文章编号:1671 - 6833(2014)02 - 0075 - 04

广义线性变参数系统输出反馈鲁棒控制

李健勇[1]，赵 峰[2]，楚 冰[3]

(1. 郑州轻工业学院 计算机与通信工程学院,河南 郑州 450001;2. 郑州大学 电气工程学院,河南 郑州 450001;3. 南安普顿大学 电子与计算机科学系,南安普顿 SO17 1BJ)

摘 要: 广义线性变参数系统能更准确描述物理系统且是完成增益调节控制的关键. 本文研究广义线性变参数系统的鲁棒性能分析和输出反馈鲁棒控制问题. 首先采用广义 Lyapunov 不等式方法分析了系统的容许性和 H_∞ 范数,给出了基于线性矩阵不等式的容许和鲁棒性能条件;然后讨论了广义线性变参数系统 H_∞ 鲁棒控制器的存在性,通过求解代数 Riccati 方程给出了输出反馈鲁棒控制器构造方法.

关键词: 广义线性变参数系统;广义 Lyapunov 不等式;容许;H_∞ 范数;输出反馈鲁棒控制

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A doi:10.3969/j. issn. 1671 - 6833. 2014. 02. 017

0 引言

近年来线性变参数系统在增益调节控制以及风力发电系统、飞行器等工程领域得到广泛应用[1-3]. 在参数实时可测条件下,Apkarian 等提出了增益可调鲁棒控制器并使得系统最优[2]. Yu 等给出了变参数 H_∞ 鲁棒控制器设计方法[4]. 目前变参数线性系统研究大都基于传统的状态空间模型,从系统建模上具有一定的局限性,因为大部分物理系统的准确动态描述形式为广义系统[5].

对广义线性系统的稳定性分析和鲁棒镇定问题,Takaba 等基于 J 谱分解方法给出了广义系统 H_∞ 控制器设计方法[6]. Wang 等基于广义代数 Riccati 方程提出了系统鲁棒控制器存在的充要条件[7]. Masubuchi 等采用广义 Riccati 不等式研究了鲁棒控制问题,并根据有界实引理和矩阵不等式方法给出了 H_∞ 鲁棒控制器的构造方法[8]. Bara 采用线性矩阵不等式方法研究了时变含参数广义系统的鲁棒性能分析和控制器设计问题[9].

笔者研究广义线性变参数系统鲁棒控制问题. 首先基于广义 Lyapunov 不等式方法,提出了广义线性变参数系统容许及 H_∞ 范数小于给定值的条件,并将相关结果转化为线性矩阵不等式的求解问题;然后,讨论了广义线性变参数系统输出反馈鲁棒控制器存在的条件,通过求解代数 Riccati 方程组给出了鲁棒控制器的构造方法.

1 容许及鲁棒性能分析

考虑下面广义线性变参数系统

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}\dot{x} = \boldsymbol{A}(\theta)x + \boldsymbol{B}(\theta)\boldsymbol{w}, \\ z = \boldsymbol{C}(\theta)x + \boldsymbol{D}(\theta)\boldsymbol{w}. \end{cases} \tag{1}$$

式中:$x \in R^n$ 是系统状态;$w \in R^q$ 是外部输入变量;$z \in R^s$ 是受控输出变量;$\theta \in \Lambda$ 是参数变量. $E \in R^{n\times n}$,$\mathrm{rank}E = n_E < n$. $A(\theta)$,$B(\theta)$,$C(\theta)$ 和 $D(\theta)$ 是适当维数的变参数矩阵.

定义 1 广义线性变参数系统(1)是正则的,如果对任意给定 $\theta \in \Lambda$,存在 $s \in R$,使得 $\det(sE - A(\theta)) \neq 0$.

定义 2 对广义线性变参数系统(1)和给定的参数 $\theta \in \Lambda$,$sE - A(\theta)$ 的有限特征根称为有限模态. 若 $Ev_k = 0$,则与满足 $Ev_k = Av_{k-1}$,$k = 2,3,\cdots$ 的特征向量 $\boldsymbol{v}_k$ 对应的无限特征根称为脉冲模态.

定义 3 对广义线性变参数系统(1),称(E,$A(\theta)$)是容许的,如果对任意 $\theta \in \Lambda$,系统正则且不存在脉冲模态和不稳定模态.

下面分 $D(\theta) = 0$ 和 $D(\theta) \neq 0$ 两种情况研究广义线性变参数系统容许和具有 L_2 性能的条件. 首先,当

收稿日期: 2014 - 01 - 06;**修订日期:** 2014 - 03 - 05

基金资助: 国家自然科学基金资助项目(60974005),河南省教育厅科学技术重点研究项目(13A520379)

作者简介: 李健勇(1969 -),男,河南孟州人,郑州轻工业学院副教授,硕士,主要从事复杂网络控制及电力系统稳定控制研究,E-mail:lijianyong@ zzuli. edu. cn. 通讯作者:赵峰,E-mail:zhaofeng@ zzu. edu. cn.

(Ⅰ)$D(\theta)=0$ 时.

定理 1 假设系统(1)正则,且对任意 $\theta\in\Lambda$,$(E,A(\theta),C(\theta))$脉冲可观测及有限动态可检测. 如果存在矩阵 $\boldsymbol{X}$ 满足下面广义 Lyapunov 方程,则$(E,A(\theta))$容许

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{E}\geqslant 0,\\ \boldsymbol{A}^T(\theta)\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{A}(\theta)+\boldsymbol{C}^T(\theta)\boldsymbol{C}(\theta)=0.\end{cases}\tag{2}$$

证明 与文献[6]证明类似,略.

定理 2 对任意 $\theta\in\Lambda$,如果存在矩阵 $\boldsymbol{X}$ 满足下面广义 Lyapunov 方程,则$(E,A(\theta))$容许

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{E}\geqslant 0,\\ \boldsymbol{A}^T(\theta)\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{A}(\theta)<0.\end{cases}\tag{3}$$

证明 假设对任意给定的 $\theta\in\boldsymbol{\Lambda}$,存在矩阵 $\boldsymbol{X}$ 满足广义 Lyapunov 式(3). 由式(3)中二式知 $A(\theta)\boldsymbol{X}$s 可逆,而且对非零复数 s,有

$$\det(s\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}(\theta))=$$

$$(-s)n\det\boldsymbol{A}(\theta)\cdot\det\left(\frac{1}{s}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}(\theta)^{-1}\boldsymbol{E}\right).\tag{4}$$

从而系统正则. 记 $\boldsymbol{L}(\theta)=-\boldsymbol{A}(\theta)^T\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{A}(\theta)$,则 $\boldsymbol{L}(\theta)$可逆且$(\boldsymbol{E},\boldsymbol{A}(\theta),\boldsymbol{L}(\theta)^{\frac{1}{2}})$满足可观测性条件. 根据定理 1 知系统容许.

注 1 广义线性变参数系统容许意味着标称系统一致渐近稳定. 对标称系统 $\boldsymbol{E}\dot{x}=\boldsymbol{A}(\theta)x$ 选择 Lyapunov 函数 $V(x)=1/2x^TE^Tx$,则由(3)式可知 $\dot{V}(x)$一致负定,故标称系统一致渐近稳定.

系统(1)正则时,可定义传递函数矩阵

$$\boldsymbol{G}(s,\theta)=\boldsymbol{C}(\theta)(s\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}(\theta))^{-1}\boldsymbol{B}(\theta).\tag{5}$$

定理 3 对系统(1)及给定干扰抑制水平的 $\gamma>0$,如果对任意 $\theta\in\Lambda$,存在矩阵 $\boldsymbol{X}$,使得

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{E}\geqslant 0,\\ \boldsymbol{A}^T(\theta)\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{A}(\theta)+\dfrac{1}{\gamma^2}\boldsymbol{C}^T(\theta)\boldsymbol{C}(\theta)+\\ \qquad\boldsymbol{X}^TB(\theta)B^T(\theta)\boldsymbol{X}<0.\end{cases}\tag{6}$$

或者存在矩阵 Y,使得

$$\begin{cases}\boldsymbol{Y}E^T=\boldsymbol{E}\boldsymbol{Y}^T\geqslant 0,\\ \boldsymbol{Y}\boldsymbol{A}^T(\theta)+\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{Y}^T+\dfrac{1}{\gamma^2}B(\theta)B^T(\theta)+\\ \qquad\boldsymbol{Y}B^T(\theta)B(\theta)\boldsymbol{Y}^T<0.\end{cases}\tag{7}$$

则$(E,A(\theta))$容许且 $\|G\|_\infty<\gamma$.

证明 由定理 2 易得

(Ⅱ)中 $D(\theta)\neq 0$.

定理 4 对系统(1)及给定的干扰抑制水平 $\gamma>0$,如果对任意的 $\theta\in\Lambda$,存在矩阵 $\boldsymbol{X}$,使得

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{E}\geqslant 0,\\ \boldsymbol{A}^T(\theta)\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{A}(\theta)+\gamma^{-2}\boldsymbol{C}^T(\theta)\boldsymbol{C}(\theta)+\\ \qquad(\boldsymbol{X}^TB(\theta)+\gamma^{-2}\boldsymbol{C}^T(\theta)\boldsymbol{D}(\theta))\\ \qquad\cdot(\boldsymbol{I}-\gamma^{-2}\boldsymbol{D}^T(\theta)\boldsymbol{D}(\theta))^{-1}\\ \qquad\cdot(B^T(\theta)X+\gamma^{-2}\boldsymbol{D}^T(\theta)\boldsymbol{C}(\theta))<0.\end{cases}\tag{8}$$

则系统(1)容许且 $\|G\|_\infty<\boldsymbol{\gamma}$.

证明 如果(8)式成立,则存在矩阵 $\boldsymbol{X}$ 满足

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}^T(\theta)\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{E}(\theta)\geqslant 0,\\ \boldsymbol{A}^T(\theta)\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{A}(\theta)<0,\end{cases}\tag{9}$$

故系统容许. 进一步,由(8)式可得

$$\begin{bmatrix}-\boldsymbol{I} & \boldsymbol{\gamma}^{-1}\boldsymbol{D}^T(\theta)\\ \boldsymbol{\gamma}^{-1}\boldsymbol{D}(\theta) & -\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0.\tag{10}$$

令 $\tilde{\boldsymbol{w}}=\boldsymbol{w}(t)$,$\tilde{z}=\boldsymbol{\gamma}^{-1}z(t)$,则对任意 $\theta\in\Lambda$,系统(1)等价于

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}\dot{x}=\boldsymbol{A}(\theta)x+\boldsymbol{B}(\theta)\tilde{\boldsymbol{w}},\\ \tilde{z}=\tilde{\boldsymbol{C}}(\theta)\boldsymbol{x}+\tilde{\boldsymbol{D}}(\theta)\tilde{\boldsymbol{w}}.\end{cases}\tag{11}$$

其中

$$\tilde{\boldsymbol{C}}(\theta)=\boldsymbol{\gamma}^{-1}\boldsymbol{C}(\theta),\tilde{\boldsymbol{D}}(\theta)=\boldsymbol{\gamma}^{-1}\boldsymbol{D}(\theta).\tag{12}$$

定义坐标变换$[\tilde{w},\hat{z}]^T=\boldsymbol{T}[\hat{z},\tilde{w}]^T$,其中

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{D}}^T(\theta)[\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{D}}^T(\theta)\tilde{\boldsymbol{D}}(\theta)]1/2\\ [\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{D}}(\theta)\tilde{\boldsymbol{D}}^T(\theta)]1/2-\tilde{\boldsymbol{D}}(\theta)\end{bmatrix}.\tag{13}$$

显然 $\hat{z}^T\hat{z}+\tilde{w}^T\tilde{w}=\tilde{z}^T\tilde{z}+\hat{w}^T\hat{w}$,且在上述坐标变换作用下,系统(1)可化为

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}\dot{x}=\hat{\boldsymbol{A}}(\theta)\boldsymbol{x}+\hat{\boldsymbol{B}}(\theta)\hat{\boldsymbol{w}},\\ \hat{z}=\hat{\boldsymbol{C}}(\theta)\boldsymbol{x}.\end{cases}\tag{14}$$

其中

$$\hat{\boldsymbol{A}}(\theta)=\boldsymbol{A}(\theta)+\boldsymbol{\gamma}^{-2}\boldsymbol{B}(\theta)$$
$$\cdot[\boldsymbol{I}-\gamma^{-2}\boldsymbol{D}^T(\theta)\boldsymbol{D}(\theta)]^{-1}\boldsymbol{D}^T(\theta)\boldsymbol{C}(\theta),$$
$$\hat{\boldsymbol{B}}(\theta)=\boldsymbol{B}(\theta)[\boldsymbol{I}-\gamma^{-2}\boldsymbol{D}^T(\theta)\boldsymbol{D}(\theta)]^{-1/2},$$
$$\hat{\boldsymbol{C}}(\theta)=\boldsymbol{\gamma}^{-1}\boldsymbol{I}+[\boldsymbol{\gamma}^{-2}\boldsymbol{D}(\theta)(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\gamma}^{-2}\boldsymbol{D}^T(\theta)\boldsymbol{D}(\theta))^{-1}$$
$$\cdot\boldsymbol{D}^T(\theta)]^{1/2}\boldsymbol{C}(\theta).$$

由定理 3,对任意 $\theta\in\Lambda$,如果存在矩阵 $\boldsymbol{X}$ 使得

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{E}\geqslant 0,\\ \hat{\boldsymbol{A}}^T(\theta)\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}^T\hat{\boldsymbol{A}}(\theta)+\hat{\boldsymbol{C}}^T(\theta)\hat{\boldsymbol{C}}(\theta)+\\ \qquad\boldsymbol{X}^T\hat{\boldsymbol{B}}(\theta)\hat{\boldsymbol{B}}^T(\theta)\boldsymbol{X}<0.\end{cases}\tag{15}$$

则有 $\|\hat{G}\|_\infty<1$. 直接验证可知(15)式与(7)式相同. 由于 $\|\hat{w}\|-\|\hat{z}\|=\|\tilde{w}\|-\|\tilde{z}\|$,故

有 $\|\tilde{G}\|_\infty < 1$，注意到 $\tilde{z} = \gamma^{-1}z$，可知 $\|G\|_\infty < \gamma$.

2 鲁棒控制

对不确定广义线性变参数系统

$$\begin{cases} E\dot{x} = A(\theta)x + B_1(\theta)w + B_2(\theta)u \\ z = C_1(\theta)x + D_{11}(\theta)w + D_{12}u \\ y = C_2(\theta)x + D_{21}(\theta)w + D_{22}u. \end{cases} \tag{16}$$

不失一般性，假设

(1) $D_{11} = 0, D_{22} = 0$；

(2) D_{12} 列满秩，D_{21} 行满秩.

构造鲁棒控制器

$$\begin{cases} \hat{E}\dot{\xi} = \hat{A}(\theta)\xi + \hat{B}(\theta)y, \\ u = \hat{C}(\theta)\xi + \hat{D}(\theta)y. \end{cases} \tag{17}$$

则在上述控制器作用下闭环系统为

$$\begin{cases} E_c\dot{x}_c = A_c(\theta)x_c + B_c(\theta)w, \\ z = C_c(\theta)x_c + D_c(\theta)w. \end{cases} \tag{18}$$

其中，$x_c = [x^T \quad \xi^T]^T$，$E_c = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & \hat{E} \end{bmatrix}$，

$$A_c(\theta) = \begin{bmatrix} A(\theta) + B_2(\theta)\hat{D}(\theta)C_2(\theta) & B_2(\theta)\hat{C}(\theta) \\ \hat{B}(\theta)C_2(\theta) & \hat{A} \end{bmatrix},$$

$$B_c(\theta) = \begin{bmatrix} B_1(\theta) + B_2(\theta)\hat{D}(\theta)D_{21}(\theta) \\ \hat{B}(\theta)C_2(\theta) \end{bmatrix},$$

$$C_c(\theta) = \begin{bmatrix} C_1(\theta) + D_{12}(\theta)\hat{D}(\theta)C_2(\theta) & D_{12}(\theta)\hat{C}(\theta) \end{bmatrix},$$

$$D_c(\theta) = D_{12}(\theta)\hat{D}(\theta)D_{21}(\theta).$$

定理 5 对系统(16)，存在干扰抑制控制器使得系统容许且 $\|C_c(\theta)(sE_c - A_c(\theta))^{-1}B_c + D_c\| < \gamma$ 的条件是存在 $X \in R^{(n+n_\xi)\times(n+n_\xi)}$，使得

$$\begin{cases} E_c^TX = X^TE_c \geqslant 0, \\ A_c^T(\theta)X + X^TA_c(\theta) + \gamma^{-2}C_c^T(\theta)C_c(\theta) \\ \quad + (X^TB_c(\theta) + \gamma^{-2}C_c^{\ T}(\theta)D_c(\theta)) \\ \quad \cdot (I - \gamma^{-2}D_c^T(\theta)D_c(\theta))^{-1} \\ \quad \cdot (B_c^T(\theta)X + \gamma^{-2}D_c^T(\theta)C_c(\theta)) < 0. \end{cases} \tag{19}$$

为书写方便，令

$$\begin{aligned} &\varphi(X; A(\theta), B(\theta), C(\theta), D(\theta)) \\ &= A^T(\theta)X + X^TA(\theta) + \gamma^{-2}C^T(\theta)C(\theta) + \\ &\quad (X^TB(\theta) + \gamma^{-2}C^T(\theta)D(\theta)) \cdot \\ &\quad (I - \gamma^{-2}D^T(\theta)D(\theta))^{-1} \cdot \\ &\quad (B^T(\theta)X + \gamma^{-2}D^T(\theta)C(\theta)). \end{aligned}$$

定理 6 给定干扰抑制水平 $\gamma > 0$，如果下面条件成立，则不确定广义线性变参数系统(16)的鲁棒控制问题可解.

(1) 对任意 $\theta \in \Lambda$，存在矩阵 $F(\theta) \in R^{m\times n}$，$X \in R^{n\times n}$，使得

$$\begin{cases} E^TX = X^TE \geqslant 0, \\ \varphi(X; A(\theta) + B_2(\theta)F(\theta), B_1(\theta), \\ C_1(\theta), D(\theta)) < 0. \end{cases} \tag{20}$$

(2) 对任意 $\theta \in \Lambda$，存在矩阵 $G(\theta) \in R^{n\times p}$，$Y \in R^{n\times n}$，使得

$$\begin{cases} EY^T = YE^T \geqslant 0, \\ \varphi(Y^T; A(\theta) + G(\theta)C_2(\theta), C_1^T(\theta), B_1^T(\theta), D(\theta)) < 0. \end{cases} \tag{21}$$

(3) 矩阵 X, Y 满足

$$E^T(\gamma^2Y^{-T} - X) \geqslant 0. \tag{22}$$

且输出反馈鲁棒控制器可以构造如下：

$$\begin{cases} \bar{E} = E, \\ \bar{A}(\theta) = A(\theta) + B_2(\theta)\bar{C}(\theta) + \\ \quad \dfrac{1}{\gamma^2}B_1(\theta)B_1^T(\theta)X - \Delta^{-T}\bar{C}^T(\theta)B_2^T(\theta)X + \\ \quad \Delta^{-T}\varphi(X; A(\theta) + \\ \quad B_2(\theta)F(\theta), B_1(\theta), C_1(\theta), D(\theta)), \\ \bar{B}(\theta) = -\gamma^2\Delta^{-T}Y^{-1}G(\theta), \\ \bar{C}(\theta) = F(\theta), \\ \bar{D}(\theta) = D(\theta). \end{cases} \tag{23}$$

式中：$\Delta = \gamma^2Y^{-T} - X$ 为可逆矩阵.

证明 假设式(20)～(22)成立且 Δ 可逆. 选择 $\bar{E} = E$，$X_c = \begin{bmatrix} \gamma^2Y^{-T} & -\Delta \\ -\Delta & \Delta \end{bmatrix}$，则 $E_c^TX_c = X_c^TE_c \geqslant 0$. 令 $\tilde{S} = \begin{bmatrix} I & I \\ 0 & I \end{bmatrix}$，$\bar{S} = \begin{bmatrix} I & \dfrac{1}{\gamma^2}Y\Delta^T \\ 0 & I \end{bmatrix}$，$\tilde{X}_c = \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & \Delta \end{bmatrix}$，$\tilde{T} = \begin{bmatrix} I & \dfrac{1}{\gamma^2}Y^T\Delta \\ 0 & I \end{bmatrix}$，$\bar{X}_c = \begin{bmatrix} \gamma^2Y^{-T} & 0 \\ 0 & * \end{bmatrix}$，$\tilde{A}_c(\theta) = \tilde{S}^{-1}A_c(\theta)\tilde{T}$，$\tilde{B}_c(\theta) = \tilde{S}^{-1}B_c(\theta)$，$\tilde{C}_c(\theta) = C_c(\theta)\tilde{T}$，$\tilde{D}_c(\theta) = 0$. 注意到

$$\begin{bmatrix} \tilde{V}_{11}(\theta) & \tilde{V}_{12}(\theta) \\ \tilde{V}_{13}(\theta) & \tilde{V}_{14}(\theta) \end{bmatrix} = \varphi(\tilde{X}_c, \tilde{A}_c(\theta), \tilde{C}_c(\theta), \tilde{D}_c(\theta)), \tag{24}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{11}(\theta) & \bar{V}_{12}(\theta) \\ \bar{V}_{13}(\theta) & \bar{V}_{14}(\theta) \end{bmatrix} = \varphi(\bar{X}_c, \bar{A}_c(\theta),$$

$$\overline{\boldsymbol{C}}_c(\theta),\overline{\boldsymbol{D}}_c(\theta)). \tag{25}$$

则 $\widetilde{V}_{22}(\theta)=\overline{V}_{11}(\theta)-\widetilde{V}_{11}(\theta)+\widetilde{V}_{12}(\theta)+\widetilde{V}_{12}^{T}(\theta)$ 成立. 进一步,在鲁棒控制器(23)作用下,有

$$\begin{aligned}&\widetilde{\boldsymbol{V}}_{11}(\theta)=\widetilde{\boldsymbol{V}}_{12}(\theta)=\widetilde{\boldsymbol{V}}_{12}^{T}(\theta)\\ &=\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{A}(\theta)+\boldsymbol{B}_2(\theta)\boldsymbol{F},\boldsymbol{B}_1(\theta),\boldsymbol{C}_1(\theta))<0,\end{aligned} \tag{26}$$

$$\overline{\boldsymbol{V}}_{11}(\theta)<0. \tag{27}$$

从而

$$\boldsymbol{\varphi}(\cdot)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}&0\\ \boldsymbol{I}&\boldsymbol{I}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\widetilde{V}_{11}(\theta)&0\\ 0&\overline{V}_{11}(\theta)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}&\boldsymbol{I}\\ 0&\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0. \tag{28}$$

即闭环系统容许且 H_∞ 范数小于 $\boldsymbol{\gamma}$.

3 结论

研究了广义线性变参数系统的鲁棒控制问题. 首先讨论了广义线性变参数系统的容许性和 H_∞ 范数,给出了系统容许和 H_∞ 范数小于给定值的线性矩阵不等式条件. 然后分析了输出反馈鲁棒控制器存在的条件,通过求解代数 Riccati 方程组给出了鲁棒控制器的构造方法.

参考文献:

[1] 沈艳霞, 朱芸, 纪志成. LPV 动态补偿的风能转换系统变桨距控制[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(11): 1282 - 1288.

[2] APKARIAN P, ADAMS R J. Advanced gain-scheduling techniques for uncertain systems[J]. IEEE Transaction on Control Systems Technology, 1998, 6(1): 21 - 31.

[3] 张增辉, 杨凌宇, 申功璋. 高超声速飞行器大包线切换 LPV 控制方法[J]. 航空学报, 2012, 33(9): 1706 - 1716.

[4] YU Jie, SIDERIS A. H_∞ control with parametric Lyapunov functions [J]. Systems & Control Letters, 1997, 30(2): 57 - 69.

[5] FENG Yu, YAGOUBI M, CHEVREL P. H_∞ control with unstable and nonproper weights for descriptor systems[J]. Automatica, 2012(48): 991 - 994.

[6] TAKABA K, MORIHARA N, KATAYAMA T. H_∞ control for descriptor systems-a J-spectral factorization approach[C]. Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control, Lake Buena Vista, FL, 2251 - 2256.

[7] WANG H S, YUNG C F, CHANG F R. Bounded real lemma and H_∞ control for descriptor systems[J]. IEE Proceedings on Control Theory and Applications, 1998, 145(3): 316 - 322.

[8] MASUBUCHI I, KAMITANE Y, OHARA A, et al. H_∞ control for descriptor systems: A matrix inequalities approach[J]. Automatica, 1997, 33(4): 669 - 673.

[9] BARA G I. Robust analysis and control of parameter - dependent uncertain descriptor systems[J]. Systems & Control Letters, 2011, 60: 356 - 364.

Output Feedback Robust Control of Singular Linear Parameter Varying Systems

LI Jian-yong [1], ZHAO Feng [2], CHU Bing [3]

(1. School of Computer and Communication Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450001, China; 2. School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 3. Department of Electronics and Computer Science, University of Southampton, Southampton SO17 1BJ, U. K)

Abstract: Singular linear parameter varying systems (SLPVS) can present the physical systems precisely and are the key to solve the gain-scheduling control. In this paper, the robust performance analysis and robust control of SLPVS is investigated. First, the admission and H_∞ norm of the system is discussed based on the general Lyapunov inequation. The linear matrix inequation conditions are given for the admission and robustness of SLPVS. Then, the existence of robust controller of the system is addressed. The construction of the output feedback robust controller is put forward via solving the algebraic Riccati equations.

Key words: singular linear parameter varying systems, general Lyapunov inequation, admission, H_∞ norm analysis, output feedback robust control