

文章编号:1671-6833(2009)04-0136-05

可变形多孔介质溶质运移的参数影响分析

潘 健, 蔡红超

(华南理工大学 土木与交通学院, 广东 广州 510640)

摘 要:提出了有关可变形多孔介质溶质运移的计算公式,该公式考虑了固结速率、膨胀速率、超孔隙水压力、吸出耗散等对非线性平流运移影响。用3种假设案例来说明透水黏土层中固结、膨胀、超孔隙水压力等对溶质运移过程以及临界点的影响,结果表明黏土层中固结影响浓度分布,但是并不显著影响运移通量的最大值,固结作用加速运移过程,不同的水头梯度下引起的膨胀能否加速平流运移过程,取决于有效扩散系数与固结系数的比值。

关键词:多孔介质;参数;黏土;溶质运移

中图分类号: TU 441.32

文献标识码: A

0 引言

在环境岩土工程的应用领域,溶质运移的理论研究对细颗粒土中物质(溶质和化学物质)运移进行建模是非常重要的,如黏土衬垫设计、防渗墙的设计等。溶质在可变形介质中的运移过程是个有意义的研究课题,国外学者对此做了很多研究, Kim^[1]曾进行了一项有关压实黏土衬里的有效孔隙率和运移速度的研究。VanImpe^[2]提出了一个耦联渗透固结和压实黏土衬里的污染物质运移的模型,描述阳离子、阴离子的通量与溶质运移固结的关系。Smith^[4]和 Smiles^[3]为可变形饱和黏土中扩散—对流运移过程提供了详尽的计算公式。笔者论述了超孔隙水压力造成的耗散、外部荷载引起的吸出以及水头梯度对土体体积变形影响,还着重探讨了有关溶质运移过程中固结、膨胀造成的水头、运移速度的不稳定变化的影响因素。

1 运移过程的计算

由于笔者主要研究一维可变形多孔介质中运移过程中的物理变化,因此地质化学方面的影响忽略不计,且假设达西定律^[5]和非克扩散定律^[6]有效,依照太沙基提出的固结理论,超孔隙压力和超水头的一维非稳态变化可描述为:

$$\frac{\partial h_e}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 h_e}{\partial z^2} \quad (1)$$

式中: h_e 为超水头; C_v 为固结系数; z 为距离; t 为时间。

变形多孔介质中非稳态溶液对流运移的公式为

$$J = -nD^* \nabla c + cv \quad (2)$$

式中: D^* 为有效扩散系数; n 为孔隙率; c 为瞬态溶液的浓度; v 为对流速度。

依据式(3)假定在控制体积变化的过程中质量守恒:

$$\nabla J + \frac{\partial (cn)}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

故

$$\frac{\partial (cn)}{\partial t} - D^* \nabla \cdot (n \nabla c) + \nabla \cdot (cn) = 0 \quad (4)$$

在非稳态条件下,水头可被分为两部分:稳态水头 h_s 和超水头 h_e 。固结或膨胀引起的体积变化与超水头 h_e 有关,故非稳态总水头 h 可以由以下公式描述:

$$h = h_s + h_e \quad (5)$$

稳态水头 h_s 与起始水头不同,只有在自流压力存在情况下出现在式(4)中,代入达西一维对流速度为

$$v = -k_h \frac{\partial h}{\partial z} \quad (6)$$

式中: k_h 为动力黏滞系数。

$$\frac{\partial (nc)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(nD^* \frac{\partial c}{\partial z} \right) + k_h \frac{\partial}{\partial z} \left(c \frac{\partial h}{\partial z} \right) \quad (7)$$

收稿日期:2009-03-03;修订日期:2009-06-24

基金项目:广东省自然科学基金资助项目(07007552)

作者简介:潘 健(1963-),男,广东广州人,华南理工大学副教授,主要从事地下工程设计方法研究和岩土工程风险评估, E-mail: cvpan@scut.edu.cn.

$$c \frac{\partial n}{\partial t} + n \frac{\partial c}{\partial t} = nD \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + D \cdot \frac{\partial c}{\partial z} \frac{\partial n}{\partial z} + k_h \frac{\partial c}{\partial z} \frac{\partial h}{\partial z} + ck_h \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \quad (8)$$

太沙基固结方程对土壤孔隙率的非稳态变化可用以下公式描述:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = k_h \frac{\partial^2 h_e}{\partial z^2} \quad (9)$$

$$\frac{\partial n}{\partial z} = \gamma_w m_v \frac{\partial h_e}{\partial z} \quad (10)$$

式中: m_v 为体积变化系数; γ_w 为孔隙液体的单位质量.

将式(9)和(10)带入式(8),可得

$$ck_h \frac{\partial^2 h_e}{\partial z^2} + n \frac{\partial c}{\partial t} = nD \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + \gamma_w D \cdot m_v \frac{\partial c}{\partial z} \frac{\partial h_e}{\partial z} + k_h \frac{\partial c}{\partial z} \frac{\partial h}{\partial z} + ck_h \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \quad (11)$$

其中, $\frac{m_v}{k_h} = \frac{1}{C_v}$, 故

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + c \frac{k_h}{n} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 h_e}{\partial z^2} \right) + \frac{k_h}{n} \frac{\partial c}{\partial z} \left(\frac{\partial h}{\partial z} + \frac{D \cdot \gamma_w}{C_v} \frac{\partial h_e}{\partial z} \right) \quad (12)$$

将式(5)中的总水头 h 带入式(12),可得

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + \frac{k_h}{n} \frac{\partial c}{\partial z} \left[\frac{\partial h_s}{\partial z} + \left(1 + \frac{D \cdot \gamma_w}{C_v} \right) \frac{\partial h_e}{\partial z} \right] \quad (13)$$

因此,可变形多孔介质中的非稳态溶质运移过程,可用式(1)来阐明超水头非稳态变化,用式(13)阐明浓度的非稳态变化.从式(13)可以清楚地看到固结对溶质运移的影响局限于超水头梯度对对流运移的影响.为使其标准化,参数可作以下限定:

$$H_s = \frac{h_s}{L}, H_e = \frac{h_e}{L}, Z = \frac{h}{L}, C = \frac{c}{c_0} \quad (14)$$

$$T = \frac{C_v t}{L^2}, T_c = \frac{D \cdot t}{L^2}, p^* = \frac{k_h L}{nD}, p_c = \frac{k_h L}{nC_v} \quad (15)$$

式中: H_s 、 H_e 、 Z 、 C 分别代表标准化的稳态水头、超水头、长度(深度)和浓度; c_0 为化合物初时浓度; T 为时间; T_c 为扩散时间; p^* 为修正佩克莱数; p_c 为平流固结常数; L 为黏土层长度; T 和 T_c , p^* 和 p_c 的关系由 D^*/C_v 决定:

$$\alpha = \frac{D^*}{C_v} = \frac{T_c}{T} = \frac{p_c}{p^*} \quad (16)$$

将参数带入运移方程,可得

$$\frac{\partial H_e}{\partial T} = \frac{\partial^2 H_e}{\partial Z^2} \quad (17)$$

$$\frac{\partial C}{\partial T_c} = \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2} + p^* \cdot \frac{\partial C}{\partial Z} \left[\frac{\partial H_s}{\partial Z} + (1 + \alpha) \frac{\partial H_e}{\partial Z} \right] \quad (18)$$

为解决偏微分方程,在两个方程中将 T 或 T_c 设为恒定值.由于笔者考察固结对溶质运移过程的影响,将时间因素考虑在内,因此式(18)还可被写为

$$\frac{\partial C}{\partial T} = \alpha \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2} + p_c \cdot \frac{\partial C}{\partial Z} \left[\frac{\partial H_s}{\partial Z} + (1 + \alpha) \frac{\partial H_e}{\partial Z} \right] \quad (19)$$

此外,由扩散造成的溶质的反应性和滞后性也将被考虑在内,如物质的总浓度变化率为溶解浓度和吸收浓度的变化率之和:

$$\frac{\partial c_T}{\partial t} = \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial t} \quad (20)$$

假定吸附过程很快达到平衡且成复合线性关系,则吸收浓度的变化率为

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial s}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial t} = k_d \frac{\rho_d}{n} \frac{\partial c}{\partial t} \quad (21)$$

式中: ρ_d 为土壤干密度; k_d 为线性吸附分布系数,总浓度的变化率为

$$\frac{\partial c_T}{\partial t} = \left(1 + k_d \frac{\rho_d}{n} \right) \frac{\partial c}{\partial t} = R_d \frac{\partial c}{\partial t} \quad (22)$$

式中: R_d 为滞留因子,为使总浓度正常化,与对流运移过程相结合,重新编排公式,可得:

$$\frac{\partial C}{\partial T} = \frac{\alpha}{R_d} \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2} + \frac{p_c}{R_d} \frac{\partial C}{\partial Z} \left[\frac{\partial H_s}{\partial Z} + (1 + \alpha) \frac{\partial H_e}{\partial Z} \right] \quad (23)$$

下面案例的边限定条件和式(23)的初始条件和限定条件一致.为了评估荷载的影响,标准压力参数 B 按以下公式计算:

$$B = H_e |_{T=0} = \frac{\Delta \sigma}{L \gamma_w} \quad (24)$$

式中: $\Delta \sigma$ 为标准压力差.

2 案例讨论和参数分析

用3种不同边界条件和初始条件的案例来评估超孔隙水压耗散对溶质运移的影响,如表1所示.

案例1:双面排水黏土层,表面覆盖有化学物质,无水力梯度(只存在扩散),表面存在总压力.

案例2:双面排水黏土层,表面覆盖有化学物质(浓度恒定),表面有水头(梯度为 i)但不增加压力,且在试验过程中被限定在一定范围(如实验室试验,自流压力下的污染物质运移).

案例3:与案例2类似,荷载造成固结,水头造成膨胀.

以下限定和初始条件在3个案例中的溶质运移过程中都存在(考虑到一定程度的固结,可用

T_v 代替 T):

表 1 3 个案例中边界条件和初始条件
Tab.1 Boundary conditions and initial conditions for three cases

案例	C	H_c	H_i	H
案例 1	$Z=0, C=1.0$	0	0	0
	$Z=1, dC/dZ=0$	0	0	0
	$T_v, C=0$	B	0	B
案例 2	$Z=0, C=1.0$	0	i	i
	$Z=1, dC/dZ=0$	0	0	0
	$T_v, C=0$	$i(1-z)$	$i(1-z)$	0
案例 3	$Z=0, C=1.0$	0	i	i
	$Z=1, dC/dZ=0$	0	0	0
	$T_v, C=0$	$B+(1-z)$	$i(1-z)$	B

注: T_v 为考虑到一定程度的固结, 可用 T_v 代替 T_c ; i 为水头梯度.

$C|_{z=0} = 1 \tag{25}$

$C|_{z=1} = 0 \tag{26}$

$C|_{T_v=0} = C_i = 0, (0 < Z < 1) \tag{27}$

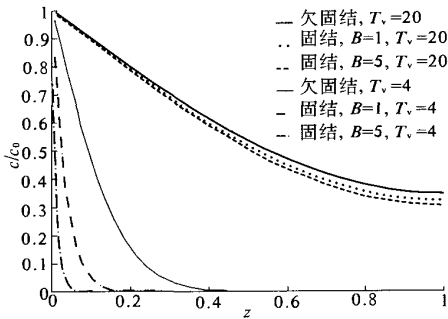


图 1 案例 1 中浓度变化曲线

Fig.1 Concentration profile for case 1

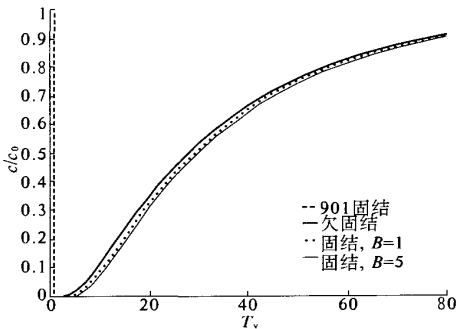


图 2 案例 1 穿透曲线

Fig.2 Breakthrough curves for case 1

土壤溶质的运移参数如下所示: $D^* = 0.02 \text{ m}^2/\text{year}$, $C_v = 0.365 \text{ m}^2/\text{year}$, $k_h/n = 0.00521 \text{ m/year}$ (试验中加入一种惰性指示剂, 因此 R_d 为 0). 修正系

数为单面排水系统中 $p_c = 0.0143$, $T_v = T = 0.365$, 双面排水系统中 $T_v = 4T = 1.46t$ (t 的单位为年), $\alpha = 0.055$, 样品长度 L 为 1.

案例 1 中描述了在双面排水黏土层修正压力数 $B=1$ 和 $B=5$ 时, 非稳态对流下的扩散运移 ($i=0$) 和固结作用. 图 1 显示了 $T_v=4$ 或 $T_v=20$, 超压 $B=1$ 或 $B=5$ 时的浓度变化情况. 修正后的浓度变化显示双面排水系统下固结作用在初期 ($T_v=0.25$) 阻滞物质运移, 高压条件下 ($B=5$) 阻滞程度高于低压 ($B=1$). 由于超压梯度会降低土壤渗流量, 因此出现阻滞现象是正物质运移, 高压条件下 ($B=5$) 阻滞程度高于低压 ($B=1$). 图 2 为案例 1 的穿透曲线, 并无明显差异. 在溶质渗到土样中部之前固结作用延迟运移过程, 此后则促进溶质运移过程, 与运移速度相比, 固结作用发生的相对较快 ($T_v=1.127$ 时, 固结程度为 95%). 由于固结发生在双面排水条件下, 且扩散速度比固结速度慢 ($\alpha=0.055$), 时间延长对穿透曲线的变化影响不大.

案例 2 描述了双面排水黏土层中水力梯度为 1 或 5 时的对流扩散运移. 图 3 显示 $i=1$, $T_v=0.4$, $T_v=2.4$ 时修正浓度的变化情况, 结果表明与稳态 (无体积变化) 相比, 非稳态非线性水头变化能加速对流过程, 并持续整个运移过程, 从图 4 的穿透曲线可看出明显差异. 然而梯度 i 增加到 5 时, 结果会出现变化, 在无体积变化的情况下更容易达到最大值. 图 5 的浓度变化情况显示, 初期, 非线性水头分布加速运移进程, 稍后运移速率有所下降. 图 6 中 $T_v=0.08$ 时水头的变化情况显示土样中部以上无水力梯度. 初期峰线移动速度较快, 一旦到达低水力梯度区域, 速度就会减慢, 与稳态相比, 膨胀增加还是减缓运移进程取决于 p_c 、 α 、水力梯度值. 因此水力梯度引起的膨胀作用能否加速运移进程, 取决于土壤/溶液特性和限定条件.

案例 3 中同时存在水力梯度和恒定的荷载压力, 图 7 显示固结 ($B=1$) 和膨胀 ($i=1$) 在扩散和稳态对流条件下会阻滞溶质运移过程, 荷载压力增大时结果亦不变. 图 8 显示固结 ($B=1$ 或 5) 和膨胀 ($i=1$) 时的穿透曲线, 结果表明荷载压力较小时, 膨胀作用占主导, 加速运移过程, 于梯度相比, 荷载压力能促进或阻滞运移过程. 在双面排水系统中, 与扩散和稳态对流条件下的运移过程相比, 超压力下的固结和低水力梯度下的膨胀均能阻滞运移过程, 而高的水力梯度下的膨胀则提高运移速率.

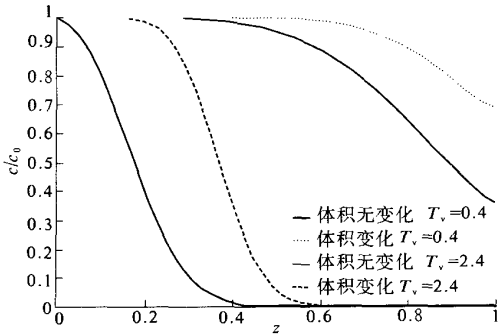


图 3 案例 2 中的浓度变化曲线 ($i=5$)
Fig. 3 Concentration profile under gradient $i=1$ for case 2

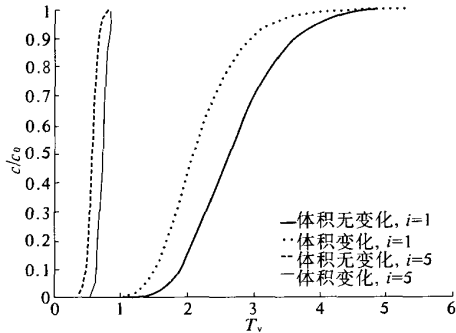


图 4 案例 2 中穿透曲线
Fig. 4 Breakthrough curves for case 2

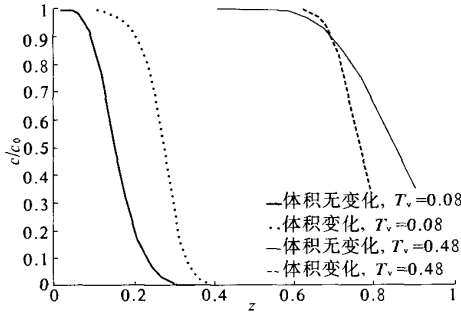


图 5 案例 2 中的浓度变化曲线 ($i=5$)
Fig. 5 Concentration profile under gradient $i=5$ for case 2

3 结论

(1) 参数值 p_e 和 α 值决定超压耗散对溶质运移过程的影响, p_e 值表示单位面积、超压单位增加或单位吸入高度下的体积变化, 提高 p_e 值能增加非稳态对流量, 促进运移进程;

(2) 扩散系数与固结系数的比值 (D^*/C_s) 影响固结对溶质运移的作用效果, 比值越高, 阻滞程度越高;

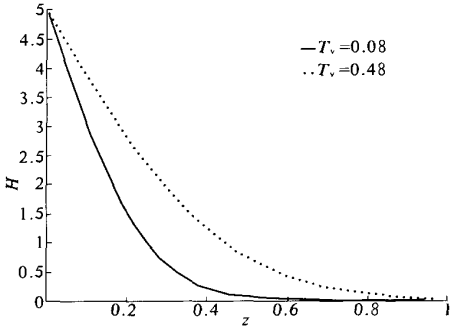


图 6 案例 2 中的水头梯度变化曲线
Fig. 6 Hydraulic head profile for case 2

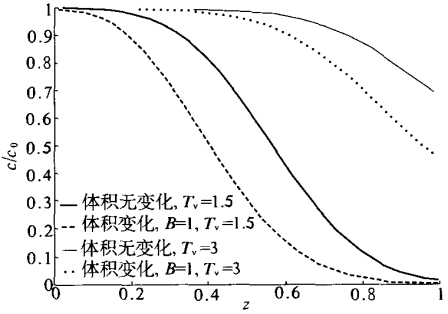


图 7 案例 3 中的浓度变化曲线
Fig. 7 Concentration profile for case 3

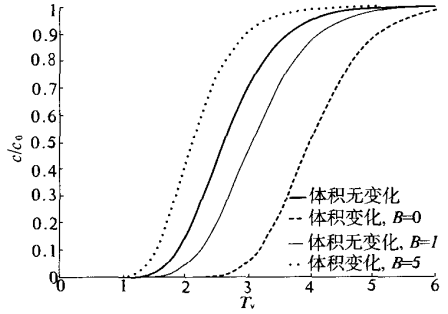


图 8 案例 3 中的穿透曲线
Fig. 8 Breakthrough curves for case 3

(3) 排水方式和污染物质运移的路径的关系显著影响运移过程. 双面排水条件下扩散和固结影响浓度变化, 但不显著影响临界值变化; 在单面排水条件下临界时间显著降低, 在压力较高时临界时间能降至原来的 90% 以下 ($B=5$);

(4) 通常在双面排水黏土层中, 压力梯度引起的膨胀会加速运移, 然而, 水力梯度增高, 可能会阻滞运移进程, 在 p_e 值高的土样中阻滞程度更加显著.

参考文献:

[1] KIM J Y, EDIL T B, PARK J K. Effective porosity and seepage velocity in column tests on compacted

- clay[J]. Geotech Geoenviron Eng, 1997, 123:1135 - 1142.
- [2] VANIMPE P O, MAZZIERI F, VANIMPE W F. Simulation model for consolidation and contaminant coupled flows in clay layers[J]. Environmental Geotechnics (4thICEG), 2002, 121:189 - 194.
- [3] SMILES D E. Material coordinates and solute movement in consolidating clay [J]. Chem Eng Sci, 2000, 55:773 - 781.
- [4] SMITH D W. One-dimensional contaminant transport through a deforming porous medium: Theory and a solution for a quasi-steady-state problem[J]. Int J Numer Anal Meth Geomech, 2000, 24:693 - 722.
- [5] 朱长军. 低渗透非达西流场中的一维溶质运移模拟[J]. 地球与环境, 2006, 34(1):19 - 22.
- [6] 何庆龙, 林继成. 菲克定律与扩散的热力学理论[J]. 安庆师范学院学报, 2006, 21(3):38 - 40.

Parameter Influence Analysis of Solute Transport in Deformable Porous Media

PAN Jian, CAI Hong - chao

(College of Civil and Transportation Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: Formulation for the solute transport in deformable porous media was presented. The formulation was based on the effect of the rate of consolidation or swelling and excess pore pressure or suction dissipation on nonlinear advective component of transport through clay. Three hypothetical cases were evaluated to demonstrate the effect of consolidation, swelling and excess pore pressure on advective-diffusive transport and breakthrough in clay layer. The results show that consolidation in clay impacts concentration profiles, but does not significantly impact breakthrough of the diffusive flux, and consolidation accelerates transport. Swelling under hydraulic gradient application can either accelerate or retard the advective diffusive flux, depending upon the ratio of the effective diffusion coefficient relative to the coefficient of consolidation.

Key words: porous media; parameter; clay; solute transport

(上接第 135 页)

- [2] 高双聚, 杨玲霞, 李占松, 等. 盘石头库输水洞弧形工作门下急流控制试验分析[J]. 人民黄河, 1999, 21(8):36 - 37.
- [3] JANSEN P P, BENDGOM L, DEN BERG J V, et al. Principles of River Engineering[M]. London, UK: Pitman publishing Co. Ltd, 1979:40 - 42.
- [4] 谷超豪, 李大潜, 陈恕行, 等. 数学物理方程[M]. 北京: 高等教育出版社, 1979:173 - 202.
- [5] 居余马, 胡金德, 杜翠琴, 等. 线性代数[M]. 第二版, 北京: 清华大学出版社, 2002:132 - 137.
- [6] YE Y J, LI Z, SHI Q C. Asymptotic stability of global solutions for some non linear degenerate hyperbolic equation[J]. 郑州大学学报: 理学版, 2005, 37(1):5 - 8.

Characteristic Method of Super-critical Flow In Divergent Chute with Curved Bed

Gao Shuang - Ju, Wang Guan - hui

(School of Water Conservancy and Environmental, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Depth-mean-flow equations have been derived, through 2-D mean simplification of integration for 3-D flow equations along depth, for super-critical flow in divergent chute with curved bed, in which the influence of curvature, bed slope and bottom friction on flow are considered. Based on depth-mean-flow equations, characteristic equation system are presented. Numerical characteristic FDM solution has been given for a divergent chute with parabolic prismatic bed surface in engineering. Problems for irregular distribution of characteristic mesh points have been solved by interpolating adjustment of computation points for every time step, so that the results can be used conveniently in practical application.

Key words: super-critical flow; curved bed surface; divergent chute; characteristics