

文章编号:1671-6833(2015)02-0047-05

# 折线先张法预应力混凝土梁长期挠度实用计算公式

王俊<sup>1,2</sup>,孔亚美<sup>1</sup>,刘立新<sup>2</sup>

(1.许昌学院 土木工程学院,河南 许昌 461000; 2.郑州大学 土木工程学院,河南 郑州 450001)

**摘要:**精确的长期挠度计算方法是折线先张梁推广应用的重要条件之一。通过对放置于不同工作环境中的三根折线先张梁长期加载,研究了跨中挠度及跨中截面徐变应变,结合前期建立的梁挠曲徐变系数与其徐变挠度系数两系数间的数学模型,进一步分析了折线先张梁的长期挠度系数、挠曲徐变应变系数及徐变挠度系数三系数间的数值关系。结果表明:折线先张梁长期挠度系数约为其徐变挠度系数的1.1倍,建立了考虑混凝土的收缩、徐变及梁的预应力度值、预应力产生的轴力值、预应力产生的弯矩值、构件换算截面面积及构件截面抗弯模量等多因素共同影响的折线先张梁长期挠度实用计算公式。

**关键词:**折线先张预应力混凝土梁;长期挠度;徐变系数;徐变挠度系数;计算公式

中图分类号:U448.21<sup>7</sup>; TU378.1 文献标志码:A doi:10.3969/j.issn.1671-6833.2015.02.011

## 0 引言

徐变是造成混凝土桥梁结构长期性能降低的重要原因之一<sup>[1-2]</sup>。如桥梁长期挠度过大引起混凝土开裂将会导致梁体刚度退化,进而会引发了钢束预应力损失与混凝土徐变的耦合效应;对新建设计时速为300~350 km客运专线的预应力混凝土桥梁,若桥梁后期徐变变形超出无砟轨道扣件的调节范围,将危害桥上线路平顺程度,严重时可能导致轨道扣件破坏失效,对列车安全运营造成巨大隐患<sup>[3-4]</sup>。因此,精确预控混凝土徐变效应是降低其对桥梁结构长期性能影响的有效举措。

折线形配束的先张法预应力混凝土梁,通过改变预应力束的线形,使其兼有曲线形后张梁和直线形先张梁的优点,且有效避免了曲线后张梁施工质量缺陷,如预留孔道灌浆不密实等,在中低跨度的公路及铁路桥梁有着广阔的应用前景。在公路桥中,50 m跨的折线配束预应力混凝土梁桥在山东黄河大桥中已成功应用;35 m跨折线梁在河南桐柏淮河公路桥中已成功应用;24 m跨T型铁路桥已在青藏铁路中应用。因此,研究折线配束预应力先张梁的长期挠度计算公式,对加强折线先张梁的推广应用具有重要意义<sup>[5-7]</sup>。

## 1 计算混凝土梁长期挠度的常用方法

在长期荷载作用下的混凝土梁,其挠度将随荷载持时增长而增大,而混凝土收缩及徐变效应引起的刚度变化是造成其长期挠度增量的主因。钢筋混凝土梁长期挠度的计算方法通常有修正刚度法与修正长期挠度系数法两类。

### 1.1 刚度修正法

混凝土梁在长期荷载作用下,其抗弯及抗剪切刚度均随着荷载持时增长而降低。修正刚度法一般考虑折减梁的短期弯曲刚度后,按结构力学的方法计算其长期挠度。在具体工程应用中,对于安全性要求比较高的结构构件,当材料性能、荷载状况等其他条件均已知晓的情况下,验算挠度时可采用刚度修正法。依据梁刚度降低的原因,修正刚度法分为由长期荷载作用下效应使其抗弯刚度降低<sup>[8-9]</sup>和混凝土基本力学性能的时间依存性而引起的抗弯刚度改变<sup>[10]</sup>。

由于长期荷载影响系数值不够准确统一,故采用长期荷载弯矩效应而引起的弯曲刚度降低计算长期挠度方法甚为复杂。采用混凝土弹性模量依据龄期调整的方法计算长期挠度较为可行,但弹性模量不是影响刚度的唯一因素,且高性能混

收稿日期:2014-11-25;修订日期:2015-01-03

基金项目:中国博士后科学基金资助项目(2014M562000);河南省高等学校青年骨干教师资助项目(2014GGJS-116);河南省高校重点科研项目(15A560009)

作者简介:王俊(1975-),男,河南光山人,许昌学院副教授,博士,郑州大学博士后,从事混凝土结构基本理论研究,  
E-mail:wangjun7512@sina.com.

混凝土及新型骨料配置的混凝土在工程中已有一定应用,其弹性模量时随方程并未有大家认可的计算模式.

## 1.2 长期挠度修正系数法

挠度修正系数法是在构件加载瞬时挠度基础上,乘以一个大于1的修正系数来计算其长期挠度,其式为

$$f_l = (1 + \eta) f_e + f_p, \quad (1)$$

式中: $f_e$ 为构件加载后的瞬时挠度; $f_p$ 为运营期间的活载产生的瞬时挠度; $f_l$ 为构件的长期总挠度; $1 + \eta$ 为挠度修正系数.诸多研究表明, $1 + \eta$ 取值 $1.3 \sim 2.0$ ,但对于公路混凝土桥梁长挠度计算时,取 $1 + \eta = 2$ 是合理的<sup>[10]</sup>.

修正长期挠度系数法总挠度 $f_l$ 表示为

$$f_l = (1 + k_r) f_e, \quad (2)$$

式中: $k_r$ 为综合考虑混凝土收缩和徐变共同影响的系数.在验算预应力受弯构件施工阶段的挠度时,我国JTG D62—2004中的 $k_r$ 为混凝土徐变系数<sup>[8]</sup>.

## 1.3 预应力混凝土梁长期挠度计算模式中存在的问题

在具体工程中,诸多文献在计算混凝土梁长期挠度时没有将梁的徐变系数、长期挠度系数与其徐变挠度系数等特征参数区分开来<sup>[11~12]</sup>,且存在如下问题.

(1)影响因素考虑不足,计算公式过于粗略.当前大多工程中应用的长期挠度计算模式中,多为只考虑了荷载持续时间或加载龄期,或在短期瞬时挠度的基础上乘以一个荷载长期作用效应的影响系数.而对构件加载时混凝土龄期、服役环境条件以及构件体表比等影响混凝土徐变的因素考虑过少.而对晚龄期加载预应力混凝土先张梁,其长期挠度中以徐变挠度为主,因此其长期挠度计算时误差较大.

(2)长期挠度计算模式时未有区分钢筋混凝土梁与预应力梁.混凝土梁的预应力度<sup>[13]</sup>或上下边缘的应力差值<sup>[14]</sup>对其徐变系数与徐变挠度系数间的数值关系有较大影响.而现有模式计算预应力混凝土梁长期挠度时,多是在已获取混凝土徐变系数的情况下计算梁的长期挠度,如不考虑预应力因素,不将普通钢筋混凝土梁与预应力梁区分开来,将不能准确计算预应力梁的长期挠度.

## 2 折线配束预应力混凝土先张梁的长期变形系数间数值关系

### 2.1 试验概况

3根折线先张梁XPB1、XPB2、XPB3,跨距均为7.5 m,钢束线形如图1所示.梁处于简支状态采用三分点长期加载603天,其中,XPB1、XPB3放置于室内近似标准环境,XPB2放置在室外自然环境,环境温湿度时程曲线如图2所示;加载后预应力度3根梁的预应力度值分别为1.12、0.91、1.04.加载及量测方案如图3所示,跨中挠曲应变采用手持千分尺量测后换算,千分尺量程为250~275 mm,计算后应变误差为 $20 \times 10^{-6}$ ,跨中挠度采用防锈蚀千分表量测.

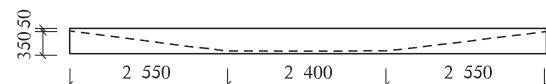
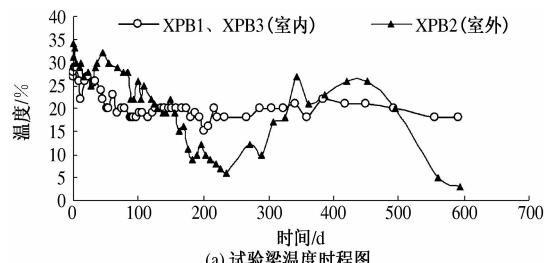
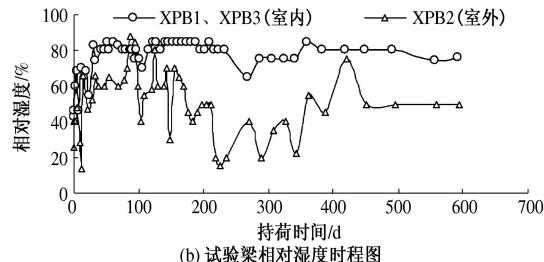


图1 实验梁的钢束线形

Fig. 1 Strand shapes of test beams with pretensioned bent-up tendons



(a) 试验梁温度时程图



(b) 试验梁相对湿度时程图

图2 试验梁加载环境温度、相对湿度时程曲线

Fig. 2 Time-history curves of environmental conditions of test beams

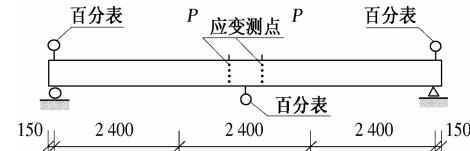


图3 加载及量测方案

Fig. 3 Loading and measurement scheme

## 2.2 折线配束预应力先张梁长期挠度系数与其徐变挠度系数间数值关系

### 2.2.1 基本概念

混凝土梁在混凝土龄期  $t_0$  时加载,持续作用时间( $t - t_0$ )后,徐变系数  $\varphi_c(t, t_0)$  即为梁截面边缘的弯曲应变徐变值  $\varepsilon_{cr}$  与加载瞬时弹性应变  $\varepsilon_1$  的比值,亦称为徐变应变系数;徐变挠度系数  $\varphi_f(t, t_0)$  即为计算截面的徐变挠度增量值  $f_c$  与加载瞬时弹性挠度  $f_1$  的比值;长期挠度系数  $\varphi_l(t, t_0)$  即为梁在荷载长期作用下的挠度增量  $f_l$  与加载瞬时弹性挠度  $f_1$  的比值<sup>[7,15]</sup>。

### 2.2.2 徐变系数、长期挠度系数与徐变挠度系数间的数值关系

(1) 徐变系数方程<sup>[16]</sup>。试验梁 XPB1、XPB2、XPB3 徐变系数试验值与其拟合方程的计算值,如图 4 所示。

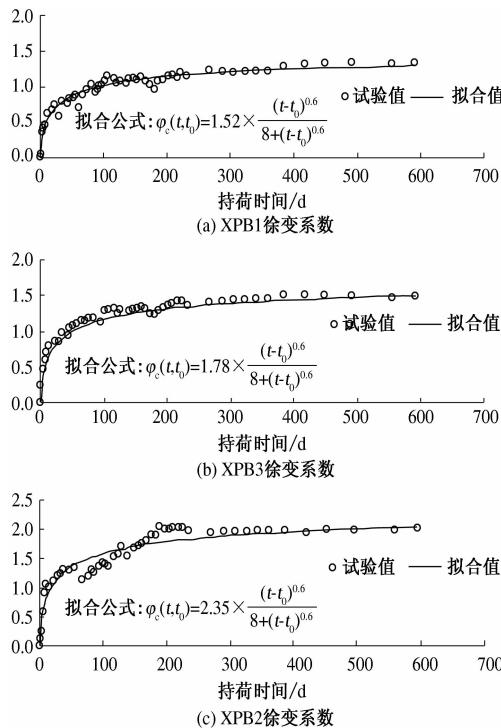


图 4 徐变系数的试验值与拟合方程计算值

Fig. 4 Creep coefficient values of experiment and fitted equation of test beams

从图 4 中看出,拟合徐变系数值与加载持时的关系,双曲线幂函数方程的计算值与试验值吻合较好,说明该函数形式较客观的反映了折线先张梁的徐变系数时程规律。采用 Datafit 软件进一步分析,拟合方程的特征参数指标如表 1 所示。从表 1 中看出,该拟合公式标准差较小,相关系数较高,表明拟合方程具有较高的精度。

表 1 折线梁挠曲徐变系数拟合方程的特征参数

Tab. 1 Fitted equation characteristic parameters of creep coefficient

梁编号	拟合公式	相关系数	标准差
XPB1	$1.52k_i$	0.962	0.061
XPB2	$2.35k_i$	0.923	0.141
XPB3	$1.78k_i$	0.981	0.044

$$\text{注: } k_i = \frac{(t-t_0)^{0.6}}{8+(t-t_0)^{0.6}}$$

(2) 长期挠度系数方程<sup>[7]</sup>。结合 600 d 试验测定值,对 3 片折线先张梁长期挠度系数试验值与持时关系采用 Datafit 软件多次拟合,表明采用双曲线幂函数形式可较为客观的反映长期挠度系数值与其荷载持时(单位:d)的数值关系,如图 5 所示。从图中看出,拟合方程可较为客观地反映试验梁长期挠度系数时程规律。Datafit 软件分析的试验梁拟合方程的特征参数如表 2 所示。从表 2 中看出,拟合公式标准差较小,相关系数较高,表明拟合方程具有较高的精度。

(3) 徐变挠度系数与其徐变系数间的数值关系<sup>[13,15]</sup>。通过对试验梁跨中截面不同高度处徐变应变长期观测,建立了部分预应力梁和全预应力梁的徐变应变几何模型,并进一步结合有限元分析,推证了预应力梁徐变系数  $\varphi_c(t, t_0)$  与其徐变挠度系数  $\varphi_f(t, t_0)$  间的数值关系表达式,

$$\varphi_f(t, t_0) = k \cdot \varphi_c(t, t_0). \quad (3)$$

其中

$$k = \frac{\frac{N_p}{A_0} \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) + \frac{M_p}{W} \left(\frac{1}{\lambda} - 1\right)}{\frac{N_p}{A_0} \cdot \frac{1}{\lambda} + \frac{2M_p}{W} \left(\frac{1}{\lambda} - 1\right)}. \quad (4)$$

两系数比值  $k$  受梁的预应力度值  $\lambda$ 、控制截面预压力值  $N_p$ 、构件换算截面面积值  $A_0$ 、预应力在控制截面产生的弯矩值  $M_p$  及构件抗弯截面模量  $W$  等多种因素的综合性影响。对全预应力混凝土梁,计算结果  $k > 1$ ,表明该类梁的徐变挠度系数值大于其徐变应变系数;对部分预应力混凝土梁,计算结果  $k < 1$ ,表明该类梁的徐变挠度系数小于徐变系数,即徐变挠度小于初始弹性挠度与其徐变系数的乘积。

(4) 长期挠度与其徐变挠度间的数值关系。梁的长期挠度与徐变挠度并不等同。由上述可知,试验梁挠曲徐变应变系数拟合值、及长期挠度系数拟合值均与试验实测值较为吻合,较客观地

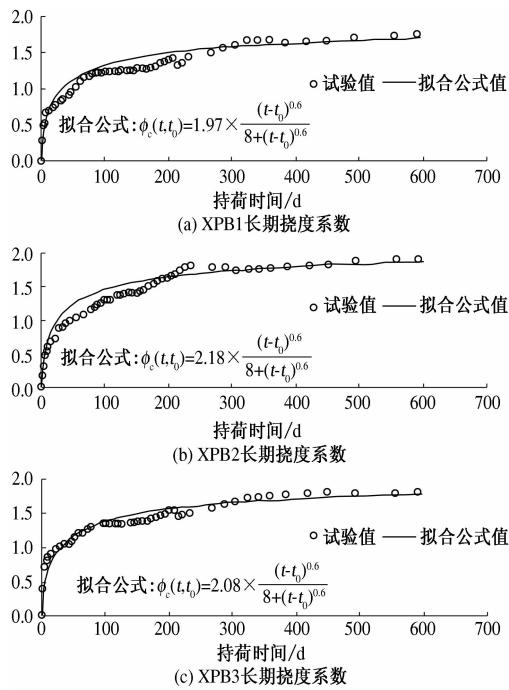


图5 实验梁长期挠度系数实测值与拟合值对照图  
Fig. 5 Contrast diagram of fitting values and test value of long-term deflection coefficient

表2 试验梁长期挠度系数拟合方程参数特征  
Tab. 2 Fitting equation characteristic parameters of long-term deflection coefficient

梁编号	拟合公式	相关系数 $R^2$	标准差 $\sigma$
XPB1	$1.97 k_t$	0.907	0.104
XPB2	$2.18 k_t$	0.903	0.113
XPB3	$2.08 k_t$	0.944	0.087

反映梁长期变形的时程规律。对3片梁的长期挠度系数实测值与其拟合值、徐变系数试验值与其拟合值及以式(3)计算的徐变挠度系数值的进行了对比,如图6所示。从图6中看出,3片梁XPB1、XPB2、XPB3的长期挠度系数均大于徐变挠度系数,即表明长期挠度均大于徐变挠度,这在理论上是正确的,因为长期挠度主要是由收缩和徐变变形共同引起的。对在公、铁路桥梁中均可应用的折线配束预应力先张梁,其二次加载龄期较晚,此时混凝土收缩已完成大部分,混凝土收缩引起的梁挠度改变较小,故可以通过长期挠度与其徐变挠度的差值确定由收缩引起的挠度值。对比试验梁长期挠度系数与徐变挠度系数如表3所示。

从表3中看出,试验梁XPB1、XPB2、XPB3的长期挠度系数与徐变挠度系数相同时刻的比值分别为1.05、1.06、1.08,故对折线先张梁,收缩挠度值可取为徐变挠度值的10%。即综合考虑混凝土收缩引起的挠度改变对其长期挠度值的贡献,

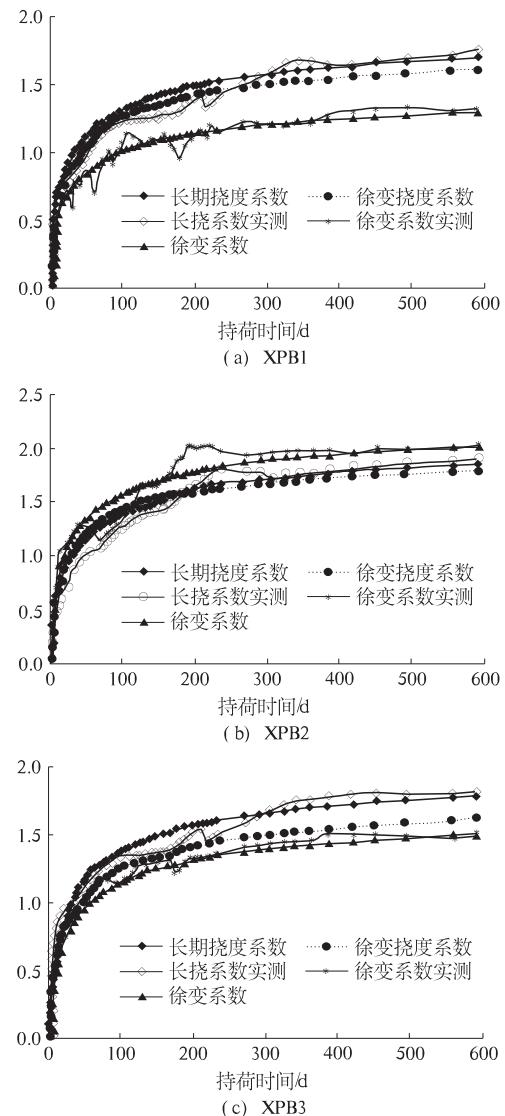


图6 试验梁的长期变形系数对比值时程曲线  
Fig. 6 Time-history curves of several relevant deformation coefficient of test beams

表3 试验梁  $\varphi_l(t, t_0)$  与  $\varphi_f(t, t_0)$  数值关系  
Tab. 3 Numerical relationship between  $\varphi_l(t, t_0)$  and  $\varphi_f(t, t_0)$  of test beams

梁编号	XPB1	XPB2	XPB3
① $\varphi_l(t, t_0)$	$1.97 k_t$	$2.18 k_t$	$2.08 k_t$
② $\varphi_f(t, t_0)$	$1.24 \times 1.52 k_t$	$0.88 \times 2.35 k_t$	$1.08 \times 1.78 k_t$
①/②	1.05	1.06	1.08

可取长期挠度系数值为其徐变挠度系数值的1.1倍,如式(5)所示

$$\varphi_l(t, t_0) \approx 1.1 \varphi_f(t, t_0). \quad (5)$$

### 3 折线配束预应力混凝土先张梁的长期挠度计算模式

在实际工程中,可根据梁长期挠度系数的定义,并结合式(3)、式(5),折线先张梁的长期挠度系数可按式(6)计算,

$$\varphi_1(t, t_0) \approx 1.1 \cdot k \cdot \varphi_e(t, t_0), \quad (6)$$

式中:系数 1.1 是考虑混凝土收缩引起的挠度增量;系数  $k$  是综合考虑梁的预应力水平、荷载因素、截面特征等多个因素共同影响的系数,其值可参考式(4)获得;  $\varphi_e(t, t_0)$  混凝土梁的挠曲徐变系数,对折线先张梁,可按式(7)取值<sup>[7,16]</sup>.

$$\varphi_e(t, t_0) = \frac{2.53}{\lambda} k_d k_v k_{RH} k_e \frac{(t - t_0)^{0.6}}{8 + (t - t_0)^{0.6}}. \quad (7)$$

折线先张梁的长期挠度可按式(8)计算

$$f_1 = 1.1 \times \frac{\frac{N_p}{A_0} \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) + \frac{M_p}{W} \left(\frac{1}{\lambda} - 1\right)}{\frac{N_p}{A_0} \cdot \frac{2}{\lambda} + \frac{2M_p}{W} \left(\frac{1}{\lambda} - 1\right)} \times \varphi_e(t, t_0) f_1. \quad (8)$$

表 4 不同计算模式下试验梁持荷 600 d 时  
长期挠度增量值

Tab. 4 Long-term deflection value after loaded 600 days  
in different calculational model

	梁编号		
	XPB1	XPB2	XPB3
①试验实测值	3.93	6.77	3.25
②JTGD62-2004 计算值	3.20	5.07	2.57
②/①	0.81	0.75	0.79
③AASHTO-2007	3.81	6.07	2.88
③/①	0.97	0.90	0.89
④式(8)计算值	4.13	6.63	3.25
④/①	1.05	0.98	1.00

从式(8)中看出,该长期挠度计算模式值考虑因素较为全面,既包括所有可能影响混凝土收缩、徐变的因素,还综合考虑了梁的  $N_p$ 、 $M_p$ 、 $\lambda$ 、 $A_0$ 、 $W$  等因素对其长期挠度的影响.

对 3 根试验梁,长期挠度分别采用式(8)、我国的 JTGD62-2004、美国的 AASHTO-2007 的计算值与试验梁长期挠度系数试验值进行对比,如表 4 所示. 从表中看出, JTGD62-2004 计算值偏小,较实测值小近 20%, AASHTO-2007 亦较实测值偏小近 10%, 式(8)计算值与实测值较接近,误差在 5%.

## 4 结论

(1) 折线配束预应力混凝土先张梁长期挠度约为其徐变挠度值的 1.1 倍,长期挠度值超出徐变挠度值的部分是由混凝土收缩等其它因素共同造成的;

(2) 建立了折线配束预应力混凝土先张梁的长期挠度计算模式,该模式是受混凝土收缩、徐变以及受预压应力  $N_p$ 、构件的截面面积  $A_0$ 、预应力度  $\lambda$ 、预应力产生的弯矩值  $M_p$ 、构件抗弯截面模

量  $W$  等多种因素的综合性影响,但各个因素对长期挠度影响的敏感程度尚需进一步研究.

(3) 式(8)的长期挠度计算模式对试验梁的计算值与实测值较接近,误差在  $\pm 5\%$ ,而 JTGD62-2004 计算值偏小,较实测值小近 20%, AASHTO-2007 亦较实测值偏小近 10%,笔者所提具有工程实用价值.

## 参考文献:

- [1] 吕志涛,潘钻峰. 大跨径预应力混凝土箱梁桥设计中的几个问题[J]. 土木工程学报, 2010, 43(1): 70-76.
- [2] 谢峻,王国亮,郑晓华. 大跨径预应力混凝土箱梁桥长期下挠问题的研究现状[J]. 公路交通科技, 2007, 24(1):47-50.
- [3] 周东卫. 高速铁路混凝土桥梁徐变变形计算分析及控制措施研究[J]. 铁道标准设计, 2013(6):65-67.
- [4] 曹建安. 无碴轨道大跨度预应力混凝土桥梁后期徐变变形和控制方法研究[D]. 中南大学土木工程学院, 2011.
- [5] 王亚辉. 折线配束的先张预应力混凝土 50 m T 梁的施工技术[J]. 公路, 2007(5):61-66.
- [6] 刘立新,安鸿飞,于秋波,等. 淮河大桥 35m 先张折线形箱梁预应力损失的研究[J]. 郑州大学学报:工学版, 2007, 28(4):12-15.
- [7] 王俊. 折线先张法预应力混凝土梁徐变性能研究[D]. 郑州大学土木工程学院, 2011.
- [8] 中华人民共和国交通部. JTGD62-2004 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2004.
- [9] 中华人民共和国建设部,国家质量监督检验检疫总局. GB50010-2010 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.
- [10] 贺拴海. 桥梁结构理论与计算方法[M]. 北京: 人民交通出版社, 2003: 274-276.
- [11] 张珽,谢奇,袁细发. 纯弯曲混凝土梁的徐变试验研究[J]. 武汉理工大学学报, 2003, 27(4): 489-491.
- [12] MAYER H, RUSCH H. Building damage caused by deflection of reinforced concrete building components [R]. Technical Translation 1412, National Research Council of Canada, Canada: Ottawa, 1967.
- [13] 王俊,刘立新. 预应力度对预应力和混凝土梁徐变曲率影响的试验研究[J]. 土木工程学报, 2010, 43(8):37-43.
- [14] 薛伟辰,胡于明,王巍. 预应力混凝土梁徐变性能试验[J]. 中国公路学报, 2008, 21(4):61-66.

(下转第 93 页)