

分布式网络中随机接入传送容量的研究

李娜娜¹, 邹东尧¹, 陈昌海^{2,3}

(1. 郑州轻工业学院 计算机与通信工程学院, 河南 郑州 450002; 2. 四川工程职业技术学院 电气信息工程系, 四川 德阳 618000; 3. 北京邮电大学 泛网无线通信教育部重点实验室, 北京 100876)

摘要:为解决分布式网络的容量研究局限于单跳网络容量的问题,提出了一种用于研究分布式网络中端到终端的随机接入传送容量的中继接收机选择策略,证明了数据经过有限跳数的中继后可以到达目的接收机处,在建立的网络模型基础上对随机接入传送容量进行了理论推导,得到了随机接入传送容量的理论表达式.数值分析和仿真结果表明:随机接入传送容量随着最大中断概率的增大而增大,随着传输距离的增加而增加.

关键词:随机接入传送容量; 中继; 中断概率; 有效传输距离

中图分类号: TN911.22 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-6833.2014.04.021

0 引言

自从 Gupta 对分布式网络容量^[1]进行了创新性的定义之后,人们对分布式网络容量进行大量的研究,其中 Weber 做出了尤为重要的贡献.在文献[2]中,Weber 重新定义了能够用来衡量分布式网络容量的参量,即传输容量(Transmission Capacity, TC),其被定义为:通信中断概率受限时,网络在单位面积上能够实现的成功通信数量.由于使用了随机几何理论对分布式网络进行建模,使得人们可以用严格的数学推导得到 TC 的上下界,并可以得到 TC 在一些特殊情况下的闭合表达式,人们在此基础上可以使用各种传输技术来进行进一步的研究,如多天^[3],干扰消除^[4],感知技术^[5]等.

Weber 的网络模型被认为是分布式网络容量研究中一种最经典的网络模型,使用随机几何理论进行网络建模研究 TC 的方法得到了业界的广泛认同.但是这种经典的网络模型同样存在不足,该模型中任意发送机(Transmitter, TX)可以在其最大中继距离 R_m 内随机选择一个中继接收机(Receiver, RX)进行数据传输,但是这个选择并没有方向性,无法保证数据传输能够最终到达目的 RX 处.文献[6]中提出了改进的系统模型,规定

了任意 TX 需在指向目的接收机方向选择中继 RX,并定义了空间进度密度(Spatial Density of Progress, SDP)来衡量分布式网络容量的大小.使用这种改进的网络模型,可以确保中继 RX 比 TX 更接近目的 RX,但是需要满足目的 RX 位于无穷远处这一假设条件,然而实际中目的 RX 却都是位于有限远处的.文献[7]定义了新的网络模型来试图解决这个问题,规定了目的 RX 位于 TX 有限远处,在两者之间有等间距的几个固定中继 RX 来辅助信息传输,并定义了随机接入传输容量(Random Access Transport Capacity, RATC)来衡量网络容量的大小.文献[7]突破了近年来局限于单跳网络容量研究的状况,开始尝试对端到端的多跳网络容量进行研究,但是由于中继 RX 是人为设置好的固定中继,与实际中继 RX 随机分布的情况不符,所以没有继续深入的研究成果出现.

基于文献[7]的研究成果,笔者将使用 RATC 来衡量多跳网络容量的大小,重新定义可用于研究多跳网络容量的网络模型,假定目的 RX 位于有限远处,中继 RX 随机分布,并提出新的中继 RX 选择策略来确保数据经过有限次数中继后能够成功到达目的 RX 处.

收稿日期:2014-03-18;修订日期:2014-05-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60972073,60871042),河南省科技厅科技攻关项目(112102210321).

作者简介:李娜娜(1980-),女,河南周口人,郑州轻工业学院讲师,主要研究方向为无线自组织网络关键技术研究,
E-mail:lanxuejudy@126.com.

1 系统模型和参数说明

在一个网络规模没有限制的分布式网络中,所有通信使用相同的频率,同一时隙中 TX 的位置在二维平面上服从密度为 λ 的泊松点过程 (Poisson Point Process, PPP) (Π) 分布,则在一个半径为 R 的圆形区域内出现 k 个 TXs 的概率为 $\Pr(k \text{ in } R)$,如式(1)所示.在网络中任意 TX 都有唯一一个 RX (不属于 Π) 与之对应,本研究使用编号 i 表示由 TX i 和 RX i 构成的通信对.使用文献[2]的经典研究方法,把一个参考 RX

$$\Pr(k \text{ in } R) = \frac{1}{k!} (\lambda \pi R^2)^k e^{-\lambda \pi R^2}. \quad (1)$$

放在二维坐标的原点,这个参考 RX 和它相对应的 TX 组成编号记为 $0 (0 \notin \Pi)$ 通信对.由于 PPP 具有平稳性,所以 RX 0 处统计特性的研究结果与任意 RX $i (i \neq 0)$ 处是一样的,且 RX 0 处接收到的任意 TX $i (i \neq 0)$ 发送的信号都被认为是干扰信号.

任意 TX i 使用固定功率 P 发送信号,路径损耗因子为 $\alpha (\alpha > 2)$,任意 TX i 与 RX j 之间的小尺度衰落为 H_{ij} ,TX i 距离 RX 0 的距离记为 X_i ,则 RX 0 处的总干扰信号功率为 $\sum_{i \in \Pi} P H_{ij} X_i^{-\alpha}$.本研究中小尺度衰落为瑞利衰落,其功率衰减因子服从参数为 τ 的指数分布.任意 RX 处的信号与干扰功率之比的最低门限要求记为 β ,TX 0 和 RX 0 之间的距离 (也可以叫中继传输距离) 记为 R ,则 RX 0 处的中断概率为 $q(l)$,如式(2)所示.其中, Π 如式(3)所示.

$$q(\lambda) = \Pr\left(\frac{H_{00} R^{-\alpha}}{I_n} < \beta\right), \quad (2)$$

$$\Pi = \sum_{i \in \Pi} H_{ij} X_i^{-\alpha}. \quad (3)$$

定义源 TX 和目的 RX 之间距离为 L ,且源 TX 无法将数据直接发送到目的 RX,需要经过多次中继传输,任意一次中继传输的最大中继距离为 R_m .图1为中继 RX 选择区域示意图,如图1所示,节点 A 为一次中继传输中的 TX,节点 C 为目的 RX,则 $AC \leq L$;图中扇形阴影部分为 TX 的中继 RX 选择区域,此区域有 3 个因素决定:扇形区域的中轴线为指向目的节点 C 方向,扇形的半径 R_m 表示一次中继传输的最大距离,角度 θ 限定了中继 RX 选择的角度的范围为 $[-\theta, \theta]$.

在多跳传输中,除最后一跳外,中继 RX 使用随机选择策略,则中继传输距离 R 的概率密度公式为 $f_R(r)$,如式(4)所示.当数据到达节点距离

目的节点的距离小于 R_m 时,数据能直接传输到目的节点,定义这一跳为最后一跳,即

$$f_R(r) = 2r/R_m^2, 0 < r \leq R_m. \quad (4)$$

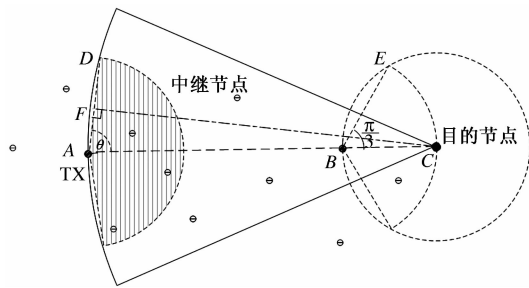


图1 中继 RX 选择区域

Fig. 1 The region for the selection of relay RX

目的节点作为数据的接收节点,且假定传输必定成功.最后一跳的设定可以在最大程度上保证数据在有限跳数内被传送到目的节点,并且可以避免令人尴尬的情况出现,即数据已经到达目的节点附近,还不断选择目的节点附近的其它节点进行中继传输.

分布式网络容量的研究都是基于中断概率受限这一前提,最大中断概率记为 ε ,令 $q(\lambda) = \varepsilon$ 可以求得对应于 ε 的最大 TX 密度 λ_ε ,参考文献[7]中随机接入传送容量的定义,网络的随机接入传送容量可以被定义为

$$C = (1 - \varepsilon) \lambda_\varepsilon L, \varepsilon \in (0, 1). \quad (5)$$

2 随机接入传送容量的研究

2.1 中继 RX 选择区域的进一步定义

图1所定义的中继 RX 选择区域给出了对于角度 θ 的约束条件,即 $\theta \leq \angle DAC$.但是,每一次中继传输时 TX 与目的 RX 之间的距离都会发生变化, $\angle DAC$ 的大小也会随之变化,所以还需要进一步明确角度 θ 的约束条件.

定理 1:在分布式网络中,当目的 RX 位于有限远处 $L (L > R_m)$ 时,定义由最大传输距离 R_m 和角度范围 $[-\theta, \theta]$ 确定的指向目的 RX 的扇形中继 RX 选择区域,当 $\theta \leq \pi/3$ 时,数据能够在有限跳数内传送到目的 RX.

证明:笔者的研究基于 $L > R_m$ 这一条件,此时源 TX 无法直接把数据发送到目的 RX,需要选择中继传输.如图1所示,以目的节点 C 为圆心且以线段 AC 长为半径画圆,并与以 TX 为圆心且以最大传输距离 R_m 为半径所画的圆相交与 D,则由两圆相交区域所确定的最大中继 RX 选择区域如图1中阴影部分所示,此时 $\theta = \angle DAC$,为最大

值,实际中只要满足公式(6)的约束条件就可以.从目的节点 C 向 AD 做垂线并交 AD 与 F 点,则由三角函数的定义可以得到式(7).

$$\theta \leq \angle DAC, \quad (6)$$

$$\angle DAC = \arccos\left(\frac{AF}{AC}\right) = \arccos\left(\frac{R_m}{2AC}\right). \quad (7)$$

以节点 C 为圆心且 R_m 为半径画圆交 AC 与点 B ,当节点 $A \rightarrow B$ 时,有 $AC \rightarrow R_m$,根据公式(7)可以得到 $\angle DAC \rightarrow \pi/3$,此时 $\angle DAC$ 取最小值,结合公式(6)可以得到 $\theta \leq \pi/3$,证明完毕.

综上所述,角度 $\theta \leq \pi/3$ 时,数据能在有限跳数内从源 TX 发送到目的 RX,中继 RX 选择区域的角度范围为 $[-\theta, \theta]$.

2.2 随机接入传送容量的数学推导

本节将在定理1所定义的中继 RX 选择区域基础上进行随机接入传送容量的公式推导.

当中继距离 $R=r$ 时,中断概率的公式(2)经过变换可以得到式(8).因为功率衰减因子服从参数为 τ 的指数分布,则可得到式(9).结合公式(8)和(9)可以得到式(10).其中 $L_{in}(\cdot)$ 是 I_{in} 的概率密度函数的拉普拉斯变换.使用与文献[8]中附录相似的证明过程可以得到式(11).

$$q(\lambda | R=r) = \Pr(H_{00} < \beta r^\alpha I_{in}), \quad (8)$$

$$\Pr(H < h) = 1 - \exp(-\tau h); \quad (9)$$

$$\begin{aligned} q(\lambda | R=r) &= 1 - E[\exp(-\tau \beta r^\alpha I_{in})] \\ &= 1 - L_{in}(\tau \beta r^\alpha), \end{aligned} \quad (10)$$

$$L_{in}(s) = \exp[-\lambda \pi E(H^\gamma) \Gamma(1-\gamma) s^\gamma], \quad (11)$$

式中: $\gamma = 2/\alpha$.

由于 H 服从参数为 τ 的指数分布,因此,

$$E(H^\gamma) = \int_0^\infty x^\gamma \tau \exp(-\tau x) dx = \tau^{-\gamma} \Gamma(1+\gamma). \quad (12)$$

把 $\Gamma(1+\gamma)\Gamma(1+\gamma) = \gamma \pi \csc(\gamma \pi)$ 和式(12)代入公式(11)可以得到式(13).把式(13)代入式(10)可以得到当中继距离 $R=r$ 时的中断概率表达式 $q(\lambda | R=r)$ 如式(14)所示.结合式(4)和(14)可以得到网络的中断概率 $q(\lambda)$,如式(15)所示.

$$L_{in}(s) = \exp[-\lambda \gamma \pi^2 \tau^{-\gamma} \csc(\gamma \pi) s^\gamma], \quad (13)$$

$$\begin{aligned} q(\lambda) &= 1 - \int_0^{R_m} \frac{2r}{R_m^2} \exp[-\lambda \gamma \beta^\gamma r^2 \pi^2 \csc(\gamma \pi)] dr \\ &= 1 - \frac{1 - \exp[-\lambda \gamma \beta^\gamma R_m^2 \pi^2 \csc(\gamma \pi)]}{\lambda \gamma \beta^\gamma R_m^2 \pi^2 \csc(\gamma \pi)}; \end{aligned} \quad (14)$$

$$q(\lambda) = 1 - \int_0^{R_m} \frac{2r}{R_m^2} \exp[-\lambda \gamma \beta^\gamma r^2 \pi^2 \csc(\gamma \pi)] dr$$

$$= 1 - \frac{1 - \exp[-\lambda \gamma \beta^\gamma R_m^2 \pi^2 \csc(\gamma \pi)]}{\lambda \gamma \beta^\gamma R_m^2 \pi^2 \csc(\gamma \pi)}. \quad (15)$$

令 $q(\lambda) = \varepsilon$,利用公式(15)可以求得对应于最大中断概率 ε 时的最大 TX 密度 λ_ε 如式(16)所示.其中 $\text{ProductLog}(\cdot)$ 是函数 $f(x) = xe^x$ 的反函数,且 $\delta = 1/(1-\varepsilon)$.最后,把式(16)代入式(5),可以得到随机接入传送容量 C 的数学表达式.

$$\lambda_\varepsilon = \frac{\delta + \text{ProductLog}(-\delta e^{-\delta})}{\gamma \beta^\gamma R_m^2 \pi^2 \csc(\gamma \pi)}; \quad (16)$$

$$C = \frac{\delta + \text{ProductLog}(-\delta e^{-\delta})}{\gamma \beta^\gamma R_m^2 \pi^2 \csc(\gamma \pi)} (1-\varepsilon) L. \quad (17)$$

3 仿真和性能分析

这一节中,当没有额外说明时,仿真参数设置为 $R_m = 20 \text{ m}$, $\beta = 3$, $\alpha = 4$, $\theta = \frac{\pi}{3}$.

图2是随机接入传送容量 C 相对于最大中断概率 ε 的曲线图.如图所示,随机接入传送容量随着最大中断概率 ε 的增加而增大.这是因为 C 的大小主要取决于由式(16)所确定的对应于 ε 最大 TX 密度 λ_ε 和中继传输的成功概率 $(1-\varepsilon)$ 的乘积,当 ε 增大时, TX 密度 λ_ε 变大,成功概率 $(1-\varepsilon)$ 变小,可是 $(1-\varepsilon)$ 变小的速度没有 λ_ε 变大的速度快,最终导致了随机接入传送容量 C 的增加. ε 增大时 TX 密度 λ_ε 会随之增加,会使得系统内的干扰信号功率增加,最终导致 C 的增加变得缓慢.

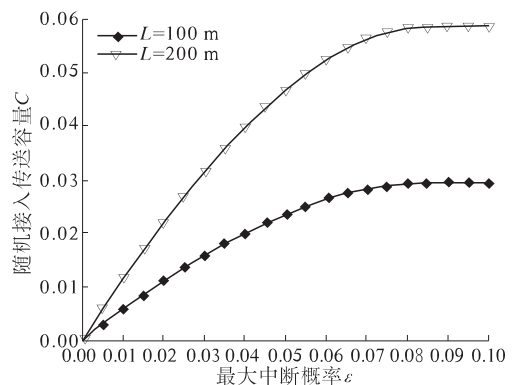


图2 随机接入传送容量 C 相对于最大中断概率 ε 曲线图

Fig.2 The random access transport capacity C versus ε the maximum probability of outage

4 结论

定义了新的网络模型,可以用于研究分布式网络中端到端的多跳网络容量,并对中继次数和随机接入传送容量进行了理论推导和仿真分析.

但是本研究还不够深入,如中继 RX 选择区域中角度 θ 对网络性能的影响,多天线和干扰消除技术对多跳网络容量的影响等,这些都还需要继续研究.

参考文献:

- [1] GUPTA P, KUMAR P R. The capacity of wireless networks[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2000,46(2): 388–404.
- [2] WEBER S, YANG X, ANDREWS J G, et al. Transmission capacity of wireless ad hoc networks with outage constraints[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005,51(12): 4091–4102.
- [3] RAHUL V, ROBERT W H. Transmission capacity of ad-hoc networks with multiple antennas using transmit stream adaptation and interference cancellation[J]. IEEE Transactions on Information theory, 2012, 58(2): 780–792.
- [4] LEE J, JEFFREY G A, HONG D. Spectrum-sharing transmission capacity with interference cancellation[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(1):76–86.
- [5] YIN Chang-chuan, GAO Long, LIU Tie, et al. Transmission capacities for overlaid wireless ad hoc networks with outage constraints[C]. IEEE International Conference on Communications, Dresden: IEEE Press, 2009;1–5.
- [6] LI Di, YIN Chang-chuan, CHEN Chang-hai. A selection region based routing protocol for random mobile Ad Hoc networks with Directional Antennas[C]. Global Telecommunications conference, Miami, FL: IEEE Press,2010;104–108.
- [7] JEFFREY G A, STEVEN W, MARIOS K, et al. Random access transport capacity[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(6):849–856.
- [8] SOUSA E S, SILVESTEI J A. Optimum transmission ranges in a direct-sequence spread-spectrum multihop packet radio network[J], IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1990,8(5): 762–771.

Analysis of the Random Access Transport Capacity in Distributed Networks

LI Na-na¹, ZOU Dong-yao¹, CHEN Chang-hai^{2,3}

(1. School of Computer and Communication Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China; 2. Department of Electrical Information Engineering, Sichuan Engineering Technical College, Deyang 618000, China; 3. Key Laboratory of Universal Wireless Communications, Ministry of Education, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract: To solve the problem that the study of the capacity in distributed networks was constrained in the single hop case, a strategy of selecting relay was proposed to analyze the random access transport capacity in the distributed networks with multi-hop case, by using which the transmitted data would arrive at the final receiver within finite hops, and the expression for the random access transport capacity was derived. Numerical and simulation results showed that the random access transport capacity increased with the maximum probability of outage, and increased with the transmission distance.

Key words: random access transport capacity; relay; probability of outage; effective transmission distance