a_p K_t (N - \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \sum_{j=0}^{N-1} e^{-i\omega T_{l,j}}). \quad (6)$$

对于式(5), 对于一定的径向切深和系统,  $\Phi_0(i\omega)$  可知, 则此时核心的问题是从式(6)中求解轴向铣削深度  $a_p$ . 由式(6)可获得适用于变螺旋铣刀铣削稳定性求解的表达式:

$$a_p (N - \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \sum_{j=0}^{N-1} e^{-\frac{i\omega}{D}(\psi_j + a_p \gamma_{l,j})}) + \frac{4\pi}{K_t} \Lambda = 0. \quad (7)$$

式中:  $\Omega$  为主轴转速;  $\gamma_{l,j}$  为螺旋角的函数.

## 2 模型验证

为了考察所提出算法的有效性, 笔者将以原有的时间平均半离散方法<sup>[12]</sup>为依据, 开展验证工作. 该方法已经通过时域模拟和实验进行了验证<sup>[13]</sup>. 由于以上两种方法都是以铣削力方向系数平均近似为基础, 无法预测系统倍周期分叉特性<sup>[14]</sup>, 因此, 方法的有效性只在大径向切深情况下进行讨论. 在仿真过程中, 系统与刀具参数除了齿距  $\psi$  和螺旋角  $\beta$ , 其他参数参见表 1. 图 2 和图 3 分别为在径向切深率 50% 和 25% 下, 计算所得颤振稳定性叶瓣图.

表 1 刀具和铣削过程参数

Tab. 1 Tool and process parameters

参数	数值
刀具直径 $D/\text{mm}$	19.05
齿数 $N$	4
常齿距 $P_1/(^\circ)$	[90, 90, 90, 90]
变齿距 $P_2/(^\circ)$	[70, 110, 70, 110]
径向切深 $a_e/\text{mm}$	9.525
铣削类型	Down milling
切向铣削力系数 $k_t/\text{MPa}$	679
径向铣削力系数 $k_r/\text{MPa}$	249.2

从图 2 可以看出, 在半齿铣削情况下, 两种算法在不同刀齿与螺旋角参数组合时, 计算所得稳定性叶瓣图. 由图可知, 对于常规铣刀和变螺旋铣刀, 两种计算方法的预测结果, 都具有良好的吻合性. 为了进一步验证所提出模型的正确性, 图 3 给出了在径向切深率为 25% 时, 仿真得到的稳定性叶瓣图(其他铣削条件与上述计算完全相同). 由图 3 可知, 两种方法仍然具有相同的预测能力.

由于时间平均半离散法在变螺旋铣刀稳定性预测方面具有较高的效率, 因此我们将图 2 和图 3 中稳定性叶瓣图所对应的计算时间列在表 2 中. 在对所提出的算法进行仿真时, 其参数选择为:  $k_{l,j} = 10$ , 颤振频率的离散份数为 300. 对于时间平均半离散法, 参数选择为: 周期离散数  $k = 160$ , 主轴转速与轴向切深组成的平面栅格点数为  $100 \times 80$ .

如表 2 所示, 对于以上的 8 种算例, 时间平均半离散法需要花费至少 92 s, 而对于笔者所提出的频域方法, 该计算时间小于 20 s. (计算程序通过数值计算软件 Matlab 进行编制, 并导入个人电脑进行运算, 计算机配置: Intel (R) Core (TM) i5-2300; 2.8GHz; 3GB) 虽然时间平均半离散法,

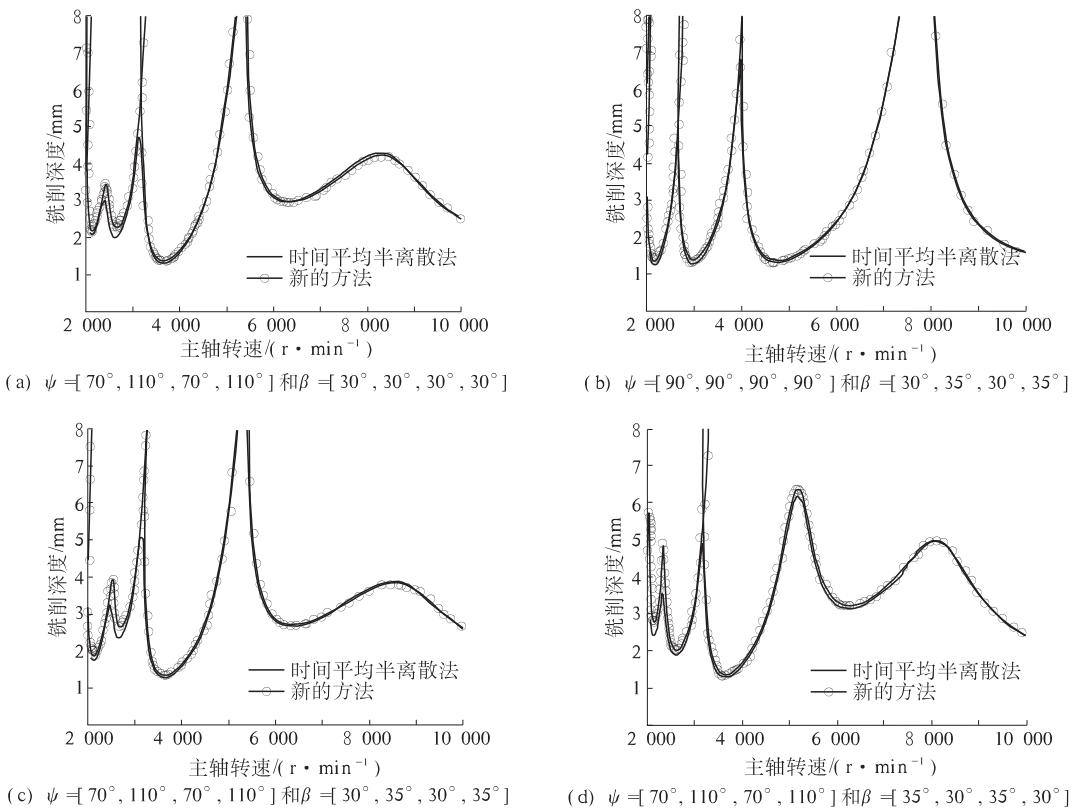


图2 径向切深率 50% 下计算所得颤振稳定性叶瓣图

Fig. 2 The stability charts for 50% radial immersion down-milling for different combinations of variable helix angle

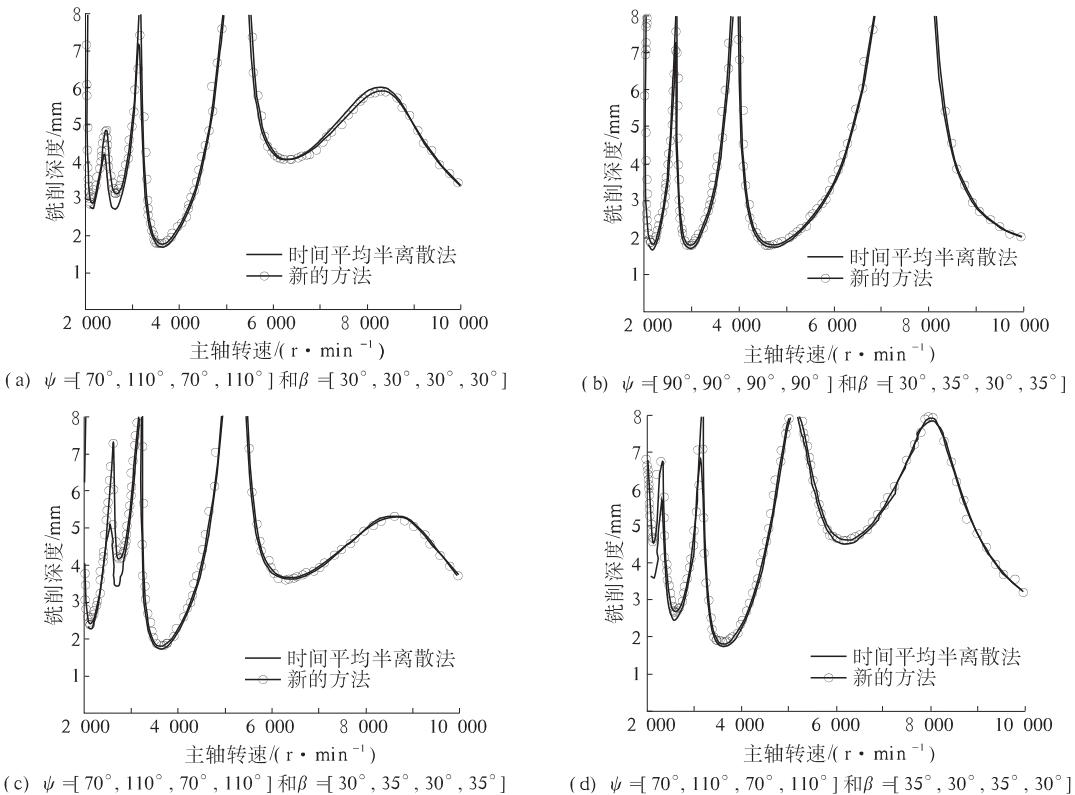


图3 径向切深率 25% 下计算所得颤振稳定性叶瓣图

Fig. 3 The stability charts for 25% radial immersion down-milling for different combinations of variable helix angle

可以通过合理减小平面栅格点数或周期离散份数,获得一定程度上计算效率的提高,但本文算法仍然具有较高的计算效率。同时,与半离散相比,频域稳定性分析方法同样可以考虑更为复杂的结构模型,而不会严重影响计算效率。

**表 2 图 2 和 3 中两种计算方法获得稳定性叶瓣图时间**

**Tab. 2 The computational times for two methods corresponding to the charts in Figure 2 and Figure 3**

图号	本文算法	时间平均半离散法 s
图 2(a)	12.087 0	111.756
图 2(b)	18.327 3	92.418
图 2(c)	19.341 8	112.956
图 2(d)	19.291 6	113.004
图 3(a)	12.212 4	115.214
图 3(b)	18.492 3	94.512
图 3(c)	19.743 1	115.548
图 3(d)	19.384 9	115.837

### 3 结论

(1) 基于 ZOA 方法,在频域上提出了变螺旋铣刀铣削稳定性解析预测模型。该模型考虑了时变铣削力方向系数的一阶近似平均,在将轴向铣削深度分割成薄层单元后,通过将每个薄层单元近似模拟成变齿距铣刀,从而将变螺旋导致的时变再生颤振转化为多时滞再生颤振。

(2) 通过与前人相关研究作对比,验证了所提出方法的准确性,且该方法具有较高的计算效率,可为实际加工中合理选择加工参数和颤振预测提供参考。

### 参考文献:

- [1] 蒋建强. 基于耕地机犁体自由曲面的数控铣削加工[J]. 农机化研究, 2008 (10): 160–161, 191.
- [2] YI S, NELSON P, ULSOY A. Delay differential equations via the matrix lambert W function and bifurcation analysis: Application to machine tool chatter [J]. Mathematical Biosciences and Engineering, 2007, 4 (2): 355–368.
- [3] 李广旭, 刘强. 刀具几何参数对铣削加工稳定性影响的实验与仿真[J]. 农业机械学报, 2008, 39

- (10): 194–197, 177.
- [4] 雷少敏, 唐华平, 朱维南. 3ZX 平面铣床横梁有限元分析及优化研究[J]. 郑州大学学报: 工学版, 2011, 32(3): 60–63.
- [5] 石文天, 刘玉德, 王西彬, 等. 微细铣削表面粗糙度预测与试验[J]. 农业机械学报, 2010, 41(1): 211–215.
- [6] 王明海, 李世永, 郑耀辉. 超声铣削钛合金材料表面粗糙度研究[J]. 农业机械学报, 2014, 45(6): 341–346, 340.
- [7] LIU Yi-long, ZHANG Ding-hua, WU Bai-hong. An efficient full-discretization method for prediction of milling stability[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2012, 63: 44–48.
- [8] TURNER S, MERDOL D, ALTINTAS Y, et al. Modelling of the stability of variable helix end mills[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2007, 47(9): 1410–1416.
- [9] ALTINTAS Y. Cutting force and dimensional surface error generation in peripheral milling with variable pitch helical end mills[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1996, 36(5): 567–584.
- [10] ALTINTAS Y, ENGIN S, BUDAK E. Analytical stability prediction and design of variable pitch cutters [J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 1999, 121(2): 173–178.
- [11] ALTINTAS Y. Analytical prediction of three dimensional chatter stability in milling[J]. JSME International Journal Series C, 2001, 44(3): 717–723.
- [12] SIMS N D, MANN B, HUYANAN S. Analytical prediction of chatter stability for variable pitch and variable helix milling tools[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 317(3–5): 664–686.
- [13] YUSOFF A R, SIMS N D. Optimisation of variable helix tool geometry for regenerative chatter mitigation [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2011, 51(2): 133–141.
- [14] INSPERGER T, STEPA N G. Updated semi-discretization method for periodic delay-differential equations with discrete delay[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004, 61(1): 117–141.

## A Model for Efficiently Predicting Stability of Milling for Curved Surface of Plow Based on ZOA Method

ZHANG Kai-fei<sup>1,2</sup>, JIN Gang<sup>3</sup>, HE Yu-jing<sup>2</sup>, SHI Jing-zhao<sup>2</sup>, YU Yong-chang<sup>2</sup>

(1. Collaborative Innovation Center of Henan Grain Crops, Zhengzhou 450002, China; 2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Henan Agricultural University, Zhengzhou 450002, China; 3. Tianjin Key Laboratory of High Speed Cutting and Precision Machining, Tianjin University of Technology and Education, Tianjin 300222, China)

**Abstract:** A way of tool axial dispersion was presented, and then each discrete unit of the variable helix cutter was approximately simulated to be variable pitch cutter. Thus variable delay differential equations were transferred to multi-delay differential equation. And the stability prediction model of variable helix milling was built based on the original ZOA method. Through comparisons with prior works, the prediction results are in good agreement about 100% whether normal or variable helix cutter. Two methods were used to simulate. The calculation time of the original method is more than 92 s, but for the proposed method is below 20 s. The results show the proposed method can save computational time comparing with the original method. And the results could provide reference for the selection of reasonable processing parameters and chatter prediction in actual processing.

**Key words:** chatter; variable helix cutter; cutting stability; model; normal cutter

---

(上接第 38 页)

## Research on Thermal Characteristics of Six-ring Redundant Axial Magnetic Bearing

WANG Xiao-guang, XIE Jun, ZHANG Xiao, LIU Qian, FU Jing

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

**Abstract:** In this paper, the temperature field of six-ring redundant axial magnetic bearing is simulated and calculated by ANSYS Workbench and the reasons that result in the temperature rise of six-ring redundant axial magnetic bearing are discussed. What's more, the influence of some parameters such as the magnetic circuit area, the side wall of magnetic circular, rotating speed on six-ring redundant axial magnetic bearing are analyzed and the structure design and calculation methods of temperature rise are put forward in this paper. The results show that, the structure of six-ring redundant axial magnetic bearing has great influence on the temperature rise of rotor. When the magnetic circuit is designed, the magnetization of rotor should be avoided. The reconstruction of failure has small influence on the temperature rise of rotor, which can be ignored. Compared with the two-ring redundant axial magnetic bearing, the six-ring redundant axial magnetic bearing has higher reliability, mechanical property and preferable thermal characteristics.

**Key words:** axial magnetic bearing; redundant; temperature field