

基于块衰落信道的 turbo 码一致界

张卫党, 王姣姣, 陈泽先

(郑州大学 信息工程学院, 河南 郑州 450000)

摘 要: 块衰落信道是应用广泛的一种信道模型, 它接近无线通信系统特性. 利用一致界技术推导出 turbo 码在块衰落信道中的误比特率上界, 针对不同的分组长度和信噪比进行了仿真, 结果表明, 在分组长度小、高信噪比条件下具有优良的性能, 并与 M&L 界、DS2 界进行比较.

关键词: Turbo 码; 块衰落信道; 一致界

中图分类号: TN918.1 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-6833.2014.01.025

0 引言

由于 Turbo 码的信道容量极限的差错纠正能力^[1], 其性能引起了国际信息论与编码界的广泛关注, Turbo 码的分析与设计成了当前热门的研究课题. Turbo 码在加性白高斯噪声(AWGN)信道下的设计与性能分析已经进行了大量的研究^[2], 在给定信息序列长度和编码速率条件下, 随着信噪比的增加, 不同约束长度的 Turbo 码的性能区别开始增加, 当信噪比较小时, 约束长度小的 Turbo 码的性能要优于约束长度大的 Turbo 码. 对于大多数信道来说, 平稳噪声的 AWGN 信道模型是比较合适的, 而实际的无线传输信道要复杂的多, 传输信号的信道是衰落的, 而且是非平稳的, 其信道增益是一随机过程. 在这种情况下块衰落信道引起了人们的关注, 块衰落信道接近无线通信系统模型, 经常被用来模拟 FH-SS 系统^[3]、TDM 系统、OFDM 系统. 块衰落是处理时间选择性衰落的一种简单方式, 在这个模型中码字被分成 M 块, 每块长为 L , 且增益衰减在每一块中被看成是常量^[4].

在块衰落信道模型中推导码字系统的性能界有很多种方法, 如 M&L 界^[5]、DS2 界^[6]. M&L 界实质上是加拉格界的一个巧妙使用, 但 M&L 界有两个缺点. 第一, 计算度很复杂, 因为牵扯到多维积分; 第二, 对于近遍历块衰落信道, 如果所取分块长度 L 较小, 得不到好的性能界. 而 DS2 界是目前公认的比较好的界, 即使在分块长度 L 较小

的情况下, 它的缺点也是计算度很复杂. 笔者用一致界技术来计算 turbo 码在块衰落中的性能界. 笔者首先建立系统模型, 然后推导出 Turbo 码在块衰落信道中的一致界, 并针对不同的分块长度 L , 特别是 L 较小的情况进行仿真, 然后与 M&L 界、DS2 界进行比较.

1 系统模型

图 1 给出了系统模型. 发送端包括编码器、一个随机交织器和调制器. 输入的信息比特经过编码, 变成码率为 R_c 的二进制线性分组码 C' , 其中 $R_c = K/N$, K 和 N 分别表示输入和输出比特长度. 然后再进行信道交织, 经过交织的分组码可以被看做分组码 C , 它仍然是线性的. 为了简便起见, 这里只考虑二进制相移键控调制(BPSK). 在块衰落信道中, 第 j 个传输信号 s_j 经过信道后可得到^[6]:

$$y_j = \tilde{\alpha}_m \sqrt{\gamma_s} s_j + \tilde{z}_j, \quad (j = 0, 1, \dots, N-1; m = 0, 1, \dots, M-1).$$

式中: 高斯变量 $\tilde{\alpha}_m$ 为信道增益, 在每一块中被看做常量, 且在各块中的变化是相互独立的; \tilde{z}_j 是均值为零的加性高斯噪声, 方差 $E\{|\tilde{z}_j|^2\} = 1$; $\gamma_s = E_s/N_0 = R_c \cdot E_b/N_0$, 表示信噪比(SNR). 假设码字总长度为 N , 在块衰落信道中被分为 M 块, 那么每块中的码字长度为 $L = N/M$.

令 $\tilde{\alpha} = (\tilde{\alpha}_0, \tilde{\alpha}_1, \dots, \tilde{\alpha}_{M-1})^T$ 表示信道增益的列向量, 那么 $\tilde{\alpha}$ 的概率密度函数为

收稿日期:2013-10-11; 修订日期:2013-11-05

基金项目:河南省教育厅自然科学研究项目(2010B510020)

作者简介:张卫党(1958-), 男, 河南郑州人, 郑州大学教授, 主要从事信道编码研究, E-mail:iewdzhang@zzu.edu.cn.

$$f(\tilde{\alpha}) = \frac{1}{\pi^M} \exp(-|\tilde{\alpha}|^2) = \frac{1}{\pi^M} \exp(-\tilde{\alpha}^H \tilde{\alpha}). \quad (2)$$

这里 $(\cdot)^H$ 表示厄米特转置.

笔者假设采用相关检测,因此,复杂的信道模型可以被简化成下边的实信道模型

$$y_j = \alpha_m \sqrt{2\gamma_s} s_j + z_j. \quad (3)$$

式中: $y_j = R(\sqrt{2} \tilde{r} \cdot \tilde{\alpha}_m^* / |\tilde{\alpha}_m|)$, $R(x)$ 为 x 的实部, $(x)^*$ 为 x 的共轭, z_j 为高斯噪声的实部,并且 $\alpha_m = |\tilde{\alpha}_m|$ 的概率密度函数为

$$p(\alpha_m) = 2\alpha_m \exp(-\alpha_m^2), \alpha_m \geq 0. \quad (4)$$

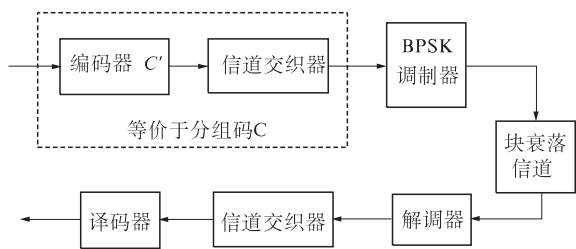


图1 系统模型

Fig.1 System model

2 公式推导

这部分,将利用一致界技术推导出turbo码在块衰落信道中的误比特率.对于turbo码来说假设有 k 个输入比特,那么它的比特错误概率的上界为^[7]

$$p_b \leq \frac{1}{k} \sum_{d=d_{\min}}^N w_d p(d). \quad (5)$$

式中: d_{\min} 为码字的最小距离; $p(d)$ 为非条件成对错误概率,假设传输的为全零码字,那么在接收端收到的是码重为 d 的码字的概率,即 $p(d)$; $w_d = \sum_{i=1}^N i A_{i,d}$ 是输出码重为 d 的码字个数,其中 $A_{i,d}$ 表示输入重量为 i 而输出重量为 d 的码字个数.在有交织器的情况下求码重分布是很困难的,所以在这里我们采用均匀交织.下面就着重分析在块衰落信道下的非条件成对概率 $p(d)$.

在块衰落信道下, $p(d)$ 即为 d 个非零比特在 M 个衰落块中的分布函数.这里定义 f_v 为码重是 v 的衰落块数,并令 $w = \min(L, d)$,那么衰落块的重量分布为 $f = \{f_v\}_{v=0}^w$,则

$$\begin{cases} M = \sum_{v=0}^w f_v; \\ d = \sum_{v=1}^w v f_v. \end{cases} \quad (6)$$

令 $F = M - f_0$,表示重量非零的块数.

那么, $p(d)$ 可表示成

$$p(d) = \sum_{L=\lfloor d/m \rfloor}^d \sum_{f_1=0}^{F_1} \sum_{f_2=0}^{F_2} \cdots \sum_{f_w=0}^{F_w} P_u(d|f) p_d(f). \quad (7)$$

其中:

$$F_v = \min \left\{ F - \sum_{r=1}^{v-1} f_r, \frac{d - \sum_{r=1}^{v-1} r f_r}{v} \right\}, 1 \leq v \leq w. \quad (8)$$

$$p_d(f) = \frac{\binom{L}{1}^{f_1} \binom{L}{2}^{f_2} \cdots \binom{L}{w}^{f_w}}{\binom{LM}{d}} \cdot \frac{M!}{f_0! f_1! \cdots f_w!}. \quad (9)$$

式中: $p_d(f)$ 表示有 d 个非零比特在 M 个衰落块中的分布概率.

下面着重求 $p_u(d|f)$,首先要利用在 $\tilde{\alpha}$ 条件下,码字 \mathbf{c} 被译为 $\hat{\mathbf{c}}$ 的条件成对错误概率 $p_c(d|f)$.

$$p_c(d|f) = Q \left(\sqrt{\frac{\gamma_s}{2}} d_E^2(\mathbf{c}, \hat{\mathbf{c}} | \tilde{\alpha}) \right). \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } d_E^2(\mathbf{c}, \hat{\mathbf{c}} | \tilde{\alpha}) &= \sum_{m=0}^{M-1} |\tilde{\alpha}_m|^2 \sum_{l=0}^{L-1} |s_{mL+l} - \hat{s}_{mL+l}|^2 \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} 4 |\tilde{\alpha}_m|^2 h_m = 4 \tilde{\alpha}^H D(\mathbf{h}) \tilde{\alpha}. \end{aligned} \quad (11)$$

$\mathbf{h} = (h_0, h_1, \dots, h_{M-1})^T$, $D(\mathbf{h}) = \text{diag}(h_0, h_1, \dots, h_{M-1})$; h_m 表示在第 m 个衰落块中码字 \mathbf{c} 与 $\hat{\mathbf{c}}$ 之间的汉明距离.其中^[8],

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left(-\frac{x^2}{2 \sin^2 \theta} \right) d\theta. \quad (12)$$

对 $\tilde{\alpha}$ 的所有情况取均值即可求得 $P_u(d|f)$,

$$P_u(d|f) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \prod_{v=0}^w \left(1 + \frac{\gamma_s}{\sin^2 \theta} h_m \right)^{-f_v} d\theta. \quad (13)$$

将公式(13)代入公式(7)中,即可得到 $p(d)$,最后将 $p(d)$ 代入公式(5)中即可得到误比特率.

3 仿真结果及分析

笔者对turbo码在块衰落信道下的一致界进行了估算.采用码率为1/3的turbo码、BPSK调制和ML译码,并对不同的分块长度 L 进行估算.在高信噪比情况下,低码重的分布决定了码字的性能,所以笔者只考虑码重低于22的情况.

图2给出了 $L=2, 4$ 这两种情况下的一致界和仿真结果.从图2系列结果可以看出:在信噪比较小的情况下,得不到较好的界,这是因为在低信噪比下,码字性能由高、低码重分布共同决定,而笔者只考虑了低码重部分,但是随着信噪比的增

加,计算得到的一致界渐渐接近仿真结果. 并且对于不同的分块长度 L ,其结果也不一样, $L = 2$ 时得到的性能界要好于 $L = 4$ 的情况,并且分块长度越小得到的界也越好,因为分块长度越小,越接近实际情况,计算越精确,得到的一致界也越接近仿真结果.

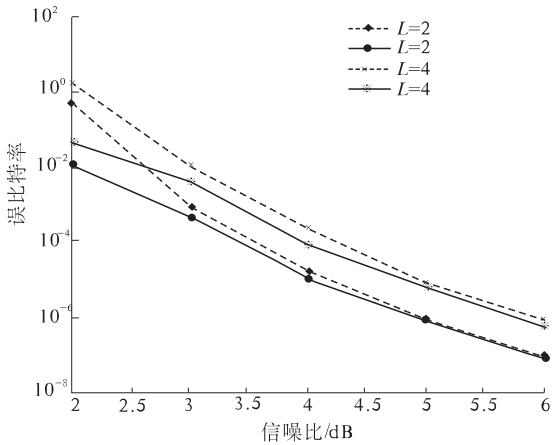


图2 码率为 1/3 的 turbo 码在
分块长度 $L = 2,4$ 时的一致界
Fig.2 The union bound of a rate-1/3
Turbo code with block lengths $L = 2,4$

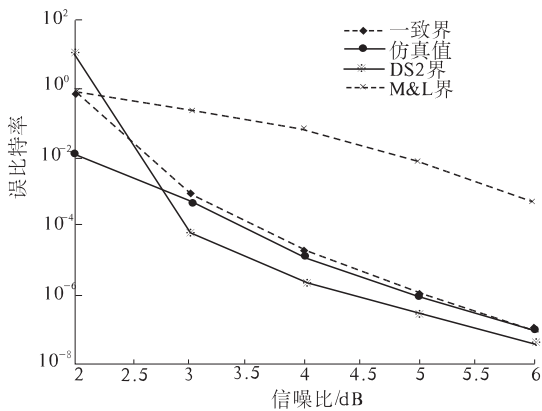


图3 码率为 1/3 的 turbo 码在块衰落信道下
的一致界与 M&L 界、DS2 界的比较
Fig.3 Comparison of the M&L bound、DS2 bound
and union bound for the rate-1/3 Turbo code

在图 3 中,采用码率为 1/3 的 turbo 码、BPSK 调制和 ML 译码,在块衰落信道中对一致界和 M&L 界、DS2 界进行了比较.从图中可以得出一致界要明显好于 M&L 界,因为在分块长度 L 较小的情况下得不到很好的 M&L 界,而 DS2 界有个迅速下降的“瀑布区”(即误比特率有一个迅速下降的区域),然后变成“错误平层”(误比特率曲线趋于平缓),一致界随着信噪比的增加也迅速下

降,但没有 DS2 界那么明显.然而在高信噪比下两条界之间的差距在慢慢缩小.

4 结论

笔者推算出了 turbo 码在块衰落信道下的一致界,一致界的计算度并不复杂.并就不同的分块长度和信噪比情况对结果进行了仿真.从结果得出在码率、调制和译码方法一样的情况下,当分块长度 L 越小计算出来的一致界越好,并随着 L 的增加,差距也会增加.与 M&L 界、DS2 界比较的结果表明,一致界要明显好于 M&L 界,但却没有 DS2 界下降速度快,但是随着信噪比的增加,两者的差距在不断缩小,并且一致界的计算度最简单.所以一致界算法在块衰落信道下是有一定优势的,特别是在分块长度 L 较小的情况下.

参考文献:

[1] SHANNON C E. A Mathematical theory of communication [J]. Bell System Technical Journal, 1948, 27 (7):379-423,623-656.

[2] ABHISHEK K S, CHAKRABARTI S. Performance evaluation of asymmetric turbo codes using log-MAP decoding technique[C]//Devices and Communications. Mesra, 2011.

[3] STARK W E. Coding for frequency-hopped spread-spectrum communication with partial band interference-Part I: Capacity and cutoff rate [J]. IEEE Trans. Commun., 1985,33(10): 1036-1044

[4] ASYHARI A T,FABREGAS A G I. Nearest neighbor decoding in MIMO block-fading channels with imperfect CSIR [J]. IEEE Trans. Inf. Theory, 2012, 58 (3):1483-1517.

[5] SRINIDHI N, DATTA T, CHOCKALINGAM A,et al. Layered tabu search algorithm for large-MIMO detection and a lower bound on ML performance[J]. IEEE Trans. on Commun.,2011,59(11):2955-2963.

[6] DUMAN T M SALEHI M. New performance bounds for turbo codes[J]. IEEE Trans Commun., 1998,46 (6): 717-723.

[7] WU Xiao-fu. XIANG Hai-ge. New gallager bounds in block-fading channels[J]. IEEE Trans. Inf. Theory, 2007,53(2):684-694.

[8] SIMON M K, ALLUINI M S. Digital Communication Over Fading Channels[M]. New York:Wiley, 2000.

Union Bound of Turbo Codes on Block-Fading Channels

ZHANG Wei-dang, WANG Jiao-jiao, CHEN Ze-xian

(School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Block-Fading is a popular channel model that approximates the behavior of different wireless communication systems. In this paper, we propose the upper bound on the error performance of Turbo codes over block-fading channel by employing union bound techniques, several simulations are conducted with different block sizes and different SNRs on block-fading channels. The simulation results show that Turbo codes have good performance with small block size and high SNR, and comparisons with the M&L bound and the DS2 bound were made.

Key words: Turbo code; block-fading channel; union bound

(上接第 84 页)

[8]

STOECKLI F, CENTENO T A, FUERTES A B, et al. Porous structure of polyarylamide-based activated carbon fibres[J]. Carbon, 1996, 34(10): 1201 – 1206.

[9]

YATES M, BLANCO J, AVILA P, et al. Honeycomb monoliths of activated carbons for effluent gas purification[J]. Microporous and Meso-porous Materials, 2000, 37(1/2): 201 – 208.

[10]

LOZANO-CASTELL D, CAZORLA-AMOR S D, LINARES-SOLANO A. Activated carbon monoliths for methane storage. Influence of binder [J]. Carbon, 2002, 40(15): 2817 – 2825.

[11]

程晓波,尹柄奎. 污泥碳化制备活性炭[J]. 化工环保, 2010, 430(5): 446 – 448.

[12]

张高生,曲久辉,刘会娟,等. 活性炭/铁氧化物磁性复合吸附材料的制备及去除水中酸性橙 II 的研究[J]. 环境科学学报, 2006, 26(11): 1763 – 1768.

[13]

QIU Yu-ping, CHENG Hai-yan, CHAO Xu, et al. Surface characteristics of crop-residue-derived black carbon and lead(II) adsorption[J]. Water Research, 2008, 42(3): 567 – 574.

The Preparation and Analysis of Shaped Magnetic Sludge Activated Carbon

XU Zheng-tan, LIU Xin-zhong

(College of Ecological Environment and Urban Construction, Fujian University of Technology, Fuzhou 350108, China)

Abstract: A kind of shaped magnetic sludge activated carbon was prepared via ZnCl₂ activation-tubular furnace pyrolysis, activated carbon/iron oxide co-precipitation and module-shaped technics. The optimization of preparation process, as well as the micromorphology and properities of the activated carbon materials, was investigated by orthogonal experiments, BET, SEM, IR and magnetization measurements. The experimental results showed that the iodine number and specific surface area of sludge activated carbon were over 330 mg/g and 300 m²/g at ZnCl₂ concentration 3 mol/L, reaction time 2 h, temp. 650 ℃, and liquid-solid ratio 2: 1. Because the magnetic sludge activated carbon could be easily removed from the medium by a simple magnetic procedure, it was expected to have a fine application prospect.

Key words: sludge; activation; activated carbon; shaped; magnetic