

文章编号:1671-6833(2009)03-0009-04

钢纤维增强混凝土梁的抗剪强度研究

樊友景¹, 樊大为²

(1. 郑州大学 土木工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 郑州大学 综合设计研究院, 河南 郑州 450002)

摘 要: 根据钢纤维混凝土的塑性理论, 确定了钢筋、混凝土以及钢纤维混凝土的屈服条件, 建立了具有两个位移参变量的钢纤维增强钢筋混凝土梁斜截面破坏机构, 应用塑性分析的上限定理, 由能量法推导出斜截面剪切破坏荷载的函数表达式, 对其进行优化求解得到极限荷载. 通过调整钢纤维混凝土层厚, 使计算公式同时适用于普通钢筋混凝土梁、钢筋钢纤维增强部分混凝土梁和钢筋钢纤维增强全截面混凝土梁的斜截面剪切破坏的极限荷载计算. 实例计算表明: 计算结果与试验结果吻合良好, 证明了计算理论及方法是正确的.

关键词: 钢纤维混凝土; 剪切强度; 塑性分析; 破坏机构

中图分类号: U 448.34

文献标识码: A

0 引言

钢纤维混凝土具有优良的力学性能, 是目前理论研究和工程应用比较多的复合材料. 但由于钢纤维增强钢筋混凝土梁斜截面受力的复杂性, 不仅影响因素多, 而且破坏类型也较多, 从理论上推导受剪承载力的研究不多. 笔者根据钢纤维混凝土的塑性理论及塑性分析上限方法, 提出钢纤维增强钢筋混凝土梁的统一的斜截面受剪承载力计算公式.

1 材料的塑性性质

1.1 钢筋的应力

钢筋被认为是一种理想的刚塑性材料, 假定在拉力和压力作用下, 钢筋的屈服强度是一样的, 并且不考虑钢筋所承受的销栓剪力. 那么钢筋的理想化 $\sigma - \varepsilon$ 关系曲线如图 1(a) 所示^[1]. 取 f_y 为钢筋的屈服强度, 于是有:

$$\sigma_s = \pm f_y \quad (1)$$

1.2 混凝土

钢筋混凝土梁中的混凝土处于平面应力状态, 如果不考虑抗拉强度, 可采用改进的库伦破坏准则作为混凝土在平面应力情况下的屈服条件^[2]. 对应的主应力屈服轨迹如图 1(b) 所示. 因此, 混凝土的屈服条件可表达为:

$$\sigma_1 = 0, \sigma_2 = -f_c \quad (2)$$

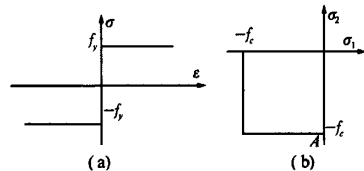


图1 钢筋的应力应变关系

Fig.1 Stree-strain relationship rebar

式中: f_c 为混凝土的圆柱体抗压强度.

1.3 钢纤维混凝土的应力

钢纤维混凝土和混凝土相比, 抗压强度变化不大, 但极限压应变却有较大的提高, 表现为比混凝土有更好的塑性变形性能. 其屈服条件可参照混凝土的屈服条件来确定. 所不同的是, 钢纤维混凝土比混凝土的抗拉强度有较大程度的提高, 而且在构件开裂以后, 跨越裂缝的钢纤维仍能承担一定的荷载, 并且抑制裂缝的开展, 当构件达到极限承载力时, 钢纤维的脱粘拔出也会消耗大量能量, 从而使钢纤维混凝土的抗拉性能直接影响构件的极限承载力. 因此, 钢纤维混凝土的抗拉强度不可忽略^[3]. 取钢纤维混凝土的屈服条件如图 2 所示, 表达为:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \left[1 + \frac{\sigma_2}{f_{fc}}\right] f_n & (\text{双向受力}) \\ \sigma_2 = -f_{fc} & (\text{单向受力}) \end{cases} \quad (3)$$

式中: f_n 为钢纤维混凝土单轴抗拉强度; f_{fc} 为钢纤

收稿日期: 2009-01-14; 修订日期: 2009-03-13

作者简介: 樊友景 (1954-), 男, 郑州大学教授, 主要从事工程力学方面的研究, E-mail: youjing@zzu.edu.cn.

维混凝土单轴抗压强度。

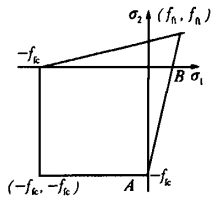


图2 钢纤维混凝土的屈服条件

Fig.2 Yield condition of steel fiber reinforced concrete

2 破坏机构及其变形

利用极限分析上限方法求解梁的斜截面受剪承载力,关键在于确定合理的塑性破坏机构。文献[4]对简支梁取对称的破坏机构进行分析,得到了满意的结果。

对图3中矩形截面梁,其宽度为 b ,高度为 h , h_f 为钢纤维混凝土层厚,受两个不等的荷载 $P, \eta P$ 作用, ($\eta < 1, a < b$)。依据参考文献[4、5]的研究成果,选取图3所示的破坏机构。发生剪切破坏时,屈服线AC(实际上是宽度为 Δ 的窄屈服区域)将梁分为两个刚性块 I 和 II。

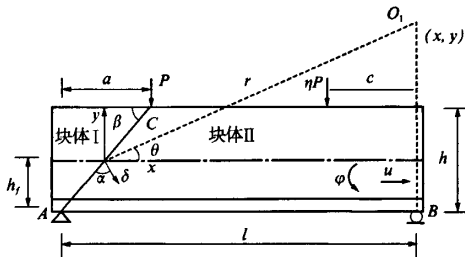


图3 斜截面剪切破坏机构

Fig.3 Diagonal cross-section shear failure model

由于破坏机构的塑性变形能只与屈服区域的变形(即两个刚性块的相对位移)有关,故可以假设刚性块 I 不动,刚性块 II 运动。又由于梁的右支座B处的竖向位移为零,故取B处的水平位移为 u ,转角为 φ ,则刚性块 II 的瞬时 O_1 在过B点的竖向直线上。在图3中将坐标系的原点取在刚性块 I 上的屈服线AC的中点,则瞬时 O_1 的坐标为

$$\begin{cases} x = l - a/2 \\ y = u/\varphi - h/2 \end{cases} \quad (4)$$

取瞬时处的矢径为 r , r 与梁轴线的夹角为 θ 。

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \sin \theta = \frac{y}{r} \\ \cos \theta = \frac{x}{r} \end{cases} \quad (5)$$

取屈服线中点处两刚体之间的相对位移为 δ ,它与屈服线的夹角是 α 。由图3可知:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - (\beta - \theta),$$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + 1}},$$

$$\cos \beta = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + 1}}.$$

式中: $\lambda = a/h_0$ 是剪跨比。

$$\sin \alpha = \cos \beta \cos \theta + \sin \beta \sin \theta \quad (6)$$

混凝土的应变可用公式(7)确定^[6],如图4所示。取出屈服线上中点的一微小单元 Δ 表示两个刚性块体之间的宽度, t 方向是屈服线的切线方向, n 方向是屈服线的法线方向,假设在宽度 Δ 上应变是均匀的,则在坐标系 $t-n$ 中的应变为:

$$\begin{cases} \varepsilon_n = \frac{\delta}{\Delta} \sin \alpha \\ \varepsilon_t = 0 \\ \gamma_{nt} = \frac{\delta}{\Delta} \cos \alpha \end{cases} \quad (7)$$

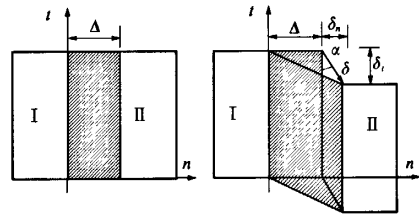


图4 两个刚性块体之间的变形

Fig.4 Deformation between two rigid blocks

由此可得到屈服线上的主应变 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 的表达式:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_n + \varepsilon_t}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_n - \varepsilon_t}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{nt}}{2}\right)^2} \\ \varepsilon_2 = \frac{\delta}{2\Delta} (\sin \alpha \pm 1) \end{cases} \quad (8)$$

3 梁内的塑性变形能和外力功

当混凝土屈服流动时,混凝土的应力应在屈服曲线(图1(b))的A点,对应的应力状态为:

$$\sigma_1 = 0, \sigma_2 = -\mu_2 f_c. \quad (9)$$

当钢纤维混凝土屈服流动时,钢纤维混凝土的应力在屈服曲线(图2)的AB段,对应的应力状态为:

$$\sigma_1 = (1 - \mu_1) f_{fc}, \sigma_2 = -\mu_1 f_{fc} \quad (10)$$

式中: μ_1, μ_2 为钢纤维混凝土和混凝土的塑性系数,其大小与构件的材料、尺寸、几何形状、钢筋和荷载等都有关系,是由实验决定的综合系数。文献

[5] 研究了普通钢筋混凝土梁抗剪强度, 研究结果表明, 塑性系数 μ_2 的值随纵向钢筋配筋率 ρ 的降低而减小, 随混凝土强度等级 f_{cu} 的提高而减小, 剪跨比 λ 对 μ_2 值的影响较小. 该文献在大量钢筋混凝土试验结果的基础上, 用二元线性回归的方法提出了 μ_2 的计算公式为:

$$\mu_2 = 0.64 - 0.009f_{cu} + 15.5\rho \quad (11)$$

由于钢筋钢纤维混凝土梁斜截面受剪承载力的试验数据较少. 文献[4]在式(11)的基础上, 结合现有的钢筋钢纤维增强部分混凝土梁的试验结果, 建立了系数 μ_1 的计算公式为:

$$\mu_1 = 1 - 0.009f_{cu} + 15.5\rho \quad (12)$$

取屈服线上各点的混凝土塑性变形都等于屈服线中点的塑性变形, 塑性变形能计算如下:

3.1 钢纤维混凝土的塑性应变能

由式(8)、(10), 可得

$$\begin{aligned} W_{if} &= \int_0^{h/\sin\beta} \Delta b(\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2) dy \\ &= \frac{\delta b}{2}(1 - \mu_1)f_h(1 + \sin\alpha) \frac{h_f}{\sin\beta} + \\ &\quad \frac{\delta b}{2}\mu_1 f_{fc}(1 - \sin\alpha) \frac{h_f}{\sin\beta} \end{aligned} \quad (13)$$

3.2 混凝土的塑性应变能

由式(9)、(10), 可得

$$\begin{aligned} W_{ic} &= \int_{h_f/\sin\beta}^{h/\sin\beta} \Delta b(\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2) dy \\ &= \frac{\delta b}{2}\mu_2 f_c(1 - \sin\alpha) \frac{h - h_f}{\sin\beta} \end{aligned} \quad (14)$$

3.3 纵向钢筋的塑性应变能

$$W_s = A_s f_y (y + h/2 - a_1) \varphi \quad (15)$$

式中: A_s 为纵向钢筋的面积; a_1 为保护层厚度.

3.4 外力功

设荷载作用点竖向位移为 $\delta_1, \delta_2, \delta_1 = (l - a)\varphi, \delta_2 = c\varphi$, 则外力功为

$$W_e = P_1 \delta_1 + P_2 \delta_2 = P\varphi(l - a + \eta c) \quad (16)$$

4 由虚功方程求极限荷载

由虚功原理得

$$W_e = W_{if} + W_{ic} + W_s \quad (17)$$

将式(13)、(14)、(15)、(16)及 $\delta = r\varphi$ 代入式(17), 并取 $f_{ic} = f_c$, 整理后得

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{2\sin\beta} \left[(1 - \mu_1) \frac{f_h}{f_c} \phi_f r(1 + \sin\alpha) + \right. \\ &\quad \left. \mu_1 \phi_f r(1 - \sin\alpha) + \mu_2(1 - \phi_f) r(1 - \sin\alpha) \right] + \\ &\quad \Phi(y + h/2) \end{aligned} \quad (18)$$

式中: $p = \frac{P(l - a + \eta c)}{bh_0 f_c}$ 是荷载系数; $\phi_f = h_f/h$

为相对钢纤维混凝土层厚; $\Phi = \frac{A_s f_y}{bh_0 f_c}$ 为纵向钢筋的钢筋指数.

为了求得 p 的最小值, 将 $r(1 \pm \sin\alpha) = r \pm (x\cos\beta + y\sin\beta)$ 代入(18)式, 再两边对 y 求导, 并令导数为零, 得到

$$\sin\theta = - \frac{(1 - \mu_1) \frac{f_h}{f_c} \phi_f - \mu_1 \phi_f - \mu_2(1 - \phi_f) + 2\Phi}{(1 - \mu_1) \frac{f_h}{f_c} \phi_f + \mu_1 \phi_f + \mu_2(1 - \phi_f)} \sin\beta \quad (19)$$

由式(19)求出 $\sin\theta$ 后, 再由式(5)、(6)求出 $y, r, \sin\alpha$, 代入式(18), 就可求出 p 的最小值. 进一步求出梁的极限荷载 P 上限解.

当 $\phi_f = h_f/h = 0$ 时, 由式(18)得到普通钢筋混凝土梁受剪承载力的上限解.

当 $\phi_f = h_f/h = 1$ 时, 由式(18)得到钢筋钢纤维增强全截面混凝土梁受剪承载力的上限解.

所以, 式(18)是普通钢筋混凝土梁和钢筋钢纤维增强混凝土梁受剪承载力的统一上限解.

5 计算实例与比较

为了验证笔者提出的钢筋钢纤维增强混凝土梁剪切强度的计算方法和建立的破坏机构的合理性, 作者对文献[7]中的10根发生剪切破坏的梁建立了破坏机构进行计算, 并与实验结果进行了比较. 计算时, 钢纤维混凝土的抗拉强度 f_h 按文献[8]的有关规定取值.

$1.5 \leq \lambda \leq 3.0$, 当 $\lambda < 1.5$ 时, 取 $\lambda = 1.5$; 当 $\lambda > 3.0$ 时, 取 $\lambda = 3.0$.

用 P_e 表示本方法计算的发生剪切破坏时的极限荷载, P_t 表示试验梁发生剪切破坏的试验破坏荷载, μ 为两者比值. 计算结果见表1. 计算结果表明: 计算破坏荷载和试验破坏荷载比值为 $\mu = 0.955 \sim 1.069$, 均方差 $\sigma = 0.076$, 变异系数 $\delta = 0.079$. 可见, 按笔者提出的计算方法和建立的破坏机构所得的钢筋钢纤维增强混凝土梁斜截面受剪承载力计算公式与试验结果符合较好.

6 结论

通过对钢筋钢纤维增强混凝土梁非对称荷载下建立的剪切破坏模型的计算、分析和研究, 可以得出以下结论:

表 1 计算结果与实验结果比较
Tab. 1 Computed result and experimental
result compare

梁号	P_c/kN	P_t/kN	μ
SAP00	211.5	203.9	1.037
SAP05	208.0	214.7	0.969
SAP10	196.0	205.2	0.955
SAP15	232.3	228.9	1.014
SAP20	241.0	226.8	1.062
SAL12	228.8	213.9	1.069
SAL20	265.0	252.8	1.048
SAH02	245.0	234.5	1.044
SAH04	248.2	242.5	1.025
SAH06	231.0	225.5	1.024

(1)混凝土的塑性理论和上限定理,可以用来模拟或计算钢筋钢纤维增强混凝土梁非对称荷载作用下的抗剪强度。

(2)尽管用塑性理论求出的破坏荷载与实验结果符合较好,但是用塑性理论不能求解极限状态的位移。极限状态的位移要有全过程分析才能得到^[9]。

(3)笔者给出的计算公式同时适用于普通钢筋混凝土梁、钢筋钢纤维增强部分混凝土梁和钢筋钢纤维增强全截面混凝土梁的斜截面剪切破坏的极限荷载计算,对称荷载、非对称荷载作用下均能使用。

参考文献:

[1] WANG W, JIANG D H. Shear strength of reinforced

concrete deep beam [J]. Journal of Structural Engineering, 1993, 119(8): 63-74.

[2] SMITH K N, VANTSIOTIS. Shear strength of deep beams [J]. ACI Journal, 1982, 79(3): 201-213.

[3] 董毓利, 樊承谋, 潘景龙. 钢纤维混凝土双向破坏准则的研究 [C]. 全国第四届纤维水泥与纤维混凝土学术会议论文集, 1992.

[4] 赵军, 高丹盈, 朱海堂. 钢纤维增强混凝土量斜截面受剪承载力塑性极限分析 [J]. 力学季刊, 2005, 26(2): 236-240

[5] 陆勤, 蒋永生, 丁大钧. 按塑性理论计算矩形截面钢筋混凝土简支梁的抗剪强度 [J]. 南京工学院学报, 1988, 18(1): 23-29.

[6] ROGERS C A, LANG C, FULLER C R. Modeling of shape memory alloy hybrid composites for structural acoustic control [J]. J Acoust Soc Am, 1991, 89(1): 210-220.

[7] 赵军. 钢筋钢纤维增强部分混凝土构件力学性能及设计方法的研究 [D]. 哈尔滨工业大学博士学位论文, 2000.

[8] 中国工程建设标准化协会标准 CECS38:92《钢纤维混凝土结构设计与施工规程》[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1992.

[9] 樊友景. 单跨均布荷载作用下两跨连续梁弹塑性分析 [J]. 郑州大学学报: 理学版, 2008, 40(4): 110-115.

Shear Strength Analysis of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams with Reinforcement

FAN You-jing¹, FAN Da-wei²

(1. College of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China; 2. Multi-Functional Design and Research Academy, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: Based on plastic theory, the yield formulas of reinforced bar, concrete and steel fiber reinforced concrete were confirmed. Then the diagonal sectional failure mode with two displacements of steel fiber reinforced concrete beams with reinforcement was established. With the plastic ultimate analysis and the method of energy, We deduce the function expression of the load that lead to the failure in shear of oblique section, then we optimize it to get the limit loads. Through adjusting the thickness of steel fiber reinforced concrete, the formula put forward in this article can also be applied to the calculation of the limit load of common reinforced concrete girder, a part of concrete beam which are reinforced by steel fiber and the total cross-section of concrete beam which is reinforced by steel fiber when their oblique sections are failure by shear. The calulation of the examples proves that the calculation theory and method are correct.

Key words: steel fiber reinforced concrete; shear strength; plastic analysis; failure mechanism