

文章编号:1671-6833(2013)04-0050-05

一种新的广义模糊数相似度计算方法

陈树伟, 王延昭, 周 威

(郑州大学 电气工程学院, 河南 郑州 450001)

摘 要: 针对现有关于广义模糊数间相似度计算方法的不足之处, 提出了一种新的广义模糊数间相似度计算方法以解决风险分析问题. 首先, 提出一种新的广义模糊数间相似度的计算方法, 该方法综合考虑了两个广义模糊数之间的重心距离、高度以及形状等具体差异, 同时证明了所提出算法的一些性质; 其次, 通过与现有广义模糊数间相似度的计算方法进行比较, 说明所提出算法的优越性; 最后, 总结出算法的优缺点.

关键词: 模糊风险分析; 广义模糊数; 相似度

中图分类号: TP182

文献标志码: A

doi:10.3969/j.issn.1671-6833.2013.04.012

0 引言

近年来, 风险分析问题受到人们越来越多的关注, 其中在模糊环境下的系统风险分析也引起了愈来愈多学者的注意. 在诸多关于风险分析的方法中, 应用较广泛的是基于广义模糊数间的相似度进行风险分析. 因此, 不断提高广义模糊数间相似度的可靠性就显得尤为重要, 这就需要提出一种更加合理的广义模糊数间相似度计算方法. 文献[1]提出了一种新的模糊逻辑计算方法, 然后考虑了几何距离和重心, 针对文献[2]算法的不足提出了一种模糊数相似度计算方法等; 文献[3]综合了几何上的距离和重心之间的距离, 利用简单重心法提出了一种模糊数间相似度的计算方法; 文献[2]综合考虑了模糊数间的几何距离、周长和高度等因素, 在文献[3]基础上提出了一种模糊数间相似度计算方法.

尽管已经有很多文献在模糊数相似度计算方法这方面做了大量工作, 但所提出的相似度计算方法还有一定的局限性. 其中如文献[3]虽然提出了简单重中心法来计算模糊数间的相似度, 但单独考虑了模糊数重心之间的横、纵坐标差异, 未将重心综合考虑使用, 从文中模糊数间的相似度计算公式可以分析得到, 若有一个模糊数高度为

零, 则它与另外一个模糊数间的相似度都为零或不存在; 文献[2]虽然针对文献[3]中的缺陷有所弥补, 但从给出的相似度计算式可以看出, 若一个模糊数为横坐标上的一点时, 那么它与其它任何一个模糊数之间的相似度也是为零或不存在; 文献[1]中算法的不足之处将在下一部分给出. 因此, 很有必要对广义模糊数间相似度的计算方法进行更深入的研究.

1 新的广义模糊数相似度计算方法

首先分析文献[1]提出的广义模糊数相似度计算方法的缺点, 在此基础上给出一种新的广义模糊数相似度的计算方法, 以克服现存方法的不足之处.

从文献[1]中分析可知, 该文中提出的模糊数间的相似度仅考虑了两个模糊数之间横坐标及重心之间的差异, 并且分别考虑这两项的差异; 这就导致了假如横坐标一定, 若有两个模糊数只在重心上与第三模糊数有差异, 则不论正差或负差, 都与第三个模糊数的相似程度一定; 其次, 当两个模糊数与第三个模糊数相似程度一样时, 这说明模糊数间重心差异和横坐标差异总和是一定的, 并不能代表它们之间真实的相似度.

此外, 从现有的模糊数间的相似度算式上还

收稿日期: 2013-03-12; 修订日期: 2013-05-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61175055)

作者简介: 陈树伟(1977-), 男, 河南新乡人, 郑州大学讲师, 博士, 主要从事智能控制、不确定性推理及模式识别等研究, E-mail: swchen@zzu.edu.cn.

可以看出,针对两个广义模糊数高度均为零时的相似度缺少讨论.

鉴于以上分析,提出一种新的广义模糊数相似度计算方法是必要的.由于广义模糊数在图形上一般表现为梯形,广义模糊数间相似度可以通过其图形的相似度计算,所以根据平面图形的相似理论可知,两个多边形的相似度可以通过夹角及各边的长度进行计算.笔者将根据平面图形的相似理论,并综合考虑广义模糊数的重心、高度等因素,提出一种新的广义模糊数间相似度计算方法,其中,用模糊数隶属度函数与横坐标的夹角正弦值和上下两边的长度来表示广义模糊数四条边的具体差异.

首先,定义两个广义模糊数^[3]: $A = (a_1, a_2, a_3, a_4; \omega_A)$, $B = (b_1, b_2, b_3, b_4; \omega_B)$, 其中 $0 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq 1$, $0 \leq \omega_A \leq 1$; $0 \leq b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq b_4 \leq 1$, $0 \leq \omega_B \leq 1$.

当且仅当 $(a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 = b_3, a_4 = b_4)$ 时, $A = B$.

给定两个广义模糊数 $A = (a_1, a_2, a_3, a_4; \omega_A)$, $B = (b_1, b_2, b_3, b_4; \omega_B)$, 定义他们之间的相似度 $S(A, B)$ 如下式:

$$S(A, B) = \begin{cases} 1 - \frac{\sum_{i=1}^4 |a_i - b_i|}{3 \times 4} - \frac{D(A, B)}{3} - \frac{P(A, B)}{3}, & \text{若 } \omega_A + \omega_B \neq 0, \\ 1 - \frac{|a_1 - b_1| + |a_4 - b_4|}{2}, & \omega_A + \omega_B = 0. \end{cases} \quad (1)$$

其中模糊数 A 和模糊数 B 重心之间距离为

$$D(A, B) = \frac{\sqrt{(x_{A^*} - x_{B^*})^2 + (y_{A^*} - y_{B^*})^2}}{\sqrt{1.25}}. \quad (2)$$

模糊数 A 的重心为

$$y_{A^*} = \begin{cases} \frac{\omega_A^* (2 + a_3 - a_2)}{6}, & a_4 \neq a_1; \\ \frac{\omega_A}{2}, & a_4 = a_1. \end{cases} \quad (3)$$

$$x_{A^*} = \begin{cases} \frac{y_{A^*}^* (a_3 + a_2) + (a_4 + a_1)^* (\omega_A - y_{A^*}^*)}{2^* \omega_A}, & \omega_A \neq 0; \\ \frac{a_4 + a_1}{2}, & \text{若 } \omega_A = 0. \end{cases} \quad (4)$$

模糊数 B 的重心为

$$y_{B^*} = \begin{cases} \omega_B^* \left(\frac{2 + b_3 - b_2}{6} \right), & \text{若 } (b_4 \neq b_1) \\ \frac{\omega_B}{2}, & \text{若 } (b_4 = b_1). \end{cases} \quad (5)$$

$$x_{B^*} = \begin{cases} \frac{y_{B^*}^* (b_3 + b_2) + (b_4 + b_1)^* (\omega_B - y_{B^*}^*)}{2^* \omega_B}, & \text{若 } \omega_B \neq 0; \\ \frac{b_4 + b_1}{2}, & \text{若 } \omega_B = 0. \end{cases} \quad (6)$$

模糊数 A 和模糊数 B 各边角的具体差异:

$$P(A, B) = 1 - \frac{\min(\omega_A, \omega_B) + m + s}{\max(\omega_A, \omega_B) + n + t}; \quad (7)$$

$$m = \min(\sin A_1, \sin B_1) + \min(\sin A_2, \sin B_2); \quad (8)$$

$$n = \max(\sin A_1, \sin B_1) + \max(\sin A_2, \sin B_2); \quad (9)$$

$$s = (1 - \max(b_3 - b_2, a_3 - a_2)) + \min(b_4 - b_1, a_4 - a_1); \quad (10)$$

$$t = (1 - \min(b_3 - b_2, a_3 - a_2)) + \max(b_4 - b_1, a_4 - a_1); \quad (11)$$

$$\sin A_1 = \begin{cases} \frac{\omega_A}{\sqrt{(a_2 - a_1)^2 + \omega_A^2}}, & \omega_A \neq 0; \\ 0, & \omega_A = 0. \end{cases} \quad (12)$$

$$\sin A_2 = \begin{cases} \frac{\omega_A}{\sqrt{(a_4 - a_3)^2 + \omega_A^2}}, & \omega_A \neq 0; \\ 0, & \omega_A = 0. \end{cases} \quad (13)$$

$$\sin B_1 = \begin{cases} \frac{\omega_B}{\sqrt{(b_2 - b_1)^2 + \omega_B^2}}, & \omega_B \neq 0; \\ 0, & \omega_B = 0. \end{cases} \quad (14)$$

$$\sin B_2 = \begin{cases} \frac{\omega_B}{\sqrt{(b_4 - b_3)^2 + \omega_B^2}}, & \omega_B \neq 0; \\ 0, & \omega_B = 0. \end{cases} \quad (15)$$

$S(A, B)$ 的值越大,模糊数 A 和模糊数 B 相似程度越高.

性质1 $S(A, B) \in [0, 1]$.

证明:(1) 当 $\omega_A + \omega_B \neq 0$ 时:

由以上给出的广义模糊数定义可知:

$$0 \leq m \leq n \leq 1, 0 \leq s \leq t; \\ 0 \leq \frac{\min(\omega_A, \omega_B) + m + s}{\max(\omega_A, \omega_B) + n + t} \leq 1,$$

则

$$0 \leq P(A, B) = 1 - \frac{\min(\omega_A, \omega_B) + m + s}{\max(\omega_A, \omega_B) + n + t} \leq 1.$$

由文献[1]可知, $0 \leq D(A, B) \leq 1$,

则 $S(A, B) = \leq 1 - 0 - 0 - 0 = 1$;

$$0 = 1 - \frac{4}{3 \times 4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \leq S(A, B)$$

即 $0 \leq S(A, B) \leq 1$.

(2) 当 $\omega_A = \omega_B = 0$ 时:

$$0 = 1 - \frac{1+1}{2} \leq S(A, B) = 1 - \frac{|a_1 - b_1| + |a_4 - b_4|}{2} \leq 1 - \frac{0+0}{2} = 1.$$

综上所述可知: $S(A, B) \in [0, 1]$.

性质 2 $S(A, B) = S(B, A)$.

证明: 根据 $S(A, B)$ 的计算式可以看出 $S(A, B) = S(B, A)$.

性质 3 当且仅当 $A = B$ 时, $S(A, B) = 1$.

证明: (1) 当 $\omega_A + \omega_B \neq 0$ 时:

当 $A = B$ 时: $\sin A_1 = \sin B_1, \sin A_2 = \sin B_2$,

从而 $m = n, s = t$;

则 $P(A, B) = 1 - 1 = 0$;

由文献[1]可知 $D(A, B) = 0$;

$$\text{则 } S(A, B) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^4 |a_i - b_i|}{3 \times 4} - \frac{D(A, B)}{3} - \frac{P(A, B)}{3} \leq 1 - 0 - 0 - 0 = 1.$$

当 $S(A, B) = 1$ 时, 必然有:

$$\sum_{i=1}^4 |a_i - b_i| = 0,$$

则 $a_i = b_i (i = 1, 2, 3, 4)$;

若 $D(A, B) = 0$, 根据文献[1]可知: $\omega_A = \omega_B$

则此时 $P(A, B) = 0$;

因此当 $S(A, B) = 1$ 时, $A = B$.

(2) 当 $\omega_A = \omega_B = 0$ 时:

若 $A = B$, 则

$$S(A, B) = 1 - \frac{|a_1 - b_1| + |a_4 - b_4|}{2} = 1 - \frac{0+0}{2} = 1.$$

当 $S(A, B) = 1$, 则

$$a_1 = b_1, a_4 = b_4,$$

此时由于 $\omega_A = \omega_B = 0$, 并且 $a_1 = b_1, a_4 = b_4$.

则模糊数 A 和模糊数 B 的隶属度函数为横坐标上重合的一条线段, 此时可以认为 $A = B$.

综上所述, 当且仅当 $A = B$ 时, $S(A, B) = 1$.

2 相似度计算方法比较

在这一部分, 笔者将通过具有代表性的 9 组

不同高度、不同形状、不同跨度的广义模糊数间的相似度计算结果, 对比现有算法的计算结果^[1-6], 从而说明所提出算法的优越性. 由于在文献[1]中, 作者已和其它现存广义模糊数相似度算法的计算结果做了详尽的对比, 故下文主要对比提出算法和文献[1]中算法的计算结果.

根据图 1 和表 1 中给出的相似度计算结果, 可以总结出笔者提出的算法有以下优点.

(1) 在图 1 中, 笔者提出的算法能够计算不同高度、不同形状的广义模糊数间相似度, 并且它们之间的相似度是存在的.

(2) 从图 1 中第 1 组、第 2 组、第 5 组和表 1 中可以看出, 文献[1]中算法的计算结果是第 5 组的值最大; 而笔者的算法计算结果是第 2 组的值最大, 表明第 2 组中两个模糊数的相似程度比第 1 组和第 5 组中的要高, 这更符合实际情况. 可见我们的结果比文献[1]中的好.

(3) 从图 1 中第 3 组中可以看出, A 和 B 是重合的, 这表明它们之间的相似度应该为 1. 从表 1 中可知, 我们的算法计算结果为 1. 这个结果要比文献[1-3, 5-6]中的更合理.

(4) 从图 1 中第 4, 6, 7 这三组和表 1 中可知, 文献[1]中的算法计算结果表明, 第 4 组中两个模糊数的相似程度要比其他两组模糊数的相似程度要高, 这是一个错误的结论, 从图形中可以看出第 4 组中两个模糊数应该是这 3 组模糊数中相似度最小的一组. 新算法的结果表明第 7 组中的两个模糊数的相似度最高, 第 4 组中的两个模糊数的相似度最低. 这个结果要比文献[1]中的更接近实际情况.

(5) 从图 1 中第 8, 9 这两组和表 1 中可知, 文献[1]中认为这两组模糊数的相似度相等. 这是一个错误的结论, 实际上, 第 8 组中两组模糊数的相似度要比第 9 组中两组模糊数相似度要大一些, 笔者的计算结果符合实际情况.

总的来说, 通过图 1 和表 1 可以看出新提出的广义模糊数间相似度计算方法克服了现存算法的缺点. 这是由于考虑了两个广义模糊数间具体差异, 并将多边形相似理论应用到了求解两个广义模糊数间相似度问题上.

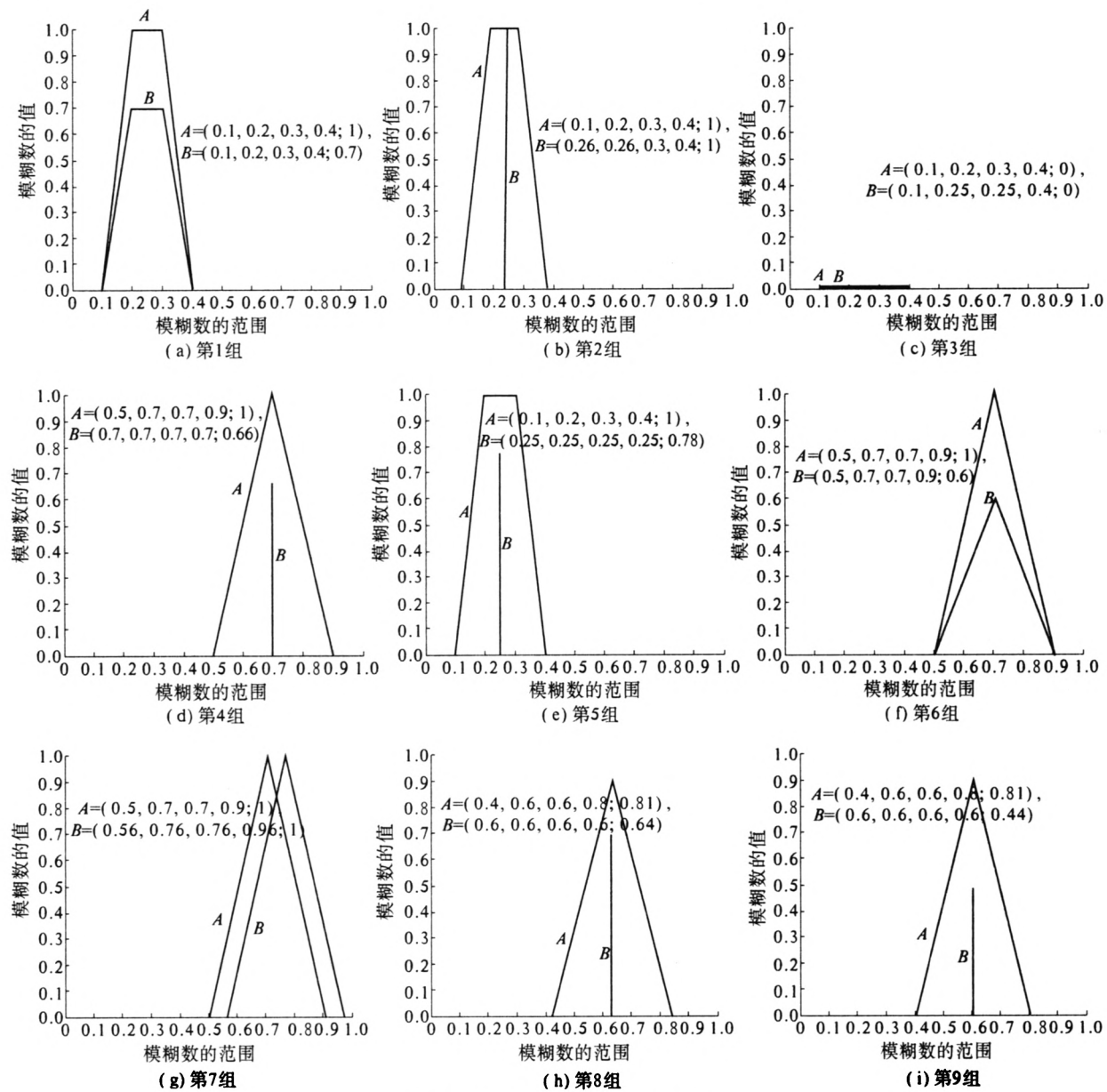


图 1 广义模糊数隶属函数图
Fig.1 Generalized fuzzy numbers

表 1 相似度结果对照图

Tab.1 A comparison of the calculation results of the proposed similarity measure with the existing methods

模糊数	方法						本文方法
	Xie ^[6]	Lee ^[5]	Xie ^[4]	Chen ^[3]	Wei ^[2]	Xu ^[1]	
1	1.000 0	1.000 0	1.000 0	0.700 0	0.737 3	0.947 8	0.940 5
2	0.945 0	0.816 7	0.955 4	0.869 3	0.882 6	0.945 0	0.945 7
3	0.975 0	0.916 7	1.000 0	—	0.975 0	0.9875	1.000 0
4	0.900 0	0.750 0	1.000 0	0.891 0	0.518 1	0.948 5	0.906 7
5	0.900 0	0.6667	1.000 0	0.897 4	0.617 6	0.949 5	0.917 5
6	1.000 0	1.000 0	1.000 0	0.600 0	0.658 5	0.940 3	0.924 8
7	0.940 0	0.869 6	0.943 4	0.883 6	0.943 2	0.940 0	0.962 1
8	0.900 0	0.750 0	1.000 0	0.759 4	0.600 3	0.927 6	0.902 0
9	0.900 0	0.750 0	1.000 0	0.733 3	0.412 7	0.927 6	0.886 2

3 结论

笔者首先分析了现存的关于广义模糊数间相似度计算方法的不足之处,并在此基础上提出了一种新的算法,以克服现存算法的缺点;同时针对 21 组使用较为广泛的不同形状的广义模糊数,将所提出的相似度算法与现有相似度计算方法的计算结果的进行比较,以证明新的相似度计算方法的优越性.笔者虽然在求解两个模糊数间相似度问题上考虑了更多因素,并在计算式上也有很大改进,解决了现存算法的诸多问题,但是在理论上也会出现当模糊数横坐标差异一定或重心间差异一定时,两个不同的广义模糊数与第三个广义模糊数有相同的相似度的情况,这就需要进行更深入的研究.最后,笔者使用新的模糊数相似度计算方法进行风险分析,以便给决策者提供更为可靠的依据.

参考文献:

- [1] XU Zhang-yan, SHANG Shi-chao, QIAN Wen-bin, et al. A method for fuzzy risk analysis based on the new similarity of trapezoidal fuzzy numbers[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37: 1920 - 1927.
- [2] WEI Shi-hua, CHEN Xi-ming. A new approach for fuzzy risk analysis based on similarity[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(1): 589 - 598.
- [3] CHEN Shi-jie, CHEN Xi-ming. A new method to measure the similarity between fuzzy numbers[C]//In Proceedings of the 10th IEEE international conference on fuzzy systems. Melbourne, Australia, 2001, 208 - 214.
- [4] XIE Chun-hong, Chen Shan-huo. Similarity of generalized fuzzy numbers with graded mean integration representation[C]// In Proceedings of the sthighth international Fuzzy Systems association world congress. Taipei:Springer, 1999: 551 - 555.
- [5] LEE H S. An optimal aggregation method for fuzzy opinions of group decision[C]// In Proceedings of the 1999 IEEE international conference on systems. Tokyo:IEEE Press, 1999: 314 - 319.
- [6] CHEN Xi-ming. New methods for subjective mental workload assessment and fuzzy risk analysis[J]. Cybernetics and Systems, 1996, 27(5): 449 - 472.
- [7] CHEN Shi-jie, CHEN Xi-ming. Fuzzy risk analysis based on the ranking of generalized trapezoidal fuzzy numbers[J]. Applied Intelligence, 2007, 26(1): 1 - 11.

Fuzzy Risk Analysis Based on Similarity Measures of Generalized Fuzzy Numbers

CHEN Shu-wei, WANG Yan-zhao, ZHOU Wei

(School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: In view of the defects of the previous methods about fuzzy risk analysis based on similarity measures between generalized fuzzy numbers, this paper presents a new method for fuzzy risk analysis based on similarity measures between generalized fuzzy numbers. Firstly, we present a new method based on similarity measure between generalized fuzzy numbers. The method comprehensively considered the specific differences between two generalized fuzzy numbers, including the center of distance, the height and the shape of generalized fuzzy numbers; and at the same time, we also prove some properties of the proposed method; and then we illustrate the superiority of the proposed method by comparing the other methods based on similarity measures between generalized fuzzy numbers. Lastly, we summarize the advantages and disadvantages of the proposed algorithm.

Key words: fuzzy risk analysis; generalized fuzzy number; similarity measure