

## 附着式塔式起重机弹性二阶分析

李 天<sup>1</sup>, 郑德乾<sup>1</sup>, 李 纲<sup>2</sup>, 袁 征<sup>1</sup>

(1. 郑州大学土木工程学院, 河南 郑州 450002; 2. 国电郑州机械设计研究所, 河南 郑州 450052)

**摘 要:** 讨论了附着式塔式起重机的一层、两层附着两种情况的弹性二阶受力性能. 以 FZQ2000Z 型塔式起重机为研究对象, 提出了相应的简化计算模型, 对该简化模型进行了二阶效应分析并与有限元软件分析计算的结果进行了比较, 计算结果最大相差 3.9%. 分析结果表明, 所提出的简化模型能够反映实际塔式起重机的弹性二阶特征, 同时塔式起重机当吊重较大时, 二阶受力特点是明显的.

**关键词:** 附着式塔式起重机; 弹性二阶分析; 简化模型; 有限元分析

**中图分类号:** TH 212; TH 213.3

**文献标识码:** A

### 0 引言

随着工程结构高度和体量的不断增加, 塔式起重机已是建设工程中不可缺少的重要工具. 对塔式起重机结构进行详细的内力分析是保证塔式起重机结构安全的重要手段. 对结构的静力计算可分为弹性一阶、弹性二阶和弹塑性二阶分析. 弹性一阶分析不考虑结构的变形对静力计算的影响, 弹性二阶分析则需要考虑结构的变形对内力的影响. 目前, 塔式起重机结构的内力分析大部分局限于弹性一阶, 一些研究者对于起重机的臂架稳定进行了研究<sup>[1-3]</sup>, 但对于整个塔机考虑二阶效应的内力分析不多见. 由于塔式起重机起重重量较大, 在一定的荷载下二阶效应的影响较大, 这就可能影响起重机的受力性能. 而塔式起重机结构一般均不考虑弹塑性状态工作, 所以仅研究塔式起重机结构的弹性二阶效应. 同时限于篇幅, 只考虑塔式起重机结构具有一层和两层附着两种情况. 采用电力建设工程中常用的 FZQ2000Z 型附着自升塔式起重机为研究对象, 对其一层和两层附着两种情况提出了相应的简化计算模型, 并通过简化模型的二阶效应分析导出了相应的计算公式.

### 1 简化模型及计算

笔者采用电力建设工程中常用的 FZQ2000Z 型附着自升塔式起重机(以下简称该塔机)作为研究对象. 对于塔机结构做如下简化: ①塔身部分简化为一根柱子; 臂架部分简化为一根横梁, 不考虑

横梁变形的影响; ②横梁与柱子的连接视为刚结; ③塔机的底部及附着部分的连接设为铰接. 对塔机的一层和两层附着两种情况分别如图 1(a)、图 3(a)所示. 塔机的简化模型分别如图 1(b)、图 3(b)所示. 简化模型中各杆件相应的几何特征参数分别通过刚度等价得到.

#### 1.1 一层附着模型

当塔机为一层附着[图 1(a)]的计算简图如图 1(b). 图 1(c)为变形和荷载简图,  $\Delta$  表示柱子顶端侧移.

(1) 对于 AB 段( $0 < x < l_1$ ), 由图 2(a)可知, 平衡方程为  $EI_1 y'' + Py - P(\Delta + a)x/l_1 = 0$ , 或写成  $y'' + k_1^2 y - k_1^2(\Delta + a)x/l_1 = 0$ .

其中:  $k_1^2 = \frac{P}{EI_1}$ , 解方程并引入边界条件可得 B 点转角为

$$y'_1(l_1) = \left( -\frac{k_1 l_1}{\tan k_1 l_1} + 1 \right) \cdot \frac{\Delta + a}{l_1}.$$

(2) 对于 BC 段( $l_1 < x < l_2$ ), 由图 2(b), 平衡方程为

$$EI_2 y'' - P(\Delta + a - y) = 0,$$

或写成  $y'' + k_2^2 y - k_2^2(\Delta + a) = 0$ .

其中:  $k_2^2 = \frac{P}{EI_2}$ , 解方程并引入边界条件可得 B 点转角为

$$y'_2(l_1) = k_2 \cdot$$

$$\left\{ (\Delta + a) \cdot \left[ \frac{\sin k_2(l_1 + l_2)}{\sin k_2 l_1 \cdot \sin k_2 l_2} - \frac{1}{\tan k_2 l_1} \right] - \frac{a}{\sin k_2 l_2} \right\},$$

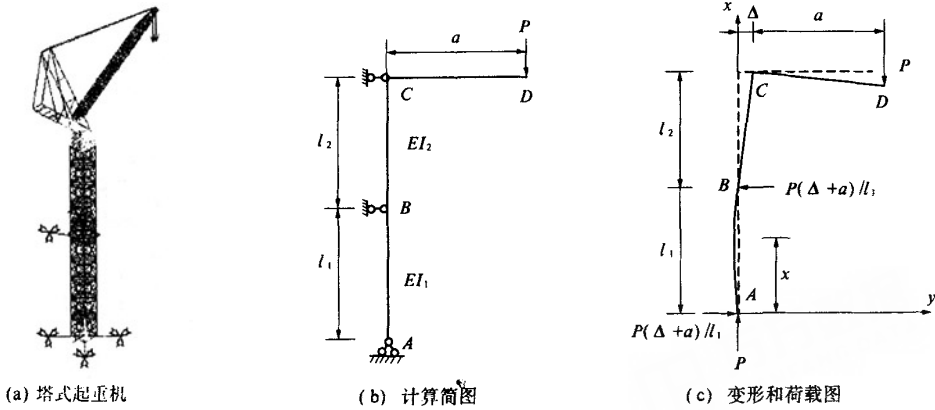


图1 一层附着时塔式起重机结构及相应计算简图

Fig.1 Tower crane with one point attachment and corresponding simplified calculating chart

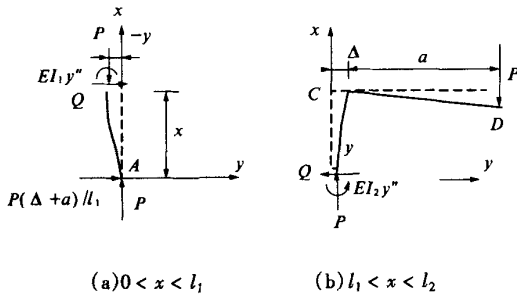


图2 隔离体受力图

Fig.2 Free-body force diagram

再由 B 点转角相等的变形协调条件  $y'_1(l_1) = y'_2(l_1)$  可得屈曲方程为

$$\Delta = \left( \frac{D_3}{D_2 - D_1} - 1 \right) \cdot a \quad (1)$$

式中:  $D_1 = \left( 1 - \frac{k_1 l_1}{\tan k_1 l_1} \right) \cdot \frac{1}{l_1}$ ;

$$D_2 = k_2 \cdot \left[ \frac{\sin k_2 (l_1 + l_2)}{\sin k_2 l_1 \cdot \sin k_2 l_2} - \frac{1}{\tan k_2 l_1} \right]; D_3 = \frac{k_2}{\sin k_2 l_2}.$$

作为对比,可以写出简化模型的弹性一阶的荷载位移关系:

$$\Delta = \frac{P a l_1 l_2}{3 E I_1} + \frac{P a l_2^2}{2 E I_2} \quad (2)$$

## 1.2 两层附着模型

两层附着时如图3所示,可把它分解为图3(c)的柱身段和图3(d)的悬臂段分别计算,然后叠加柱顶侧移值得到最终结果.对于图3(c)所示的柱身段采用位移法<sup>[4]</sup>计算,悬臂段采用平衡法<sup>[4]</sup>,计算过程如下:

(1) 由  $M_{AB} = K_1(C_1\theta_A + S_1\theta_B) = 0$ , 得

$$\theta_A = -\frac{S_1}{C_1}\theta_B.$$

所以,  $M_{BA} = K_1(C_1\theta_B + S_1\theta_A) = K_1\left(C_1 - \frac{S_1^2}{C_1}\right)\theta_B$ ,  
万方数据

$$M_{BC} = K_2(C_2\theta_B + S_2\theta_C).$$

对 B 结点,由  $\sum M_B = 0$ , 及  $M_{BC}$ 、 $M_{BA}$ , 可得

$$\theta_B = \frac{K_2 S_2}{K_1 C_1 + K_2 C_2 - K_1 \cdot \frac{S_1^2}{C_1}} \cdot \theta_C.$$

代入  $M_{CB} = K_2(C_2\theta_C + S_2\theta_B) = P(a + \Delta)$ , 可得

$$\theta_C = \frac{K_1 C_1 + K_2 C_2 - K_1 \cdot \frac{S_1^2}{C_1}}{\left( K_1 C_1 + K_2 C_2 - K_1 \cdot \frac{S_1^2}{C_1} \right) \cdot K_2 C_2 + (K_2 S_2)^2} \cdot P(a + \Delta).$$

式中:  $K_1 = \frac{EI_1}{l_1}$ ;  $K_2 = \frac{EI_2}{l_2}$ ;  $K_3 = \frac{EI_3}{l_3}$ ;  $k_1 = \sqrt{\frac{P}{EI_1}}$ ;

$$k_2 = \sqrt{\frac{P}{EI_2}}; k_3 = \sqrt{\frac{P}{EI_3}};$$

$$C_1 = \frac{k_1 l_1 \sin k_1 l_1 - (k_1 l_1)^2 \cdot \cos k_1 l_1}{2 - 2 \cos k_1 l_1 - k_1 l_1 \sin k_1 l_1};$$

$$C_2 = \frac{k_2 l_2 \sin k_2 l_2 - (k_2 l_2)^2 \cdot \cos k_2 l_2}{2 - 2 \cos k_2 l_2 - k_2 l_2 \sin k_2 l_2};$$

$$S_1 = \frac{(k_1 l_1)^2 - k_1 l_1 \sin k_1 l_1}{2 - 2 \cos k_1 l_1 - k_1 l_1 \sin k_1 l_1};$$

$$S_2 = \frac{(k_2 l_2)^2 - k_2 l_2 \sin k_2 l_2}{2 - 2 \cos k_2 l_2 - k_2 l_2 \sin k_2 l_2}.$$

(2) 对于图3(d)悬臂段,由图3(e)所示的隔离体受力图,可得其平衡方程为

$$EI_3 y'' + Py - M_{CD} = 0,$$

或写成  $y'' + k_3^2 y - \frac{M_{CD}}{P} \cdot k_3^2 = 0$ .

其中:

$$M_{CD} = r\theta, r = K_2 C_2 + \frac{(K_2 S_2)^2}{K_1 C_1 + K_2 C_2 - K_1 \cdot \frac{S_1^2}{C_1}}, k_3^2 = \frac{P}{EI_3}.$$

解方程并引入边界条件,可得图3(d)悬臂段 C 点的转角表达式为

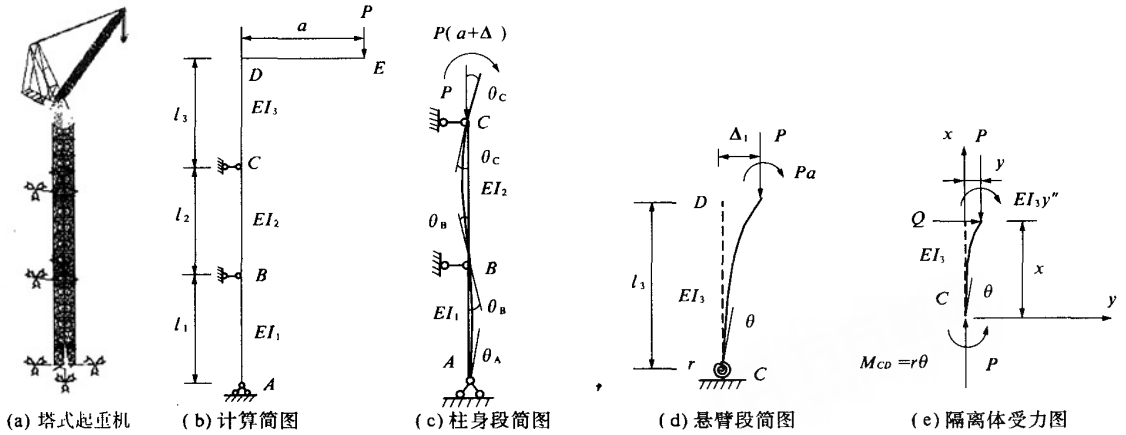


图3 两层附着时的塔式起重机结构及相应计算简图

Fig.3 Tower crane with two point attachment and corresponding simplified calculating chart and Free-body force diagram

$$\theta = y'(0) = A_3 k_3 = \frac{\Delta_1 + (M_{CD}/P)(\cos k_3 l_3 - 1)}{\sin k_3 l_3} k_3.$$

对 CD 杆, 由  $\sum M_C = 0$  得:  $\theta = Pa + P\Delta_1$ , 代入  $\theta$ ,  $M_{CD}$  并整理, 可得

$$\Delta_1 = \frac{\frac{P}{r} + \frac{1 - \cos k_3 l_3}{\sin k_3 l_3} \cdot k_3}{\frac{k_3}{\tan k_3 l_3} - \frac{P}{r}} \cdot a.$$

最后可得屈曲方程为

$$\Delta = \Delta_1 + \theta_C l_3 = \frac{D_4 + D_5 \cdot a}{1 - D_5} \quad (3)$$

$$\text{式中: } D_4 = \frac{\frac{P}{r} + \frac{1 - \cos k_3 l_3}{\sin k_3 l_3} \cdot k_3}{\frac{k_3}{\tan k_3 l_3} - \frac{P}{r}},$$

$$D_5 = \frac{K_1 C_1 + K_2 C_2 - K_1 \cdot \frac{S_1^2}{C_1}}{\left( K_1 C_1 + K_2 C_2 - K_1 \cdot \frac{S_1^2}{C_1} \right) \cdot K_2 C_2 + (K_2 S_2)^2} \cdot Pl_3.$$

作为对比, 可由结构力学中图乘法求得该简化模型的弹性一阶荷载位移关系:

$$\Delta = \frac{Pal_3^2}{2EI_3} + \frac{Pal_2 l_3}{24EI_2} \left( 10 - \frac{I_1/l_1}{I_1/l_1 + I_2/l_2} \right) \quad (4)$$

## 2 有限元分析计算对比

作为对比, 采用通用有限元分析软件 ANSYS 中分别对一层附着和两层附着时考虑二阶效应的位移进行对比. 模型参数为:  $a = 25 \text{ m}$ ,  $I_1 = 0.474 \ 090 \ 96 \text{ m}^4$ ,  $E = 206 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$ , 对于一层附着,  $l_1 = 30 \text{ m}$ ,  $l_2 = 28 \text{ m}$ ,  $I_2 = 0.407 \ 532 \ 68 \text{ m}^4$ ; 对于两层附着,  $l_1 = l_2 = 30 \text{ m}$ ,  $l_3 = 28 \text{ m}$ ,  $I_2 = I_3 = 0.407 \ 532 \ 68 \text{ m}^4$ . 计算中杆件均选用 Beam188 单元<sup>[5]</sup>, 考虑其几何非线性. 分析时采用牛顿-新普森法, 收敛准则采用力控制收敛<sup>[5-7]</sup>. 对于具有一层和两层附着的荷载位移曲线如图 4 所示. 在图 4 所示荷载范围内, 对于一层附着情况, 两种计算方法结果最大相差 2.8%; 对于两层附着情况, 两种计算方法结果最大相差 3.9%, 均在 5% 以内, 可见本文所给出的手算计算公式是非常精确的.

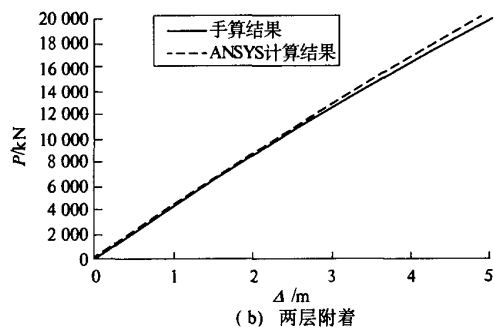
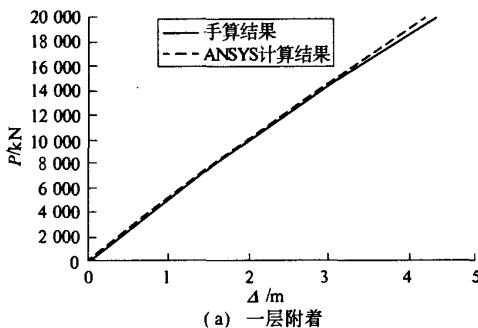


图4 简化模型两种计算方法 P-Δ 关系曲线比较

Fig.4 Comparison of P-Δ curve between two simplified models

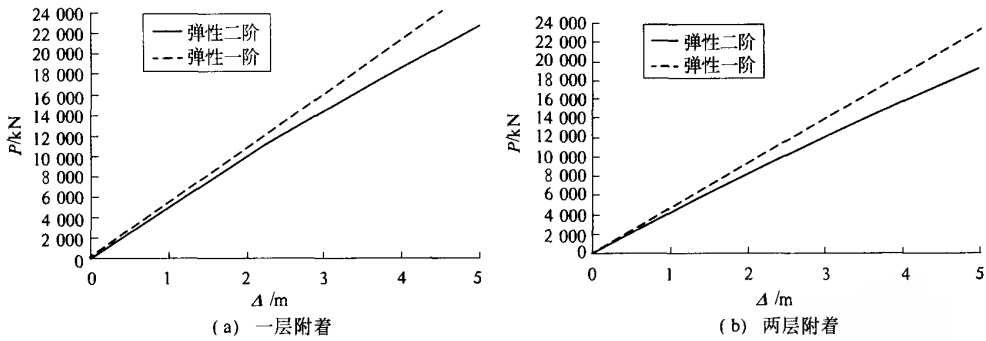


图5 简化模型的弹性一阶和弹性二阶对比

Fig.5 Comparison between first - order and second - order elastic analysis of simplified models

从图5可以看出,在一层和两层附着两种情况下:当荷载较小时,按照弹性一阶理论与弹性二阶理论计算的结果比较接近,没有明显差别;但随着荷载的增加,按照弹性二阶理论计算的最大位移较弹性一阶时要大.所以对于塔式起重机结构,当达到一定荷载时,二阶效应影响显著,如果仍按照弹性一阶理论考虑会偏于不安全.

### 3 结论

(1) 由于塔式起重机起重量较大,在一定荷载下变形较大,由以上分析可见,当塔机吊重较大时其二阶效应的影响较大,不应忽略;

(2) 本文对于塔式起重机的简化模型能较好反映塔机的弹性二阶受力特征,简化模型计算结果与有限元分析计算结果接近.

### 参考文献:

[1] 李以申,陆念力,顾迪民. 塔式起重机起重臂架结构

稳定计算研究(一),(二),(三),(四)[J]. 建筑机械,1996(11):12~15;1996(12):23~26;1997(1):12~18;1997(2):9~13.

[2] 谷礼新,郑海斌,彭卫平. 塔式起重机起重臂结构和稳定性有限元分析[J]. 机电工程技术,2005, 34(8): 27~28.

[3] 张连文,马新敏,王 昊,等. 双吊点塔式起重机臂架整体稳定性计算[J]. 起重运输机械,2004(2): 16~18.

[4] 陈 骥. 钢结构稳定理论与设计[M]. 第二版. 北京:科学出版社,2003.

[5] 张利英,赵昕哲,吴建松. ANSYS在塔式起重机结构分析中的应用[J]. 建筑机械化,2004,(9):57~59.

[6] 刘 涛,杨凤鹏. 精通 ANSYS[M]. 北京:清华大学出版社,2002.

[7] 李 天,张 猛,张 哲,等. 数值积分法计算受损伤圆钢管轴压杆件极限承载力[J]. 郑州大学学报(工学版),2004,25(1):11~15.

## Second - order Elastic Analysis for Attached Tower Crane

LI Tian<sup>1</sup>, ZHENG De - qian<sup>1</sup>, LI Gang<sup>2</sup>, YUAN Zheng<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China; 2. Guodian Zhengzhou Mechanical Design Research Institute, Zhengzhou 450052, China)

**Abstract:** The second - order elastic effects of the one and two attached tower crane are discussed. Two corresponding simplified models are put forward based on the self - rising attached tower crane FZQ2000Z. The two simplified models are calculated by manual calculation method and finite element analysis method, and the calculated results are compared. The maximum discrepancy of the calculated results is 3.9%. It shows that the second - order elastic character of the actual tower crane can be reflected by the simplified models, and the second - order elastic character is obvious when the lifting weight of the tower crane is large.

**Key words:** attached tower crane; second - order elastic analysis; simplified model; finite element analysis  
万方数据