

杂草算法在城市交通用户平衡问题中的应用

曾庆山, 刘巍

(郑州大学 电气工程学院, 河南 郑州 450001)

摘要: 根据城市交通中用户平衡状态的演化特征,提出了一种求解用户平衡问题的新方法.该方法通过逐步添加最短路径以保证所有阻抗最小路径均被使用,并通过改进入侵杂草算法(IWO)来分配各路径上的流量,以实现交通网络上的用户平衡.通过求解单个复杂交通网络上的用户平衡问题,验证了该方法的有效性.在求解多个复杂交通网络上的用户平衡问题上,与连续平均法(MSA)进行对比,表明该新算法能更好地解决城市交通网络用户平衡问题.

关键词: 城市交通;演化特征;用户平衡;杂草入侵算法;连续平均法

中图分类号: TP399 文献标志码: A doi:10.3969/j.issn.1671-6833.2015.01.003

0 引言

交通分配问题是交通管理与交通规划中的重要问题.交通用户平衡状态是基于 Wardrop 第一出行原则(UE)的网络流状态<sup>[1]</sup>.在该原则下,交通起讫点(ORIGIN-DESTINATION, O-D)间的所有出行者都试图寻找最短路径出行,并最终达到平衡状态,在该状态下,任一 O-D 对间的所有出行者的出行时间均相等且最短.

由于在城市交通网络中,各 O-D 对间的出行者只能沿着特定的路径出行,且各路径流量之间、路径流量与路径阻抗之间需满足特定的关系,使得难以直接将智能算法应用于求解城市交通用户平衡问题.笔者根据用户平衡状态的演化过程中出行者间的非合作博弈行为,提出一基于入侵杂草智能算法实现用户平衡的方法,并将该算法与连续平均法进行对比.

1 用户平衡配流模型

在用户平衡配模型中,每个出行者都力图使自己的出行时间最小,而不考虑对其他出行者的影响,其实质是博弈论中的纳什均衡<sup>[2]</sup>.

Wardrop 平衡配流原则描述如下:在起止点间所有可供选择的路径中,使用者所利用的各条路径上的出行费用全都相等,且不大于未被利用

路径上的出行费用.

Beckmann 采用下式描述 Wardrop 平衡状态

u^{rs}-c\_k^{rs}= \begin{cases} =0, f\_k^{rs}>0; \\ \leqslant 0, f\_k^{rs}=0. \end{cases} \tag{1}

式中:u^{rs}为平衡状态下,O-D 对 r-s 之间的路径阻抗;c\_k^{rs}为 r-s 间第 k 条路径上的阻抗;f\_k^{rs}为 r-s 间第 k 条路径上的流量.

通常用路段走行时间表示路段阻抗,采用美国公路局开发的 BPR 函数

t\_{ij}(Q\_{ij})=t\_{ij}(0)\left[1+\alpha\left(\frac{Q\_{ij}}{e\_{ij}}\right)^{\beta}\right]. \tag{2}

式中:t\_{ij}(0)为路段(i,j)上流量为零时车辆自由形式所需的时间;e\_{ij}为路段(i,j)单位时间内可通过的最大车辆数;\alpha,\beta 为模型参数,一般的 \alpha=0.15,\beta=4;Q\_{ij}为路段(i,j)上的车流量.

求解用户平衡配流模型的方法很多,一般用 Frank-Wolfe 方法或者连续平均法<sup>[3-4]</sup>.连续平均法是 Frank-Wolfe 方法的变种算法,在实际应用中,具有广泛的应用性.

2 智能算法求解用户平衡问题

在城市交通网络中,由于出行者出行路径受限,出行者下一出行路段必须与当前所在路段直接相连,路径阻抗随着路径流量变化等多种条件限制,使得应用智能算法求解用户平衡问题的研

收稿日期:2014-08-07;修订日期:2014-11-10  
基金项目:河南省基础与前沿技术研究计划资助项目(132300410420)  
作者简介:曾庆山(1963-),男,湖北武汉人,郑州大学教授,博士,主要研究方向为智能控制理论、复杂系统的建模与控制、分数阶微分控制等,E-mail: qszeng@126.com.

究成果并不多,且计算量往往过大。

文献[5]应用蚂蚁算法求解用户平衡问题,通过将 O-D 对间的蚂蚁以一定方式行动,寻找较优路径并实现流量分配,以达到用户平衡状态。但在复杂的交通网络中,因可选路径往往较多,故需要在每个 O-D 对间均配置大量的蚂蚁,其计算量是极为庞大的。同时在该方法中,蚂蚁的出行行为受路段阻抗影响较多,使得蚂蚁有可能错过较优路径,而不能达到真正的用户平衡状态。

文献[6]应用粒子群算法求解随机用户平衡问题,其将所有 O-D 对间的所有路径流量构成一个解,而后采用粒子群算法求得满足适应度函数最小的粒子,其解的维度与 O-D 对数及 O-D 对间的路径数成正比。随着网络规模的增大,其解的维度成几何数的增大,且每次迭代均需求得所有粒子对应的目标函数值,计算量极为庞大。

导致上述两种方法计算量过大的原因主要在于 O-D 对间路径的选择上。为解决该问题,通过模拟用户平衡状态的演化过程,在 O-D 对间逐步添加出行路径,并通过智能算法分配各路径间的流量,最终实现用户平衡状态。

### 3 入侵杂草算法求解用户平衡问题

#### 3.1 入侵杂草算法

入侵杂草算法是 Mehrabian 和 Lucas 于 2006 年提出一种智能优化算法<sup>[7]</sup>。具有结构简单、参数少、易于理解和编程的特点。目前,入侵杂草算法已被应用于天线阵列设计问题<sup>[8]</sup>、神经网络优化<sup>[9]</sup>等多个领域。

在杂草入侵算法中,用杂草表示所求问题的可行解,杂草按适应度值的大小分配其产生的种子数目,种子按照一定的规则在父代杂草附近的空间内扩散,发育成杂草。当种群中的杂草数目达到预先设定的最大值时,杂草便在种群内产生竞争,找到适应度最高的杂草,即最优解。

步骤(1)初始化。在搜索空间按均匀分布的方式产生  $N$  个初始解。

步骤(2)繁殖子代。每个杂草按适应度大小产生子代,子代数按如下式计算

$$weed = \frac{f - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}}(s_{\max} - s_{\min}) + s_{\min} \quad (3)$$

式中: $f, f_{\max}, f_{\min}$  分别对应父代杂草适应度、种群最大适应度和最小适应度值; $s_{\max}, s_{\min}$  分别表示每个杂草所能产生的最大和最小种子数。

步骤(3)空间分布。每个父代杂草产生的种

子按平均值为 0,标准差为  $\sigma$  的正态分布,分布到父代杂草周围, $\sigma$  按如下公式计算

$$\sigma = \frac{(iter_{\max} - iter)^n}{(iter_{\max})^n}(\sigma_{\text{init}} - \sigma_{\text{final}}) + \sigma_{\text{final}} \quad (4)$$

式中: $iter$  和  $iter_{\max}$  分别为当前迭代次数和最大迭代次数; $\sigma_{\text{init}}, \sigma_{\text{final}}$  分别为标准差的初始值和最终值; $n$  为非线性调和因子,一般取  $n = 3$ 。

步骤(4)竞争淘汰。若杂草数量达到种群规模上限  $P\_MAX$ ,则取适应度较高的前  $P\_MAX$  个个体,返回步骤(2),进行下一次迭代。

#### 3.2 求解用户平衡问题中的具体步骤

在入侵杂草算法求解用户平衡问题时,目标是将每个 O-D 对间的路径阻抗相等且最小,而非寻找某个使得目标函数最小的解,故需对入侵杂草算法进行修改。

将一个 O-D 对视为一个杂草群体,O-D 对间的每条已用路径视为一个父代,路径阻抗的相反数视为该父代的适应度,即路径阻抗越高,父代适应度越低。每个父代按式(3)产生子代,且子代分布在父代对应的路径上,数目按下式计算

$$Path_k^{rs\_weed}_{n+1} = \omega \cdot Path_k^{rs\_weed}_n + weed_k^{rs} \quad (5)$$

式中: $Path_k^{rs\_weed}_n$  表示第  $n$  次迭代时,O-D 对  $r-s$  间路径  $k$  上的杂草总数,且  $Path_k^{rs\_weed}_0 = 0$ ;  $weed_k^{rs}$  表示 O-D 对  $r-s$  间路径  $k$  上新产生的杂草数; $\omega$  为衰减因子,用于控制求解速度和精度,迭代次数较小时,当  $\omega = 0.8$  时,往往能取得较优解,而迭代次数较大时,当  $\omega = 1$  时,往往能取得较优解。即  $\omega = 0.8$  时,收敛速度较快, $\omega = 1$  时,求解精度较高。故采用下式计算  $\omega$  值

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{(iter_{\max} - iter)^n}{(iter_{\max})^n}(\omega_{\max} - \omega_{\min}) \quad (6)$$

式中: $\omega_{\min}$  和  $\omega_{\max}$  分别为  $\omega$  的最小值和最大值; $iter$  和  $iter_{\max}$  分别为当前迭代次数和最大迭代次数。

路径流量按下式计算

$$Path_k^{rs\_flow} = \frac{Path_k^{rs\_flow} \cdot Path_k^{rs\_weed}_n}{\sum_{i=1}^{Path^{rs\_num}} Path_i^{rs\_weed}_n} \quad (7)$$

式中: $Path_k^{rs\_flow}$  表示 O-D 对  $r-s$  间路径  $k$  上的流量; $Path^{rs\_flow}$  表示 O-D 对间的总流量; $Path^{rs\_num}$  表示 O-D 对  $r-s$  间的已用路径数。

式(3)保证阻抗较小的路径,即适应度较高的父代能够产生较多的子代,式(5)、(7)通过累加杂草的方式,实现路径上流量的平滑转移,并保证杂草数量较多的路径能够获得较多的交通流

量,随着迭代次数增加,总杂草数目增多,每次迭代转移的流量逐步减少,求解精度逐步提高。

采用竞争淘汰机制删除已存在的不适合出行的路径。当 O-D 对间的最大阻抗路径满足以下条件时,删除该路径。

$$\begin{cases} T_{\max}^{rs} > T_{\min}^{rs}; \\ \frac{flow_{T_{\max}^{rs}}}{flow_{\max}^{rs}} < \varepsilon_f. \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $T_{\max}^{rs}$ ,  $T_{\min}^{rs}$  分别为 O-D 对  $r-s$  间路径阻抗的最大值和最小值;  $flow_{T_{\max}^{rs}}$  为 O-D 对间最大阻抗路径上的流量;  $flow_{\max}^{rs}$  为 O-D 对间路径流量的最大值;  $\varepsilon_f$  为一极小值。

即若 O-D 对间的某条路径通过极小流量时,该路径阻抗仍大于其它路径阻抗,则认为该路径无意义,删除该路径。

步骤(1)初始化。使用全有全无分配法分配交通流量,最大迭代次数为  $N$ ,当前迭代次数  $n = 1$ , O-D 对间的路径总数  $Path_{\text{num}}^{rs} = 1$ ,  $findPath^{rs} = 0$ ,  $balance^{rs} = 0$ , 记录路径  $Path_1^{rs}$  及路径流量  $Path_1^{rs\_flow}$ 。

步骤(2)增加新路径。寻找每个 O-D 对间的最短路径  $Path_{\text{new}}^{rs}$ , 若能找到  $Path_k^{rs} = Path_{\text{new}}^{rs}$ ,  $1 \leq k \leq Path_{\text{num}}^{rs}$ , 令  $findPath^{rs} = 1$ ; 否则令  $Path_{\text{num}}^{rs} = Path_{\text{num}}^{rs} + 1$ ,  $Path_a^{rs} = Path_{\text{new}}^{rs}$ , 其中,  $a = Path_{\text{num}}^{rs}$ , 令  $findPath^{rs} = 0$ 。

步骤(3)判断路径阻抗是否相等。计算路径阻抗  $T_k^{rs}$ , 若对于任意  $r, s$ , 满足以下条件, 则路径阻抗相等,  $balance^{rs} = 1$ ; 否则,  $balance^{rs} = 0$ 。

$$\frac{(T_{\max}^{rs} - T_{\min}^{rs})}{T_{\min}^{rs}} < \varepsilon_T. \quad (9)$$

式中:  $T_{\max}^{rs}$ ,  $T_{\min}^{rs}$  分别为 O-D 对  $r-s$  间最大、最小路径阻抗;  $\varepsilon_T$  为一极小值。

步骤(4)判断是否达到用户平衡状态。若对任意  $r, s$ , 存在  $findPath^{rs} = 1$ ,  $balance^{rs} = 1$ , 则其满足式(1)平衡状态, 结束迭代。否则, 转向步骤 5。

步骤(5)删除路径。若 O-D 对  $r-s$  间的路径总数  $Path_{\text{num}}^{rs} > 1$ , 则按式(8)删除无意义路径。

步骤(6)分配路径流量。计算路径阻抗  $T_k^{rs}$ , 按式(3), (5), (7)分配路径流量,  $n = n + 1$ 。若  $n = N$ , 结束迭代; 否则, 转向步骤 2。

### 3.3 算例

通过对图 1 所示双层城市交通网络进行用户平衡配流, 验证算法的有效性。

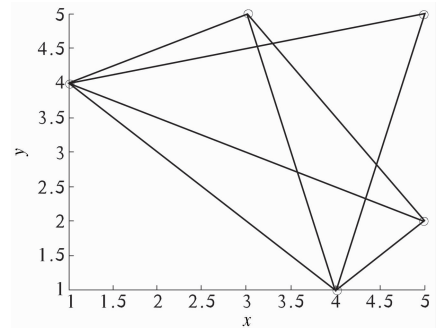


图 1 双层城市交通网络

Fig. 1 The double layered traffic network

图 1 中, 上层为居民出行网络, 其为一个含有 5 个节点, 10 条边的网络, 每条边对应一个 O-D 对, 共有 10 个 O-D 对, 令每个 O-D 间的流量均为 3, 且居民只能沿道路网络出行。

下层为城市道路网络, 其为一个  $5 \times 5$  的网格, 共有 25 个节点, 40 条边, 每个节点对应一个交叉路口, 每条边对应一个路段, 令路段的通行能力均为 5, 车辆平均自由走行时间为 1。

采用下式来判断交通网络接近平衡状态的程度

$$\sigma^{rs} = \sqrt{\frac{1}{K^{rs}} \sum_{k=1}^{K^{rs}} \left(1 - \frac{c_k^{rs}}{u^{rs}}\right)^2}, \quad (10)$$

$$\sigma = \frac{1}{N} \sum_r \sum_s \sigma^{rs}. \quad (11)$$

式中:  $\sigma^{rs}$  为 O-D 对  $r-s$  之间所有已选路径阻抗除以平均值后的均方差;  $u^{rs}$  为平衡状态下,  $r-s$  之间的路径阻抗;  $c_k^{rs}$  为  $r-s$  间第  $k$  条路径上的阻抗;  $K^{rs}$  为  $r-s$  间已选择路径总数;  $\sigma$  为所有 O-D 间均方差的平均值,  $N$  为 O-D 数。

显然,  $\sigma^{rs}$  越小, O-D 对  $r-s$  间各已选路径阻抗越为接近;  $\sigma$  越小, 交通网络越接近用户平衡状态。

采用入侵杂草算法对图 1 所示网络进行用户平衡配流, 取  $s_{\max} = 100$ ,  $s_{\min} = 0$ ,  $\omega_{\max} = 1$ ,  $\omega_{\min} = 0.8$ ,  $\varepsilon_f = 0.02$ ,  $\varepsilon_T = 0.005$ ,  $N = 100$ 。经过 61 次迭代后, 满足平衡条件。

采用 Beckmann 等学者提出的满足 Wardrop 准则的数学规划模型验证算法有效性, 模型为

$$\min_x Z(Q) = \sum_{(i,j)} \int_0^{q_{ij}} t_{ij}(q) dq, \quad (12)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_k f_k^{rs} = x_{rs}, \quad \forall r, s, \quad (13)$$

$$f_k \geq 0, \quad \forall r, s, k, \quad (14)$$

$$q_{ij} = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{ij,k}^{rs}, \quad \forall i, j. \quad (15)$$

式中:  $t_{ij}$  为路段  $(i, j)$  上的阻抗;  $q_{ij}$  为路段  $(i, j)$  上的

流量; $f_k^s$  为 O-D 对  $r$ - $s$  间路径  $k$  上的流量; $x_{rs}$  为 O-D 对  $r$ - $s$  之间的交通需求量; $\delta_{ij,k}^s$  满足若路段  $(i,j)$  在 O-D 对  $r$ - $s$  之间的路径  $k$  上,其值为 1,否则为 0.

将  $Z(Q)$  作为目标函数,绘制每次迭代过程中的函数值,如图 2 所示.通过计算发现,所有 O-D 中,阻抗均方差最大为 0.002 2,均方差平均值为  $\sigma=0.000\ 6$ .即已被使用的路径阻抗均大致相等,即满足了 Wardrop 平衡配流原则.

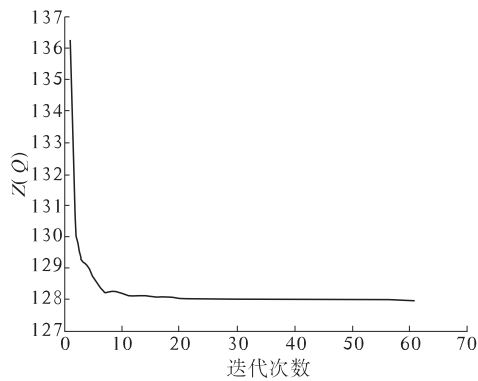


图 2  $Z(Q)$  函数值  
Fig.2 The value of  $Z(Q)$

4 入侵杂草算法与连续平均法对比

考虑到城市道路网络具有无标度性和流量集中性<sup>[10-11]</sup>,在  $10\times10$  网络上随机产生含有 10 个节点的小型无标度网络,分别采用入侵杂草算法和连续平均法对其进行用户平衡配流,比较两者的运行时间和计算精度.两种算法中,迭代次数对目标函数值下降量的边际贡献均是不断减少的,当迭代次数达到一定值后,目标函数值基本保持不变,令两种算法均迭代 100 次.

令各路段通行能力  $e=5$ ,各路段上车辆平均自由走行时间  $t$  为  $1\sim1.2$  单位时间内的随机数,分别令各 O-D 对间的车流量  $f$  为 1 和 3,对 5 个无标度出行网络进行用户平衡配流,将  $Z(Q)$  和  $\sigma$  作为目标函数值,计算结果如表 1 所示.

由表 1 可以看出,入侵杂草算法运行时间略高于连续平均法.当 O-D 对间车流量  $f=1$  和  $f=3$  时,经过 100 次迭代后,入侵杂草算法在 4 个网络中的  $Z(Q)$  值小于连续平均法,而  $\sigma$  值在 5 个网络中均远小于连续平均法,即 O-D 对间的各路径阻抗更为接近,证明了新算法的有效性.

表 1 两种算法对比  
Tab.1 The comparison of two algorithm

算法	$f$	性能指标	出行网络				
			1	2	3	4	5
入侵杂草算法	1	运行时间 $t/s$	6.658 08	5.433 43	7.498 81	4.414 66	6.830 98
		$Z(Q)$	131.311 3	103.788 3	137.851 0	93.552 2	131.490 0
		$\sigma$	0.000 129	0.000 006	0.000 242	0.000 000	7.1e-7
	3	运行时间 $t/s$	6.911 17	5.816 94	7.763 83	5.084 09	7.118 35
		$Z(Q)$	401.562 3	320.432 8	422.667 3	285.457 3	403.459 0
		$\sigma$	0.004 5	0.005 1	0.005 6	0.002 1	0.008 5
连续平均法	1	运行时间 $t/s$	6.596 95	5.444 55	7.458 73	4.394 07	6.763 34
		$Z(Q)$	131.477 1	103.510 6	138.046 3	93.593 5	132.297 1
		$\sigma$	0.004 4	0.002 8	0.005 6	0.000 917	0.005 7
	3	运行时间 $t/s$	6.713 79	5.738 20	7.528 40	4.994 98	6.937 35
		$Z(Q)$	402.057 7	320.558 8	422.300 8	285.709 2	403.572 1
		$\sigma$	0.016 1	0.057 3	0.018 5	0.019 5	0.021 2

5 结论

基于城市交通网络中,用户平衡状态的演化过程,提出一种采用杂草算法求解用户平衡问题的方法.通过在每次迭代过程中计算并添加最短路径,保证所有较优路径均能被使用,同时通过模拟杂草繁殖竞争的过程实现交通流量的分配,最终达到 Wardrop 原则下的用户平衡状态.

分别通过求解一个双层城市交通网络上的用户平衡问题以及与连续平均法在多个交通网络上进行对比,证明了新算法的有效性.

因杂草算法在每次迭代过程中,需采用一定规则分配各路径流量,故计算时间略长于连续平均法.相对于连续平均法,智能算法求解出各路径间的路径阻抗更加接近,即更为接近用户平衡状态.

## 参考文献:

- [1] WARDROP J G. Some theoretical aspects of road traffic research[J]. Proceedings of the Institute of Civil Engineers, Part II, 1952, 1-2: 325-378.
- [2] MACKO M, LARSON K, STESKAL L. Braess's paradox for flows over time[J]. Theory Of Computing Systems, 2013; 53(1): 86-106.
- [3] 吴建军, 高自友, 孙会君, 等. 城市交通系统复杂性[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- [4] 吴先宇, 袁振洲, 李艳红, 等. 用户平衡算法中目标函数值与迭代次数关系研究[J]. 交通与计算机, 2007, 25(6): 8-12.
- [5] 杜波, 邵春福. 基于蚂蚁算法的用户平衡分配方法研究[J]. 物流技术, 2009, 28(12): 155-157.
- [6] 度巍, 王先甲, 黄崇超. 求解随机用户平衡问题的粒子群演化算法[J]. 武汉理工大学学报: 交通科学与工程版, 2010, 34(3): 616-619.
- [7] MEHRABIAN A R, LUCAS C. A novel numerical optimization algorithm inspired from weed colonization[J]. Ecological Informatics, 2006, 1(4): 355-366.
- [8] ROY G, DAS S, CHAKRABORTY P, et al. Design of non-uniform circular antenna arrays using a modified invasive weed optimization algorithm[J]. IEEE Transactions On Antennas & Propagation, 2011, 59(1): 110-118.
- [9] 彭斌, 胡常安, 赵荣珍. 基于混合杂草算法的神经网络优化策略[J]. 振动测试与诊断, 2013, 33(4): 634-639.
- [10] PORTA S, CRUCITTI P, LATORA V. The network analysis of urban streets: a dual approach[J]. Physica A, 2006, 369(2): 853-866.
- [11] JIANG B. A topological pattern of urban street networks: universality and peculiarity[J]. Physica A, 2007, 384(2): 647-655.

## Application of Invasive Weed Optimization Algorithm to the User Equilibrium Problem of the Urban Traffic

ZENG Qing-shan, LIU Wei

(School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** Based on the evolutionary character of user equilibrium of the urban traffic, a new method which can solve the user equilibrium problem is presented. This method ensures all paths which have the minimum resistance are used by adding the shortest path step by step, and realize the user equilibrium of the urban traffic by distributing the flow of paths based on improved invasive weed optimization algorithm(IWO). The effectiveness is verified by solving the user equilibrium problems of one complex urban traffic network. It proves that the new algorithm can get better solution of the user equilibrium problem after comparing it with the method of successive algorithm(MSA) in solving the user equilibrium problems of some complex urban traffic networks.

**Key words:** urban traffic; evolutionary character; user equilibrium; invasive weed optimization algorithm; method of successive algorithm