

# 基于 CAGD 的单层球形网壳构型设计

马泳涛, 李 伟, 陈天跃

(郑州大学 机械工程学院, 河南, 郑州 450001)

**摘 要:**网壳结构具有构型简单、内力分布均匀、便于制造和装配等优点. 根据网壳的构型原理, 提出一种针对单层球形网壳构型设计的 CAGD 方法, 利用该方法可以有效地避免常规计算建模过程中不必要的舍入误差, 从而实现球面建模的完全对称. 通过对 240 面体网壳构型的研究, 分析长径比和五边形旋转角对杆件长度的影响, 最终得出可以使杆长均匀化的条件.

**关键词:**球形网壳; 构型设计; 杆长关系; 网壳建模

**中图分类号:** TU311.41

**文献标志码:** A

doi:10.3969/j.issn.1671-6833.2014.06.028

## 0 引言

网壳结构为新型建筑提供了一种新颖合理的结构形式. 伴随着其跨度不断增大、构型日趋复杂, 结构设计和施工难度也越大<sup>[1]</sup>. 为了保证网壳结构整体的承载性能和局部稳定性, 在构型设计时要尽量减少网壳的杆件长度种类, 使其长度均匀. 与肋环型、施威德勒型网壳相比, 短程线网壳的杆长种类最少, 杆件长度均匀, 受力性能好, 至今为止仍是主要的球形网壳结构形式之一. 短程线网壳常用的划分方式有弦均分法、等弧再分法、边弧等分法, 此后新型网壳采用的是在此基础上改进的三角形随机划分方法<sup>[2-3]</sup>.

非规则网壳进行三角形网格划分时, 多采用解析几何的方法, 建立求解杆长和节点位置的方程组, 再设定相关条件和参数使方程组有唯一解, 最终确定基元内的拓扑关系<sup>[4]</sup>. 但是这种方法需运用大量空间几何知识构建方程组, 并且在求解过程中会因为数据不能整除而引入误差, 最终也只能确定一种杆长关系, 不易保证结构杆长的均匀性. 将计算机辅助几何设计(CAGD)的方法应用于网壳结构的设计, 不仅可以实现网壳结构的精确建模, 也可直接观察网壳结构的杆长变化. 该方法与传统的网壳结构建模方法相比, 具有以下优点: ①在球面上直接进行划分, 操作简单, 工作量较少; ②可直接设定杆件之间的拓扑关系, 避免复杂的解析几何关系推导; ③建模精度高, 避免计

算机处理数据时带来的舍入误差.

笔者在 solidworks 软件中实现网壳结构的建模, 主要采用添加几何约束(如旋转、等分、等长)的方法完成网壳结构的节点和杆件设计. 并以 240 面体单层网壳为例, 研究网壳结构的杆长变化规律, 分析网壳结构杆长均匀化的条件, 为同类型网壳的结构设计提供参考.

## 1 网壳的构型原理

研究的网壳结构如图 1 所示.

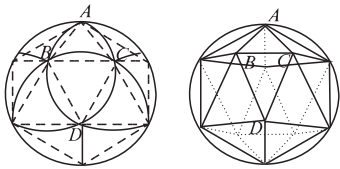


图 1 正二十面体

Fig. 1 Icosahedron

以一个球面三角形 ABC 为基元, 根据球体半径和需求的面体数, 首先确定基元内节点个数及其相关的拓扑关系, 然后采用计算机辅助几何建模的方法, 把节点和杆件之间的几何拓扑关系转化为约束条件, 并操作相关指令完成球面三角形网格的划分. 整体的网壳结构共有 20 个基元, 每个基元内的杆件和节点构型都是相同的, 确定基元构型即可得到完整的球面网壳<sup>[4-5]</sup>.

为便于分析网壳构型随相关参数的变化情况, 基元结构须满足以下特征: ①基元内三角形的

收稿日期:2014-06-25; 修订日期:2014-09-03

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51305136)

作者简介:马泳涛(1975-), 河南郑州人, 郑州大学讲师, 博士, 主要从事先进制造技术与结构仿真, Email:sky\_llwei@163.com.

个数由网壳结构的面数决定,需满足多面体的欧拉拓扑定理,即顶点数 + 面数 - 棱边数 = 2<sup>[6]</sup>;②二十面体的每个顶点处的网格都能组成正五边形,并且可绕顶点与球心的连线旋转一定角度;③基元中心与 3 个五边形形心的距离相等,其位置在球面上的位置是固定的<sup>[7-8]</sup>;④基元具有三分之一旋转对称,网壳整体满足五分之一旋转对称<sup>[9]</sup>.

2 杆长关系分析

根据上述球面网壳的构型原理可知,240 面体的基元内分布有 9 个三角形,五边形三个中心的连线构成一个基元,如图 2 所示.为减少杆件长度种类,设定连接相邻五边形的两个杆长相等,即  $c = e$ . 分析可知,该基元内共有 4 种基本三角形,最多有 6 种杆长.

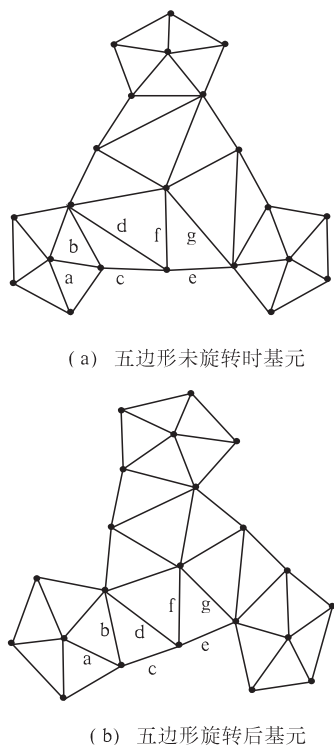


图 2 240 面体网壳基元

**Fig. 2 Basic unit of 240 polyhedron reticulated shell**

网壳结构的三角形杆件长度相差较大时,会  
给其设计带来困难,特别是过长杆件的稳定性问  
题会比较突出<sup>[10]</sup>,所以为研究网壳结构的杆长变  
化规律,以最长杆与最短杆的长度比值  $\Phi$  为衡量  
标准.当比值较小时,即表明所有杆件长度都在一  
定范围内,杆长均匀;当比值较大时,则说明该构  
型的杆长设计不合理.由于基元具有旋转对称性,  
在 solidworks 三维草图中,设定对应的几何约束后,  
可以直观地发现对杆长变化影响较大的是五

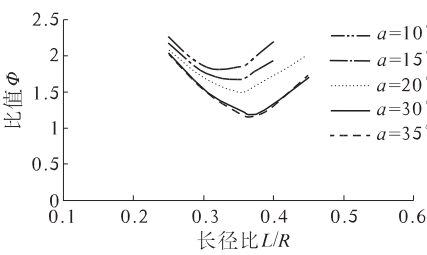
边形的外边长和五边形绕其形心与球心连线的旋  
转角.

确定比值  $\Phi$  的最优取值范围是一个关键问  
题. 容易发现:球面上空间正五边形的外边长与内  
边长的比值基本恒定,约为 1.16. 可以控制比值  
 $\Phi$  的设计目标尽量向 1.16 靠近,如果基元内其余  
杆件的长度都在五边形内外边长度之间,那么网  
壳结构整体看起来就比较均匀. 所以,以五边形外  
边长与球半径的比值(简称长径比)  $L/R$  和旋转  
角  $\alpha$  为变量,观察比值  $\Phi$  的变化.

3 杆长变化规律

240 面体基元构建过程:①利用正二十面体  
在球面坐标系下的性质,其中两个顶点在球体的  
两极,其余在纬度  $\pm \arctan(1/2)$  的位置,将其转  
换为几何约束,完成球面正二十面体建模;②选取  
一个三角形为基元,在顶点处构建正五边形;③确  
定基元中心及其它节点的相对位置,全部采用添  
加几何关系的方法完成建模.

基元模型确定之后,将五边形旋转一定角度,  
记录五边形的外边长不同取值时  $\Phi$  的数值,绘制  
曲线可发现比值  $\Phi$  的变化呈抛物线趋势. 长径比  
 $L/R$  在 0.34 ~ 0.40 时,网壳结构的杆长较为均  
匀,约在 0.37 时比值  $\Phi$  最小. 旋转角  $\alpha$  不同时,  
比值  $\Phi$  随长径比的变化规律,如图 3 所示.



**Fig. 3 Variation of the ratio with the length to diameter varying**

同样,记录长径比一定时,不同旋转角下比值  
 $\Phi$  的数值,观察基元构型的变化并绘制曲线. 旋  
转角  $\alpha$  在 30 ~ 36°时,网壳结构的杆长较为均匀.  
由于球面正五边形的 72°旋转对称性,顺时针旋  
转时,36°即为最大旋转角. 长径比不同时,比值随  
旋转角  $\alpha$  的变化规律,如图 4 所示.

利用 CAGD 的方法还可以快速完成网壳结  
构整体建模,保证基元之间的旋转对称特性,图 5  
是利用该方法完成的球形网壳的整体模型,该结  
构杆长均匀,长径比为 0.35,旋转角为 30°.

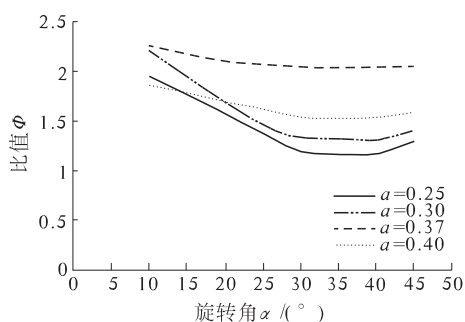
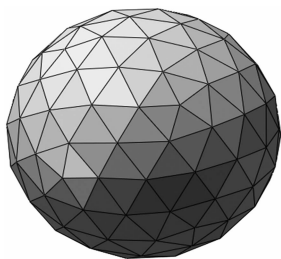
图4 比值随旋转角 $\alpha$ 的变化规律Fig.4 Variation of the ratio with the rotation angle  $\alpha$  varying

图5 240面体的整体模型

Fig.5 The whole model of 240 polyhedron reticulated shell

#### 4 结论

采用计算机辅助几何设计的方法在 solid-works 软件平台上实现单层球形网壳结构的建模和构型设计. 通过添加空间几何约束, 划分球面网壳, 该方法直观、便捷、无误差. 此划分方法没有设定基元内杆长的解析关系, 杆件  $a$  和  $b$  的长度与  $c$ 、 $e$  长度无关, 更具灵活性, 得到的构型网格更为均匀, 杆件长度非常接近. 以长径比和旋转角为变量, 搜索 240 面体杆长均匀时的最优构型, 总结出

旋转角在  $30^\circ \sim 36^\circ$ , 长径比在  $0.34 \sim 0.40$  时, 比值  $\Phi$  基本接近 1.16, 网格结构的杆件长度均匀, 力学承载性能好, 可以为同类型的球形网壳结构设计提供参考.

#### 参考文献:

- [1] 董石麟. 空间结构的发展历史创新形式分类与实践应用[J]. 空间结构, 2009, 15(3): 22-43.
- [2] 陈宝林. 短程线球面网壳参数化建模研究[J]. 钢结构工程研究, 2012(增刊): 696-700.
- [3] SAHR K, WHITE D, KIMBERLING A J. Geodesic discrete global grid systems[J]. Cartography and Geographic Information Science, 2003, 30(2): 121-134.
- [4] 绍兴, 梁醒培. 球面网壳非规则网格划分方法研究[J]. 空间结构, 2012, 18(4): 36-38.
- [5] 舒畅, 周丰峻, 梁斌, 等. 组合多面体理论及几何构型设计[J]. 河南科技大学学报, 2007, 28(6): 53-56.
- [6] WEAIRE D, PHELAN R. A counter-example to Kevin's conjecture on minimal surfaces[J]. Philosophical Magazine Letters, 1994, 69(2): 107-110.
- [7] 杜泽丽. 单层球面网壳结构的构型优化及稳定性研究[D]. 河南: 河南科技大学学报, 2008.
- [8] 张胜茂. 基于正多面体的球面三角剖分与分析[J]. 计算机工程及应用, 2008, 44(9): 16-19.
- [9] WHITE D, KIMBERLING A J, SAHR K, et al. Comparing area and shape distortion on polyhedralbased recursive partitions of the sphere[J]. International Journal of Geographical Information Science, 1998, 12(8): 805-827.
- [10] 李静斌, 葛素娟. 静力弹塑性分析在大跨钢结构设计中的应用[J]. 郑州大学学报: 工学版, 2005, 26(4): 15-19.

### Single-Layer Spherical Shell Configuration Design Based on CAGD

MA Yong-tao, LI Wei, CHEN Tian-yue

(School of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** Reticulated shell structure is characterized by simple configuration, the internal force distribution evenly, easy to manufacture and assembly, and so on. According to the principle of network shell configuration, a method for single spherical shell configuration of network design was proposed based on CAGD, through which the unnecessary rounding errors brought by conventional computational modeling process could be effectively avoided and the complete symmetry of network shell modeling was achieved. Through the research of 240 body surface monolayer shells modeling, we analyzed the impact of rod length ratio with diameter and rotation angle of pentagon on the rod length and eventually obtained the conditions of rod length uniformly.

**Key words:** spherical lattice shell; configuration design; rod length relation; reticulated shell modeling