

考虑中间主应力影响的主动土压力计算

杨荣根¹, 刘忠玉², 李 昊³

(1. 河南省建筑职工大学土木工程系 ,河南 郑州 450007 2. 郑州大学土木工程学院 ,河南 郑州 450002 ;
3. 新乡天丰钢板开发有限公司 ,河南 新乡 453000)

摘 要 :在平面应变条件下 ,分别推导了松冈元-中井照夫破坏准则、Lade-Duncan 破坏准则和俞茂宏双剪统一强度准则的表达形式 ,并将平面应变条件下和常规三轴压缩条件下的土体抗剪强度指标联系起来 .在此基础上 ,得到了考虑中间主应力影响的主动土压力计算公式 .计算表明 ,只要填土的内摩擦角大于 0 ,考虑中间主应力影响的主动土压力值都小于 Rankine 主动土压力值 ,但不同的破坏准则 ,其计算结果相差较大 .

关键词 :挡土墙 ;破坏准则 ;主动土压力 ;平面应变 ;中间主应力

中图分类号 :TU 417.11 文献标识码 :A

0 引言

在土压力计算中 ,传统的 Rankine 土压力理论和 Coulumb 土压力理论一直得到广泛的采用 .这些理论仅考虑了土体中的最大和最小主应力 ,忽略了中间主应力的影响 ,也就是采用了 Mohr-Coulumb 破坏准则 .但是 ,大量的试验结果和理论分析表明 ,在平面应变条件下 ,中间主应力对土的强度具有一定的增强作用 ,并且土体的内摩擦角 φ 越大 ,这种增强作用越明显^[1] .因此 ,不断有人将考虑中间主应力影响的破坏准则引入到土压力的计算中 .例如 ,文献 [2] 引入 Lade - Duncan 破坏准则 ,文献 [3 ~ 6] 则分别引入了俞茂宏的双剪强度理论及其修正形式 .

在平面应变条件下 ,要考虑中间主应力的影响 ,首先就需要确定其数值 .为此 ,文献 [2] 引入了 Lode 角 θ ,文献 [3 ~ 4] 引入了中间主应力参数 m ,而文献 [5 ~ 6] 则将中间主应力取为竖向主应力与侧压力 K 或静止侧压力系数 K_0 的乘积^[5,6] .但是 θ , m 和 K 值却都不易合理确定 ;即使将 K 取为 K_0 ,也是有待商榷的 ,因为 K_0 仅适用于弹性范围内土体没有水平位移的情况 .因此 ,文献 [7 , 8] 通过试验研究平面应变条件 3 个主应力的关系 ,并发现对于接近破坏状态的无黏性土下式成立 :

$$\sigma_2 = \sqrt{\sigma_1 \sigma_3} \tag{1}$$

同时 ,文献 [1 , 9] 也从理论上证明 ,在满足松冈元 - 中井照夫破坏准则时 ,式(1)是一定成立的 .

另外 ,目前描述土体破坏的模型很多 ,其中考虑了中间主应力影响且应用较广的是松冈元 - 中井照夫(Matsuoka - Nakai)破坏准则、Lade - Duncan 破坏准则和俞茂宏双剪强度破坏准则(下文分别简称为 M - N 准则、L - D 准则和 Yu 准则) ,而且文献 [1 ~ 8] 已分别给出了平面应变条件下 M - N 准则的不同的表述形式 .尽管有些破坏准则已在土压力计算中应用 ,但鲜见其计算结果之间的比较 .因此 ,笔者在式(1)成立的前提下 ,首先对无黏性土推导了这三个破坏准则在平面应变条件下的表达形式 ,并扩展到黏性土 .然后假定挡土墙和墙后土体满足 Rankine 土压力理论的基本假定 ,即墙背竖直且光滑 ,墙后填土面水平 ,采用极限状态分析方法 ,将这三个破坏准则分别引入到主动土压力的计算中 ,并对计算结果进行了比较 .

1 平面应变条件下三种破坏准则的表达形式

1.1 无黏性土

1.1.1 M-N 准则

在大量实验的基础上 ,松冈元和中井照夫提出了空间滑移面理论^[10] ,对于砂土 ,其破坏准则可表示为

$$\frac{I_1 I_2}{I_3} = 8 \tan^2 \varphi + 9 \tag{2}$$

式中： φ 为常规三轴压缩实验得到的内摩擦角； I_1, I_2, I_3 分别为应力张量的第一、第二、第三不变量，即

$$\begin{cases} I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 \\ I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \end{cases} \tag{3}$$

在平面应变条件下，考虑到式(1)，将式(3)代入式(2)可得

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = K_{aMN} = \frac{1}{4} (\sqrt{8 \tan^2 \varphi + 9} - \sqrt{8 \tan^2 \varphi + 6 - 2 \sqrt{8 \tan^2 \varphi + 9 - 1}})^2 \tag{4}$$

1.1.2 L-D 准则

Lade - Duncan 破坏准则可表示为^[11]

$$\frac{I_1^3}{I_3} = K = \frac{(3 - \sin \varphi)^3}{(1 + \sin \varphi)(1 - \sin \varphi)^2} \tag{5}$$

在平面应变条件下，考虑到式(1)，将式(3)代入式(5)可得

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = K_{aLD} = \frac{1}{4} \left[\sqrt[3]{K} - 1 - \sqrt{(\sqrt[3]{K} - 1)^2 - 4} \right]^2 \tag{6}$$

1.1.3 Yu 准则

对于岩土类材料，俞茂宏教授的双剪强度破坏准则可表示为^[12]

当 $\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sin \varphi}{2} (\sigma_1 - \sigma_3)$ 时，
$$F = \sigma_1 - \frac{1 - \sin \varphi}{(1 + b)(1 + \sin \varphi)} (b \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{2 c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \tag{7}$$

当 $\sigma_2 > \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sin \varphi}{2} (\sigma_1 - \sigma_3)$ 时，
$$F = \frac{\sigma_1 + b \sigma_3}{1 + b} - \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \sigma_3 = \frac{2 c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \tag{8}$$

式中： b 为反映中间主剪应力作用的权系数； c 为常规三轴压缩实验得到的土体黏聚力。

对于无黏性土，在平面应变条件下，考虑到式(1)，将式(3)代入式(7)可得

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = K_{aY} = \frac{1}{4} \left[\frac{K_a b + \sqrt{(K_a b)^2 + 4(1 + b)K_a}}{1 + b} \right]^2 \tag{9}$$

式中： K_a 为 Rankine 主动土压力系数，即

$$K_a = \tan^2 (45^\circ - \frac{\varphi}{2}) \tag{10}$$

1.2 黏性土

原则上，M - N 准则和 L - D 准则只适用于无黏性土(摩擦材料)，对黏性土(即 $c - \varphi$ 材料)，引入黏结应力 c_0 和转换应力^[8, 13]

$$\sigma_0 = c \cot \varphi \tag{11}$$

$$\bar{\sigma}_i = \sigma_i + \sigma_0, i = 1, 2, 3 \tag{12}$$

这样，具有应力状态 $\sigma_i (i = 1, 2, 3)$ 的 $c - \varphi$ 材料和具有应力状态 $\bar{\sigma}_i (i = 1, 2, 3)$ 的摩擦材料等价，所以 $\bar{\sigma}_1$ 和 $\bar{\sigma}_3$ 在平面应变状态下也满足式(4)，(6)或(9)，即

$$\frac{\sigma_3 + \sigma_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = K_{ap} \tag{13}$$

式中：对应于上述 3 个破坏准则， K_{ap} 可分别取为式(4)、(6)和(9)中的 K_{aMN}, K_{aLD} 和 K_{aY} 。上式简化后，可得平面应变条件下黏性土的破坏准则为

$$\sigma_3 = K_{ap} \sigma_1 - (1 - K_{ap}) c \cot \varphi \cdot c \tag{14}$$

式(14)可表示为

$$\sigma_3 = \tan^2 (45^\circ - \frac{\varphi_p}{2}) \sigma_1 - 2 c_p \tan (45^\circ - \frac{\varphi_p}{2}) \tag{15}$$

式中： φ_p 和 c_p 分别为平面应变状态下对应上述 3 种破坏准则的土体内摩擦角和黏聚力，即

$$\begin{cases} \varphi_p = \arcsin (\frac{1 - K_{ap}}{1 + K_{ap}}) \\ c_p = c \cdot \cot \varphi \cdot \frac{1 - K_{ap}}{2 \sqrt{K_{ap}}} \end{cases} \tag{16}$$

图 1、2 表示 φ_p/φ 和 c_p/c 与常规三轴压缩实验得到的内摩擦角 φ 的关系。

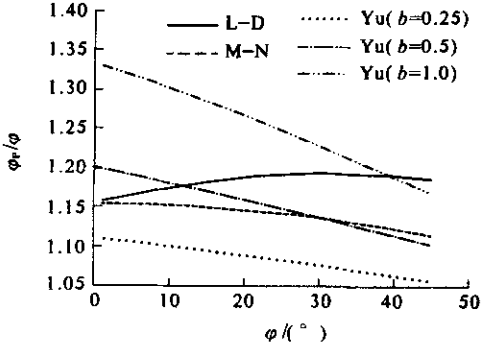


图 1 φ_p/φ 与 φ 的关系图

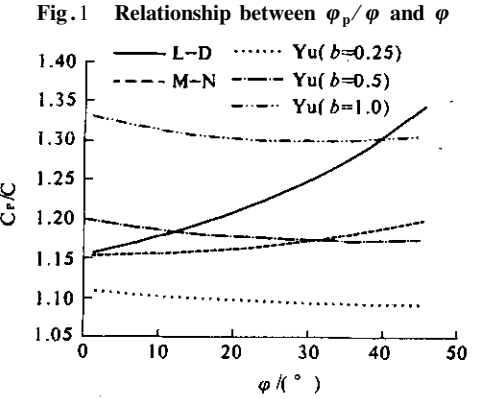


图 2 c_p/c 与 φ 的关系图

Fig.1 Relationship between φ_p/φ and φ

Fig.2 Relationship between c_p/c and φ

很明显,对于本文所讨论的 3 个破坏准则,都有 $\varphi_p > \varphi$ 和 $c_p > c$ 。而且除了 Yu 准则 $b = 0.25$ 的计算值以外,都有 $\varphi_p > 1.115\varphi$, $c_p > 1.157c$ 。这说明中间主应力对土体强度的增强作用是明显的。

2 主动土压力计算

当挡土墙和墙后土体满足 Rankine 土压力理论的基本假定,且仅考虑重力作用时,墙后土体中的竖向和水平向就是主应力方向。当挡土墙向外水平位移时,墙后土体水平伸长,水平向主应力逐渐减小,在极限状态下,水平向主应力为第三主应力 σ_3 ,作用在挡土墙背上即为主动土压力 σ_a 。此时竖向自重应力 σ_{cz} 就是第一主应力 σ_1 。这样由式 (15) 可得主动土压力公式为

$$\sigma_a = \sigma_{cz} K_{ap} - 2c_p \sqrt{K_{ap}} \quad (17)$$

式中: K_{ap} 为主动土压力系数,即为式 (4) (6) 和 (9) 中的 K_{aMN} , K_{aLD} 和 K_{aY} ,也可表示为

$$K_{ap} = \tan^2(45 - \frac{\varphi_p}{2}) \quad (18)$$

类似 Rankine 主动土压力理论,易得墙后土体中的破裂角 α_f 与水平面夹角为

$$\alpha_f = 45 + \frac{\varphi_p}{2} \quad (19)$$

由于 φ_p 大于 φ ,所以按上式计算得到的破裂角 α_f 大于 Rankine 土压力理论的计算值,即考虑到中间主应力影响后潜在滑动楔体的体积变小了。

3 结果比较

图 3 表示按 M-N 准则、L-D 准则和 Yu 准则 ($b = 0.25, 0.5, 1$) 计算得到的主动土压力系数 K_{ap} 分别与 Rankine 主动土压力系数 K_a 的比值随内摩擦角 φ 的变化规律。很明显,当 φ 大于 0 时,考虑中间主应力影响的主动土压力系数 K_{ap} 都小于 Rankine 主动土压力系数 K_a ,并且随着 φ 的增大,二者之间的差别更大。这说明不考虑中间主应力影响的 Rankine 土压力理论是偏予安全的。但是图 3 也表明不同的破坏准则,对土压力系数的影响程度也不同。即使对于 Yu 准则,参数 b 对计算结果的影响也是很大的。例如,当 $\varphi = 30^\circ$ 时,按 M-N 准则、L-D 准则计算的 K_{ap}/K_a 分别为 0.844、0.785,按 Yu 准则 ($b = 0.25, 0.5, 1$) 计算的 K_{ap}/K_a 分别为 0.910、0.843、0.750。所以,在土压力的计算中合理选择破坏准则是很有必要的。

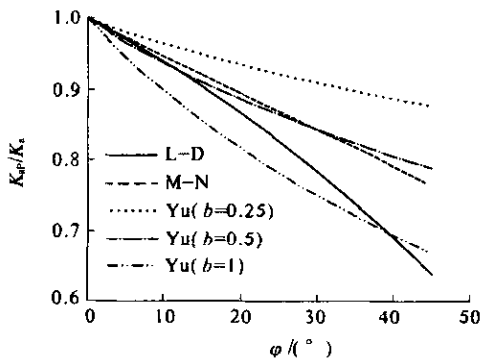


图 3 K_{ap}/K_a 与 φ 的关系

Fig.3 Relationship between K_{ap}/K_a and φ

4 结 语

笔者首先推导了松冈元-中井照夫破坏准则、Lade-Duncan 破坏准则和俞茂宏双剪强度破坏理论在平面应变条件下的表达形式,然后将其应用于主动土压力的计算中。理论分析表明:中间主应力对土体强度有一定的增强作用,因此考虑中间主应力影响时,作用于挡土墙的主动土压力将会减小。但不同的破坏准则,其计算结果相差较大,所以在土压力计算中,要重视破坏准则的选择。

参考文献:

- [1] 史宏彦, 谢定义, 汪闻韶. 平面应变条件下无黏性土的破坏准则[J]. 土木工程学报, 2001, 34(1): 79~83.
- [2] WOODWARD P K. Earth pressure coefficients based on the Lade-Duncan failure criterion [J]. Engineering Structure, 1997, 19(9): 733~737.
- [3] 范文, 刘 聪, 俞茂宏. 基于统一强度理论的土压力公式[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2004, 24(6): 43~46.
- [4] 陈秋南, 张永兴, 周小平. 三向应力作用下的 Rankine 被动土压力公式[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(5): 880~882.
- [5] 谢群丹, 何 杰, 刘 杰, 等. 双剪统一强度理论在土压力计算中的应用[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(3): 343~345.
- [6] 胡小荣, 俞茂宏. 双剪统一强度准则修正及土压力计算[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(3): 283~287.
- [7] 史宏彦, 刘保健. 确定平面应变条件下无黏性土中主应力的一个经验公式[J]. 西安公路交通大学学报, 2001, 21(1): 19~22.
- [8] 罗 汀, 姚仰平, 松冈元. 基于 SMP 准则的土的平面应变强度公式[J]. 岩土力学, 2000, 21(4): 390~393.
- [9] SATAKE M. Stress-deformation and strength characteristics of soil under three difference principal stresses (Discussion)[J]. Proc of Japan Society of Civil Engineers,

1976 , 246 : 137 ~ 138 .

[10] MATSUOKA H , NAKAI T. Stress-deformation and strength characteristics of soil under three difference principal stresses[J]. Proc of Japan Society of Civil Engineers , 1974 , 232 : 59 ~ 70 .

[11] LADE P V , DUNCAN J M. Elasto-plastic stress/strain theory for cohesionless soils [J]. Proc ASCE , 1975 , 101 (10) : 1037 ~ 1053 .

[12] 俞茂宏 . 岩土类材料的统一强度理论及其应用[J]. 岩土工程学报 , 1994 , 16 (2) : 1 ~ 10 .

[13] EWY R. Wellbore – stability prediction by use of a modified lade criterion [J]. SPE Drill Completion , 1999 , 14 (2) : 85 ~ 91 .

Calculation of Active Earth Pressure Considering the
Effect of the Intermediate Principal Stress

YANG Rong – gen¹ , LIU Zhong – yu² , LI Hao³

(1. Department of Civil Engineering , Building Worker College of Henan Province , Zhengzhou 450007 , China ; 2. School of Civil Engineering , Zhengzhou University , Zhengzhou 450002 , China ; 3. Xinxiang Tianfeng Steel Plate Development Company Ltd. , Xinxiang 453000 , China)

Abstract : The expressions of Matsuoka – Nakai , Lade – Duncan and Yu ’ s twin – shear failure criterion under the plane strain condition are respectively obtained , and the shear strength parameters of soil under the plane strain condition are connected with those under the routine triaxial compression condition in this paper. Accordingly , the formula of active earth pressure considering the effect of the intermediate principal stress under plane strain condition is proposed. It is shown that , for the filling soil with the internal friction angle greater than 0 , the active earth pressure acting on retaining wall considering the effect of the intermediate principal stress is less than that by Rankine ’ s theory , but the difference among the calculated results based on these failure criterions is nonnegligible.

Key words : retaining wall ; failure criterion ; active earth pressure ; plane strain ; intermediate principal stress

我校吴养洁院士等 6 名学者获 2006 年度省杰出人才创新基金

由省科技厅、省财政厅设立的河南省杰出人才创新基金 ,经省科技厅、省财政厅、省委组织部、省人事厅组织专家评审委员会评审 ,结果于日前揭晓。2006 年度 ,河南省杰出人才创新基金共评出 27 名基金获得者 ,资助经费总额 1 000 万元。我校有 6 人获得了此项基金 ,资助经费 250 万元。

这 6 名基金获得者是 :吴养洁院士 ,获资助项目“ 金属有机化合物在催化偶联与制备发光材料中的应用 ” ,资助资金 70 万元 ;张建营教授 ,获资助项目“ 肿瘤相关抗原芯片的研发及其在肿瘤早期诊断中的应用研究 ” ,资助资金 55 万元 ;董丽萍教授 ,获资助项目“ 黄河淤泥承重多孔砖砌体的结构性能研究及应用 ” ,资助资金 35 万元 ;韩捷教授 ,获资助项目“ 全矢谱技术及设备诊断工程应用研究 ” ,资助资金 30 万元 ;叶方保教授 ,获资助项目“ 含非氧化物泵送喷射耐火浇注料的开发与应用 ” ,资助资金 30 万元 ;涂善东 ,“ 长江学者奖励计划 ”特聘教授、郑州大学兼职教授 ,获资助项目“ 高导热复合材料换热设备的研究 ” ,资助资金 30 万元。