文章编号:1671 - 6833(2014)05 - 0049 - 05

区间值犹豫模糊 WOWA 算子及其在决策中的应用

蔡丽娜[1,2], 陈树伟[1], 周 威[1], 黄海滨[2], 梁 玉[1]

(1. 郑州大学 电气工程学院,河南 郑州 450001;2. 国电蚌埠发电有限公司,安徽 蚌埠 233411)

摘 要: 为了对以区间值犹豫模糊集形式表达的决策信息进行有效融合,基于区间值犹豫模糊集和 WOWA(Weighted Ordered Weighted Average)算子的特性,定义了一种区间值犹豫模糊 WOWA 算子,该算子不仅考虑数据自身的重要性,而且考虑数据排序后所在位置的重要性,因此,能够考虑更多的决策信息. 然后,讨论了区间值犹豫模糊 WOWA 算子的性质,并给出了一种基于区间值犹豫模糊 WOWA 算子的群决策方法. 最后,用实例验证了该算子和决策方法的有效性和正确性.

关键词: 区间值犹豫模糊集;WOWA 算子;决策

中图分类号: TP3;C934 **文献标志码**: A doi:10.3969/j. issn. 1671 - 6833. 2014. 05. 012

0 引言

为了有效刻画决策中的模糊不确定性,专家学者相继给出了几种模糊集. 传统模糊集[1]用[0,1]上的一个单值来表示元素对集合的隶属度,直觉模糊集[2]用隶属度、非隶属度和犹豫度表示元素的隶属函数,模糊多重集[3]允许元素多次出现,犹豫模糊集[4]允许以[0,1]中几个可能值的集合的形式表示元素对集合的隶属程度. 有时专家在给出评价信息时,通常在几个可能的区间值之间犹豫. 如工厂选址中,由于某备选方案位置的特殊性,导致专家在对该方案位置属性评价时难以用精确的数值表示,而是在区间数[0.4,0.5]和[0.7,0.8]之间犹豫不决,此时,就可以用{[0.4,0.5],[0.7,0.8]}这种区间值犹豫模糊集[5-6]的形式来表达专家的评价信息,从而对这种模糊不确定性决策问题进行有效刻画,并在一定程度上避免了评价中的信息损失.

为了对以区间值犹豫模糊集形式表达的决策信息进行有效处理,需对它的信息融合方式进行研究. 聚合算子是种强大的信息融合工具,常用的有加权平均(Weighted Average, WA)算子[7],有序加权平均(Ordered Weighted Average, OWA)算子[8],加权有序加权平均(Weighted Ordered Weighted Average, WOWA)算子[9-10]等. 其中,WOWA 算子有效结合了 WA 算子和 OWA 算子的优点,考虑数据本身的重要性,且考虑数据排序后所在位置的重要性有更好的特性. 因此,基于区间值犹豫模糊集和 WOWA 算子,笔者给出一种区间值犹豫模糊 WOWA 算子,讨论它的性质,并给出一种基于区间值犹豫模糊 WOWA 算子的群决策模型,最后用实际决策问题对其进行验证.

1 基础知识

定义 2.1[5-6]:设 X 为一参考集,则关于 X 的区间值犹豫模糊集为

$$\tilde{E} = \{ < x, \tilde{h}_{\tilde{E}}(x) > | x \in X \}, \qquad (1)$$

式中:$\tilde{h} = \tilde{h}_{\tilde{E}}(x)$ 为区间值犹豫模糊元素,表示集合 X 中的元素 x 隶属于 $\tilde{E}$ 的可能区间数的集合,且这些可能区间数都是[0,1]的子集.

区间值犹豫模糊集也可由区间值模糊集的隶属函数的并的形式来定义.

定义 2.2[5]:令 $\gamma_i (i = 1,2,\cdots,n)$ 为区间值隶属函数,$\tilde{M} = \{\gamma_1, \gamma_2, \cdots, \gamma_n\}$ 为它们的集合,则称 $\tilde{h}_{\tilde{M}} : \tilde{h}_{\tilde{M}}(x) = \cup_{\gamma \in \tilde{M}} \{\gamma(x)\}$ 为由集合 $\tilde{M}$ 诱导得到的区间值犹豫模糊集.

区间值犹豫模糊集的思想是:其允许某一对

收稿日期:2014 - 03 - 20;**修订日期**:2014 - 05 - 10

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61175055);教育部高校博士点专项科研基金资助项目(20114101110005)

通信作者:陈树伟(1977 -),男,河南新乡人,博士,研究方向:模糊控制与决策近似推理;E-mail:swchen@zzu.edu.cn.

象隶属于集合的程度以几个可能区间值的集合的形式表示,比犹豫模糊集更能对决策中的不确定性进行有效刻画,并防止决策中的信息损失.

定义 2.3[5]:设 $\tilde{h}_1(x)$ 和 $\tilde{h}_2(x)$ 为两个区间值犹豫模糊元素. 且, $\tilde{h}_1(x)=\{\gamma_1(x)\mid\gamma_1(x)\in\tilde{h}_1(x)\}$, $\tilde{h}_2(x)=\{\gamma_2(x)\mid\gamma_2(x)\in\tilde{h}_2(x)\}$,则有以下运算:

(1) $(\tilde{h}_1(x))^c=\{(\gamma_1(x))^c\mid\gamma_1(x)\in\tilde{h}_1(x)\}$;

(2) $\lambda\tilde{h}_1(x)=\{\lambda\gamma_1(x)\mid\gamma_1(x)\in\tilde{h}_1(x)\}$;

(3) $\tilde{h}_1(x)\oplus\tilde{h}_2(x)=\{\gamma_1(x)+\gamma_2(x)-\gamma_1(x)\cdot\gamma_2(x)\mid\gamma_1(x)\in\tilde{h}_1(x),\gamma_2(x)\in\tilde{h}_2(x)\}$.

其中, $\lambda>0$.

定义 2.4[5]:对于一个区间值犹豫模糊元 $\tilde{h}(x)=\{\gamma(x)\mid\gamma(x)\in\tilde{h}(x)\}$, m 为 $\tilde{h}(x)$ 中区间数的个数,则它的得分函数和偏差函数分别为

$$s(\tilde{h}(x))=\frac{\sum_{\gamma(x)\in\tilde{h}(x)}((\gamma(x))^-+(\gamma(x))^+)}{\#2m}, \tag{2}$$

$$e(\tilde{h}(x))=\left[\frac{1}{m}\sum_{\gamma(x)\in\tilde{h}(x)}\left(\frac{(\gamma(x))^-}{2}+\frac{(\gamma(x))^+}{2}-s(\tilde{h}(x))\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{3}$$

由得分函数和偏差函数得到两区间值犹豫模糊元素的比较法则. 对于 $\tilde{h}_1(x)$ 和 $\tilde{h}_2(x)$ 2个区间值犹豫模糊元素, $s(\tilde{h}_1(x))$ 和 $s(\tilde{h}_2(x))$ 是 $\tilde{h}_1(x)$ 和 $\tilde{h}_2(x)$ 的得分函数, $e(\tilde{h}_1(x))$ 和 $e(\tilde{h}_2(x))$ 是 $\tilde{h}_1(x)$ 和 $\tilde{h}_2(x)$ 的偏差函数,则有

(1) $s(\tilde{h}_1(x))<s(\tilde{h}_2(x))$,则 $\tilde{h}_1(x)<\tilde{h}_2(x)$;

(2) $s(\tilde{h}_1(x))>s(\tilde{h}_2(x))$,则 $\tilde{h}_1(x)<\tilde{h}_2(x)$;

(3) $s(\tilde{h}_1(x))=s(\tilde{h}_2(x))$,且 $e(\tilde{h}_1(x))<e(\tilde{h}_2(x))$,则 $\tilde{h}_1(x)>\tilde{h}_2(x)$;

(4) $s(\tilde{h}_1(x))=s(\tilde{h}_2(x))$,且 $e(\tilde{h}_1(x))>e(\tilde{h}_2(x))$,则 $\tilde{h}_1(x)<\tilde{h}_2(x)$;

(5) $s(\tilde{h}_1(x))=s(\tilde{h}_2(x))$,且 $e(\tilde{h}_1(x))=e(\tilde{h}_2(x))$,则 $\tilde{h}_1(x)\approx\tilde{h}_2(x)$.

2 区间值犹豫模糊 WOWA 算子

定义 3.1:设 $\tilde{h}_1,\tilde{h}_2,\cdots,\tilde{h}_n$ 为区间值犹豫模糊元素, $\boldsymbol{p}$ 和 $\boldsymbol{w}$ 为两 n 维权向量,其中, $0\leqslant\boldsymbol{p}_i\leqslant1$,且 $\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{p}_i=1$, $0\leqslant\boldsymbol{w}_i\leqslant1$,且 $\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{w}_i=1$,则定义 IVHFWOWA 算子为

$$f_{\mathrm{IVHFWOWA}}(\tilde{h}_1,\tilde{h}_2,\cdots,\tilde{h}_n)+\bigoplus_{i=1}^{n}(\boldsymbol{\omega}_i\tilde{h}_{\sigma(i)})+\left\{\left[1-\prod_{i=1}^{n}(1-\gamma_{\sigma(i)}^-)^{\omega_i},1-\prod_{i=1}^{n}(1-\gamma_{\sigma(i)}^+)^{\boldsymbol{\omega}_i}\right]\,\middle|\,\gamma_{\sigma(1)}\in\tilde{h}_{\sigma(1)},\gamma_{\sigma(2)}\in\tilde{h}_{\sigma(2)},\cdots,\gamma_{\sigma(n)}\in\tilde{h}_{\sigma(n)}\right\}.$$

式中: $f_{\mathrm{IVHFWOWA}}(\tilde{h}_1,\tilde{h}_2,\cdots,\tilde{h}_n)$ 为 $\tilde{H}^n\to\tilde{H}$ 的映射; $\tilde{h}_{\sigma(i)}$ 为第 i 大的区间值犹豫模糊元素; $\boldsymbol{\omega}=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm{T}}$ 为 IVHFWOWA 算子的权向量, $\boldsymbol{\omega}_i=w^*\left(\sum_{j\leqslant i}p_{\sigma(j)}\right)-w^*\left(\sum_{j<i}p_{\sigma(j)}\right)$, w^* 是在点 $(0,0)$ 和点 $\left(\frac{i}{n},\sum_{j=1}^{j\leqslant i}w_j\right)$ 之间插值得到的单调增函数.

IVHFWOWA 算子的相关权向量 $\boldsymbol{\omega}$ 由 $\boldsymbol{p}$ 和 $\boldsymbol{w}$ 计算获得,向量 $\boldsymbol{p}$ 考虑数据自身的重要性, $\boldsymbol{w}$ 考虑数据排序后位置的重要性. 因此,IVHFWOWA 算子能够考虑更多的信息,具有更好的特性.

研究 IVHFWOWA 算子,得到下面的定理.

定理 3.1:令 $f_{\mathrm{IVHFWOWA}}(\tilde{h}_1,\tilde{h}_2,\cdots,\tilde{h}_n)$ 是一个 IVHFWOWA 算子,且, $\boldsymbol{p}=(p_1,p_2,\cdots,p_n)^T$ 和 $\boldsymbol{w}=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^T$ 为 n 维权向量,则有

(1) $f_{\mathrm{IVHFWOWA}}(\tilde{h}_1,\tilde{h}_2,\cdots,\tilde{h}_n)$ 的相关权向量 $\boldsymbol{\omega}$ 满足 $\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\omega}_i=1$.

(2) 对于 $i=1,2,\cdots,n$,如果 $\boldsymbol{p}_i=\frac{1}{n}$, $\boldsymbol{w}_i\neq0$,且 $(\tilde{h}'_1,\tilde{h}'_2,\cdots,\tilde{h}'_n)$ 为 $(\tilde{h}_1,\tilde{h}_2,\cdots,\tilde{h}_n)$ 的任意置换,则有 $f(\tilde{h}_1,\tilde{h}_2,\cdots,\tilde{h}_n)=f(\tilde{h}'_1,\tilde{h}'_2,\cdots,\tilde{h}'_n)$.

(3) $\boldsymbol{w}=\left(\frac{1}{n},\frac{1}{n},\cdots,\frac{1}{n}\right)^{\mathrm{T}}$ 时,IVHFWOWA 算子退化为只与权向量 $\boldsymbol{p}$ 相关的区间值犹豫模糊

WA 算子;$p = \left(\frac{1}{n},\frac{1}{n},\cdots,\frac{1}{n}\right)^{T}$ 时,退化为只与权向量 w 相关的区间值犹豫模糊 OWA 算子.

(4)当两权向量 $p = w = (\frac{1}{n},\frac{1}{n},\cdots,\frac{1}{n})^{T}$ 时,IVHFWOWA 算子退化为区间值犹豫模糊算术平均算子:$f_{\mathrm{IVHFA}}(\tilde{h}_1,\tilde{h}_2,\cdots,\tilde{h}_n) = \frac{1}{n}\bigoplus_{i=1}^{n}(\tilde{h}_i)$.

(5)当 $\omega = (1,0,0,\cdots,0)^{T}$ 时,IVHFWOWA 算子退化为区间值犹豫模糊最大算子:IVHFMAX$(\tilde{h}_1,\tilde{h}_2,\cdots,\tilde{h}_n) = \max_{1\leqslant i\leqslant n}(\tilde{h}_i) = \tilde{h}_{\sigma(1)}$.

(6)当 $\omega = (0,0,\cdots,1)^{T}$ 时,退化为区间值犹豫模糊最小算子:IVHFMIN$(\tilde{h}_1,\tilde{h}_2,\cdots,\tilde{h}_n) = \min_{1\leqslant i\leqslant n}(\tilde{h}_i) = \tilde{h}_{\sigma(n)}$.

(7)若$(\tilde{h}'_1,\tilde{h}'_2,\cdots,\tilde{h}'_n)$和$(\tilde{h}_1,\tilde{h}_2,\cdots,\tilde{h}_n)$为任意两区间值犹豫模糊元素组,$\gamma_i \in \tilde{h}_i$,$\tilde{\gamma}'_i \in \tilde{h}'_i, i = 1,2,\cdots,n$,且满足 $\gamma_i^- \leqslant (\gamma'_i)^-$,$\gamma_i^+ \leqslant (\gamma'_i)^+$,则有 $f_{\mathrm{IVHFWOWA}}(\tilde{h}_1,\tilde{h}_2,\cdots,\tilde{h}_n) \leqslant f_{\mathrm{IVHFWOWA}}(\tilde{h}'_1,\tilde{h}'_2,\cdots,\tilde{h}'_n)$.

3　基于 IVHFWOWA 算子的决策方法

给出一种多属性群决策问题的描述,并给出基于 IVHFWOWA 算子的群决策方法. 一个多属性群决策问题可以描述如下.

设有 m 个方案 $\tilde{A} = \{\tilde{A}_1,\tilde{A}_2,\cdots,\tilde{A}_m\}$,$n$ 个属性评价指标 $X = \{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$,属性权向量为 $\omega = (\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{T}$,满足 $0\leqslant\omega\leqslant1$,且 $\sum_{i=1}^{n}\omega_i = 1$. t 个专家 $E_s(s = 1,2,\cdots,t)$参与决策,专家权向量为 $e = (e_1,e_2,\cdots,e_s)^{T}$,专家 $E_s(s = 1,2,\cdots,t)$对 $\tilde{A}_i(i = 1,2,\cdots,m)$在 $x_j(j = 1,2,\cdots,n)$下的评价信息为$(\tilde{h}_{\tilde{A}_1}(x_1))^{(s)}$. 各专家提供的评价矩阵 $\tilde{H}^{(s)}(s = 1,2,\cdots,t)$如表 1 所示.

表 1　评价矩阵 $\tilde{H}^{(s)}(s = 1,2,\cdots,t)$

Tab.1　The evaluation matrix $\tilde{H}^{(s)}(s = 1,2,\cdots,t)$

	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$\tilde{A}_1$	$(\tilde{h}_{\tilde{A}_1}-(x_1))^{(s)}$	$(\tilde{h}_{\tilde{A}_1}-(x_2))^{(s)}$	$\cdots$	$(\tilde{h}_{\tilde{A}_1}(x_n))^{(s)}$
$\tilde{A}_2$	$(\tilde{h}_{\tilde{A}_2}-(x_1))^{(s)}$	$(\tilde{h}_{\tilde{A}_2}-(x_2))^{(s)}$	$\cdots$	$(\tilde{h}_{\tilde{A}_2}(x_n))^{(s)}$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$\tilde{A}_m$	$(\tilde{h}_{\tilde{A}_m}-(x_1))^{(s)}$	$(\tilde{h}_{\tilde{A}_m}-(x_2))^{(s)}$	$\cdots$	$(\tilde{h}_{\tilde{A}_m}(x_n))^{(s)}$

(1)化评价矩阵 $\tilde{H}^{(s)}(s = 1,2,\cdots,t)$为标准化评价矩阵 $B^{(s)} = (b_{ij}^{(s)})_{m\times n}(s = 1,2,\cdots,t)$. 对于效益型属性,评价信息值越大越好. 成本性属性,则越小越好,因此需对成本型属性的评价信息求补集以此来标准化.

(2)用 IVHFWOWA 算子把 t 个单人决策矩阵 $B^{(s)} = (b_{ij}^{(s)})_{m\times n}(s = 1,2,\cdots,t)$整理为综合评价矩阵 $B = (b_{ij})_{m\times n}$. 其中,$B^{\sigma(s)}$表示$(b_{ij}^{\sigma(s)})_{m\times n}$,$b_{ij}^{\sigma(s)}$表示 $b_{ij}^{(s)}(s = 1,2,\cdots,t)$中第 s 大的区间值犹豫模糊元素,$b_{ij} = f_{\mathrm{IVHFWOWA}}(b_{ij}^{\sigma(1)},b_{ij}^{\sigma(2)},\cdots,b_{ij}^{\sigma(t)}) = \bigoplus_{s=1}^{t}\omega'_s b_{ij}^{\sigma(s)}$, $i = 1,2,\cdots,m$, $j = 1,2,\cdots,n$, $p = e$, w^* 是在点$(0,0)$和点 $\left(\frac{s}{n},\sum_{j=1}^{j\leqslant s}w_j\right)$,$(s = 1,2,\cdots,t)$之间插值得到的单调增函数,$\omega'_s = w^*\left(\sum_{y=1}^{y\leqslant s}p_{\sigma(y)}\right) - w^*\left(\sum_{y=1}^{y<s}p_{\sigma(y)}\right)$, $s = 1,2,\cdots,t$, $\omega' = (\omega'_1,\omega'_2,\cdots,\omega'_t)^{T}$ 为 $f_{\mathrm{IVHFWOWA}}(b_{ij}^{\sigma(1)},b_{ij}^{\sigma(2)},\cdots,b_{ij}^{\sigma(t)})$的相关权向量.

(3)用 IVHFWOWA 算子对 $B = (b_{ij})_{m\times n}$中第 $i(i = 1,2,\cdots,m)$行中的 $b_{ij}(j = 1,2,\cdots,n)$进行信息融合,得到 $A_i(i = 1,2,\cdots,m)$的综合属性 $b_i(i = 1,2,\cdots,m)$,$b_i = f_{\mathrm{IVHFWOWA}}(b_{i1},b_{i2},\cdots,b_{in}) = \bigoplus_{j=1}^{n}\omega''_j b_{i\sigma(j)}$.

式中:$i = 1,2,\cdots m, j = 1,2,\cdots,n$, $p = \omega = (\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{T}$, $\omega'' = (\omega''_1,\omega''_2,\cdots,\omega''_t)^{T}$ 为 $f_{\mathrm{IVHFWOWA}}(b_{i1},b_{i2},\cdots,b_{in})$的相关权向量,$\omega''_j = w^{**}\left(\sum_{x=1}^{x\leqslant j}p_{\sigma(x)}\right) - w^{**}\left(\sum_{x=1}^{x<j}p_{\sigma(x)}\right)$, $j = 1,2,\cdots,n$, w^{**} 是在点$(0,0)$

和点$\left(\frac{j}{n},\sum_{x=1}^{x<j}\omega'_j\right)$,$(j=1,2,\cdots,n)$之间插值得到的单调增函数,$b_{i\sigma(j)}$为$B$中第$i(i=1,2,\cdots,m)$行中第$j$大区间值犹豫模糊元素.

根据定义2.4对每个方案的综合属性信息b_i $(i=1,2,\cdots,m)$进行大小比较,排序越靠前表明该方案的综合属性值越高,该方案越好.

4　实例分析

某公司由于生产需要,需要采购机器.有3个厂商$\tilde{A}_i(i=1,2,3)$可供选择,公司请4名专家E_s $(s=1,2,3,4)$来参与决策,指定了价格(x_1),质量(x_2),售后服务(x_3)和厂商信誉(x_4) 4个属性作为评价指标.属性权向量和专家权向量分别为$\boldsymbol{\omega}=(0.2,0.25,0.25,0.3)^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{e}=(0.3,0.2,0.3,0.2)^{T}$.试选出最佳厂商.4个专家给出的评价矩阵如表2,表3,表4和表5所示:

其中,$\boldsymbol{\omega}'=(0.18,0.32,0.42,0.08)^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{\omega}''=(0.08,0.325,0.415,0.18)^{\mathrm{T}}$,$\tilde{A}_i(i=1,2,3)$的综合属性$b_i(i=1,2,3)$的得分函数分别为:$s(b_1)=0.8149$,$s(b_2)=0.7346$,$s(b_3)=0.6907$.

因此,$s(b_1)>s(b_2)>s(b_3)$,即,厂商$\tilde{A}_1$的综合评价值最高,是最佳选择.

表2　专家E_1给出的评价矩阵$\tilde{H}^{(1)}$

Tab.2　The evaluation matrix $\tilde{H}^{(1)}$ given by expert E_1

	x_1	x_2	x_3	x_4
$\tilde{A}_1$	{[0.4,0.5]}	{[0.5,0.6]}	{[0.3,0.4],[0.5,0.6],[0.5,0.7]}	{[0.6,0.8],[0.7,0.8]}
$\tilde{A}_2$	{[0.4,0.6],[0.5,0.7]}	{[0.6,0.8]}	{[0.2,0.3]}	{[0.5,0.7]}
$\tilde{A}_3$	{[0.6,0.7]}	{[0.7,0.9]}	{[0.5,0.5]}	{[0.5,0.6],[0.5,0.7]}

表3　专家E_2给出的评价矩阵$\tilde{H}^{(2)}$

Tab.3　The evaluation matrix $\tilde{H}^{(2)}$ given by expert E_2

	x_1	x_2	x_3	x_4
$\tilde{A}_1$	{[0.5,0.6],[0.5,0.7]}	{[0.5,0.7],[0.6,0.7]}	{[0.6,0.8]}	{[0.6,0.7]}
$\tilde{A}_2$	{[0.6,0.8]}	{[0.6,0.7]}	{[0.4,0.5],[0.3,0.5]}	{[0.5,0.7],[0.6,0.7]}
$\tilde{A}_3$	{[0.4,0.5],[0.5,0.6]}	{[0.5,0.6],[0.7,0.8]}	{[0.5,0.6],[0.5,0.7],[0.6,0.8]}	{[0.4,0.6]}

表4　专家E_3给出的评价矩阵$\tilde{H}^{(3)}$

Tab.4　The evaluation matrix $\tilde{H}^{(3)}$ given by expert E_3

	x_1	x_2	x_3	x_4
$\tilde{A}_1$	{[0.5,0.6],[0.6,0.7]}	{[0.5,0.7]}	{[0.5,0.6],[0.6,0.8]}	{[0.7,0.8]}
$\tilde{A}_2$	{[0.5,0.6],[0.6,0.8]}	{[0.5,0.6],[0.5,0.7],[0.6,0.7]}	{[0.5,0.6],[0.6,0.7]}	{[0.5,0.6]}
$\tilde{A}_3$	{[0.6,0.7]}	{[0.5,0.6],[0.6,0.8]}	{[0.5,0.7]}	{[0.4,0.5]}

表5　专家E_4给出的评价矩阵$\tilde{H}^{(4)}$

Tab.5　The evaluation matrix $\tilde{H}^{(4)}$ given by expert E_4

	x_1	x_2	x_3	x_4
$\tilde{A}_1$	{[0.2,0.3],[0.3,0.5]}	{[0.7,0.8],[0.6,0.9],[0.8,0.9]}	{[0.7,0.8]}	{[0.5,0.5]}
$\tilde{A}_2$	{[0.6,0.7]}	{[0.5,0.6]}	{[0.3,0.5],[0.4,0.6]}	{[0.6,0.7],[0.7,0.8]}
$\tilde{A}_3$	{[0.3,0.4],[0.4,0.5],[0.4,0.6]}	{[0.4,0.5],[0.5,0.6]}	{[0.6,0.8],[0.7,0.8]}	{[0.5,0.7]}

5　结论

基于区间值犹豫模糊集和WOWA算子的特性,给出了一种具备区间值犹豫模糊WA算子和区间值犹豫模糊OWA算子等多种算子良好特性的IVHFWOWA算子,实现了对以区间值犹豫模

糊集形式表达的决策信息的有效聚合. 讨论了该算子的性质,给出了一种基于 IVHFWOWA 算子的群决策方法,并用实例验证了它们的正确性和有效性.

参考文献:

[1] ZADEH L A. Fuzzy sets[J]. Information Control, 1965, 8(3): 338 - 353.

[2] ATANASSOV K. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87 - 96.

[3] MIYAMOTO S. Remarks on basics of fuzzy sets and fuzzy multisets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 156(3): 427 - 431.

[4] TORRA V. Hesitant fuzzy sets[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2010, 25(6): 529 - 539.

[5] 陈树伟,蔡丽娜. 区间值犹豫模糊集[J]. 模糊系统与数学,2013, 27(6): 1 - 7.

[6] CHEN Na, Ze Shui-xu, MEI Xia. Interval-valued hesitant preference relation and their application to group decision making [J]. Knowledge Based System, 2013, 37: 528 - 540.

[7] YAGER R R. On mean type aggregation[J]. IEEE Trans Syst Man Cybern, 1996, 26(2): 209 - 220.

[8] YAGER R R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1988, 18(1): 183 - 190.

[9] TORRA V. The weighted OWA operator[J]. International Journal of Intelligent System, 1997, 12(2): 153 - 166.

[10] LU X W. Some properties of the weighted OWA operator[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2006, 36(1): 118 - 127.

Interval-valued Hesitant Fuzzy WOWA Operator and Its Application in Decision Making

CAI Li-na[1,2], CHEN Shu-wei[1], ZHOU Wei[1], HUANG Hai-bin[2], LIANG Yu[1]

(1. School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. Guodian Bengbu Generating Co., Ltd., Bengbu 233411, China)

Abstract: In order to aggregate the information expressed in the form of interval-valued hesitant fuzzy sets, we propose in this paper an interval-valued hesitant fuzzy WOWA (Weighted Ordered Weighted Average) operator. The novelty of this operator is that it not only considers the importance of data, but also considers the importance of location where the data is sorted. Then, some properties of interval-valued hesitant fuzzy WOWA operator are discussed, and one decision making method based on the interval-valued hesitant fuzzy WOWA operator is presented. Finally, an illustrative example is provided to verify the rationality and effectiveness of the proposed operator and decision making method. The research in this paper has certain theoretical value and application prospect.

Key words: interval-valued hesitant fuzzy set; WOWA operator; decision making