

文章编号:1671-6833(2005)01-0028-05

路面雷达电磁波的时域有限差分法模拟

王复明<sup>1</sup>, 李 嘉<sup>1</sup>, 蔡迎春<sup>2</sup>

(1. 郑州大学环境与水利学院, 河南 郑州 450002; 2. 大连理工大学土木工程学院, 辽宁 大连 116024)

**摘 要:** 介绍了路面雷达电磁波在路面结构中传播的基本原理, 结合时域有限差分法算法, 分别分析一维 FDTD 方程、软激励源、分层介面的有效参数、吸收边界条件在应用实现模拟过程中的重要影响, 并建立了空气耦合式路面雷达的正演模型. 理论模拟和实际工程数值算例表明: 该模型对路面雷达正演模拟是可行的, 误差不超过 2%.

**关键词:** 路面雷达; 时域有限差分法; 正演

**中图分类号:** U 412.2      **文献标识码:** A

0 引言

路面探地雷达(Ground Penetrating Radar, 简称 GPR), 又称路面雷达, 由于具有探测速度快、非接触、无破坏、分辨率高、可直接获得地下剖面图、可进行数据的实时成像处理、经济方便等优点, 已经得到广泛的应用. 但目前路面雷达的主要应用集中在路面结构层厚度的检测. 由于理论模型及回波信号处理等方面的困难, 现行路面雷达厚度分析方法仅对低耗的新铺沥青混凝土路面有相对较好的检测精度, 而对旧沥青混凝土路面和水泥混凝土路面的检测精度却不能令人满意, 并且对路面其它技术指标如压实度, 含水量等研究还处于探索阶段. 因此, 开展路面雷达电磁波的正演研究, 对于合理、准确解释回波信号, 进一步拓宽路面雷达的应用, 具有重要意义. 时域有限差分法(Finite Difference Time Domain Method, 简称 FDTD) 是一种重要的电磁波计算方法, 经过三十多年的发展已经成为一种成熟的数值方法, 广泛应用于电磁波的传导、散射及电路板的分析.

1 路面雷达电磁波在路面结构层中传播的基本原理

探地雷达是一种工作于近地面状态下利用超宽带电磁脉冲进行地下结构和埋藏物探测的新型无损探测仪器. 路面雷达是一种专门用于道路结

构层探测的探地雷达系统<sup>[1]</sup>. 其工作原理是电磁波在不同材料介电常数突变的界面上会发生反射. 譬如电磁波在路面结构层传播的过程中, 每遇到结构层界面, 就会发生透射和反射. 图 1 为由面层、基层和路基组成的三层路面结构体系.

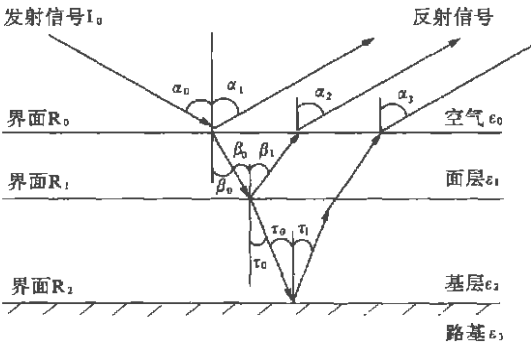


图 1 路面雷达系统工作原理  
Fig. 1 Ground penetrating radar system working principle

当振源产生的脉冲地磁波  $I_0$ , 由天线定向成一定角度  $\alpha_0$  向路面发射, 波的一部分在第一界面  $R_0$  (路面与空气界面) 发生反射, 反射角  $\alpha_0$  应等于  $\alpha_1$ , 反射波幅为  $A_1$ . 同时另一部分能量继续向下穿透(折射). 当折射波沿  $\beta_0$  方向传播碰到第二界面  $R_1$  (面层与基层界面) 时, 波的一部分通过界面  $R_1$  法线反射,  $\beta_0$  应与  $\beta_1$  相等, 反射波幅为  $A_2$ . 另一部分继续向下折射, 又碰到第三界面  $R_2$  (基层与路基界面), 同样, 波一部分向上反射, 并穿透面

层到空气,反射波幅为  $A_3$ . 同理,波的另一部分继续向下穿透. 当路基均质无限,无异物时,穿透折射波的能量损耗于无限体中,没有向上反射.

由上面的分析可以知道,雷达波与其他波一样,具有相同的传播特点和规律. 其中 1 个最突出的特点,就是雷达波碰到介电常数突变的界面就要发生反射,雷达检测技术正是利用电磁波传播的这一特性,通过影响反射和透射因素的解析达到求知路面的各种信息. 图 2 为典型的三层路面结构雷达反射波.

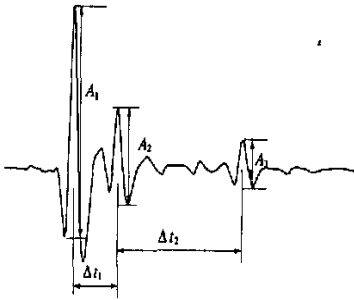


图 2 三层路面结构的典型雷达反射波形  
Fig. 2 Typical GPR reflected waveform for three layer pavement

2 路面雷达的 FDTD 模拟

2.1 路面雷达的一维 FDTD 离散方程

1966 年, K S. Yee 首次提出了时域有限差分法(Finite Difference Time Domain)的概念,用后来被称为 Yee 网格的空间离散形式,把带时间变量的 Maxwell 旋度方程转化为差分格式<sup>[3]</sup>. 而对于一边为自由空间,一边为有耗半无限大空间的反射问题,需要用 FDTD 计算时通常是个二维问题. 但是实际上由于路面系统每层均匀、而非各向异性的介质,这样情况就可以转化为一维问题来解决,则可以节省运算的空间和时间,为将来反问题的研究打下良好的基础<sup>[3]</sup>. 一维情况下,设电磁波沿  $z$  方向传播,介质参数和场量均与  $x, y$  无关,即  $\partial/\partial x = 0, \partial/\partial y = 0$ , 于是 Maxwell 方程可表示为

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x \tag{1}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} - \sigma_m H_y \tag{2}$$

方程式 (1)、(2) 的 FDTD 离散公式分别为式 (3) 和式 (4).

$$E_x^{n+1}(k) = \frac{1 - \frac{\sigma(i) \Delta t}{2\epsilon(i)}}{1 + \frac{\sigma(i) \Delta t}{2\epsilon(i)}} \cdot E_x^n(k) - \frac{\frac{\Delta t}{\epsilon(i)}}{1 + \frac{\sigma(i) \Delta t}{2\epsilon(i)}} \cdot$$

$$\frac{H_y^{n+1/2}(k+1/2) - H_y^{n+1/2}(k-1/2)}{\Delta z} \tag{3}$$

$$H_y^{n+1/2}(k+1/2) = \frac{1 - \frac{\sigma_m(i) \Delta t}{2\mu(i)}}{1 + \frac{\sigma_m(i) \Delta t}{2\mu(i)}} \cdot H_y^{n-1/2}(k+1/2) + \frac{\frac{\Delta t}{\mu(i)}}{1 + \frac{\sigma_m(i) \Delta t}{2\mu(i)}} \cdot \frac{E_x^n(k+1) - E_x^n(k)}{\Delta z} \tag{4}$$

式中:  $\epsilon$  表示介质介电常数,  $F/m$ ;  $\sigma$  表示电导率,  $S/m$ ;  $\mu$  表示磁导系数,  $H/m$ ;  $\sigma_m$  表示导磁率,  $\Omega/m$ ;  $E$  为电场强度,  $V/m$ ;  $H$  为磁场强度,  $A/m$ .

2.2 激励源的设置

激励源的设置 FDTD 具有非常重要的地位. 第一个在 FDTD 计算中的数值模拟激励源模型是由 Yee 在 1966 年提出的. 1982 年 Taflov 建立了另外一种硬激励源<sup>[4]</sup>, 该激励源实现方法十分简单,只需要在所施加的点(面、体积)处令电场值等于所需激励的值  $E(t)$  即可,但是引起非物理反射波. 比较有效的是 1996 年 ZHAO An ping 在文献<sup>[5]</sup>中提出的软激励源,他的激励方案十分简单,只要在激励源处应用 Yee 叠代算法公式将相应的电场叠加所需激励的值  $E(t)$  即可,这样在激励区的 Yee 的叠代公式为

$$E_x^{n+1}(k) = E_x^n(k) - \frac{\Delta t}{\epsilon} \cdot \frac{H_y^{n+1/2}(k+1/2) - H_y^{n+1/2}(k-1/2)}{\Delta z} + E_i(k) \tag{5}$$

由于该激励源在 FDTD 的仿真取得了较好的效果,又减少了计算机所用的内存和时间,所以应用十分广泛,本研究所采用的激励源类型就是这种有效软激励源.

2.3 介质分层界面电磁参数选取

路面系统是由面层、基层、底基层组成的分层结构,但由于 Maxwell 微分方程形式在介质参数突变面处失效,本文采用平均法选取 FDTD 在分层界面的参数<sup>[9]</sup>,即

$$\left\{ \begin{aligned} \epsilon_{\text{eff}} &= \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} \\ \sigma_{\text{eff}} &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \\ \mu_{\text{eff}} &= \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \end{aligned} \right. \tag{6}$$

2.4 吸收边界

Maxwell 方程差分离散后,能够迭代求解的计算区域是有限的,因而用 FDTD 方法求解无界空

间问题的时候, 必须在计算区域边界上应用特殊的边界条件来吸收来自计算域的外行波, 以实现自由空间的模拟, 出于对计算的正确性和精确性考虑, 本文的吸收边界采用 Mur 的一介近似吸收边界条件<sup>[7]</sup>:

$$\varphi^{+1}(0) = \varphi(0) + \frac{v \Delta t - \Delta x}{v \Delta t + \Delta x} [\varphi^{+1}(1) - \varphi(0)] \quad (7)$$

3 用 FDTD 对路面雷达正演模拟

基于路面体系特性的考虑, 用 FDTD 模拟电磁波在道路体系的模拟. 在路面模型构建时, 假定入射角为零, 不考虑磁导率的影响, 依据电磁波理论得到了 GPR 检测多层路面的回波反射模型, 根据以上 FDTD 应用于路面体系的几个基本点, 将路面雷达电磁波在多层路面体系中传播的正演模型步骤归纳如下: ①输入路面结构基本参数, 建立路面结构模型. ②获取并输入激励源, 对离散源进行数值差分, 使之成为对应时间步的点. ③利用 FDTD 的有限差分原理计算电磁波在路面结构层的传播特性, 包括反射、透射和损耗特性, 分析并分别计算总场和透射场. ④计算反射场. ⑤输出雷达反射波的信号.

依据以上步骤, 编制了建立路面雷达波在路面结构层中传播的正演模型的程序, 图 3 是该程序的程序框图.

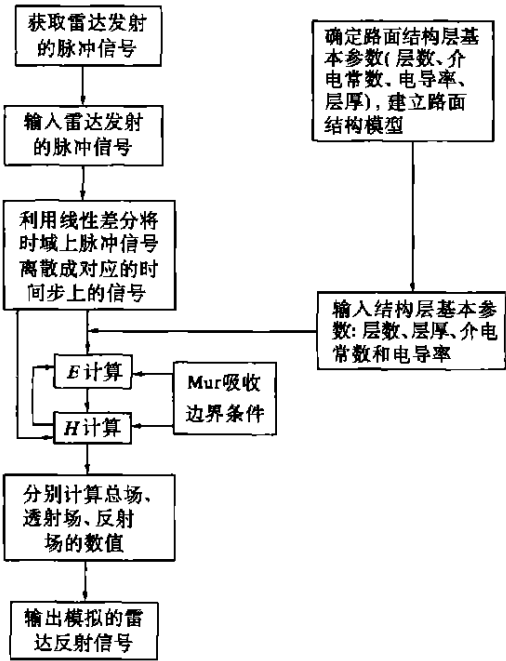


图 3 路面雷达电磁波在路面结构体系中传播的正演模型程序框图

Fig. 3 Data flow diagram of forward modeling

4 数值算例

根据以上正演模型, 编制了路面雷达一维 FDTD 模拟程序.

例 1 为从理论上验证该程序的正确性, 建立一个三层体系模型. FDTD 设置为: 时间步  $\Delta t = 1 \times 10^{-12} \text{ s}$ , 空间步  $\Delta x = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$ . 激励源采用升余弦函数:  $f(t) = -0.5(1 - \cos(2\pi/(6 \times 10^{-10})))$ . 路面模型为三层体系 ( $\epsilon$  为相对介电常数):

$$\begin{cases} \epsilon_1 = 4, \sigma_1 = 0.001 \text{ S/m}, h_1 = 20 \text{ cm}; \\ \epsilon_2 = 9, \sigma_2 = 0.002 \text{ S/m}, h_2 = 30 \text{ cm}; \\ \epsilon_3 = 16, \sigma_3 = 0.003 \text{ S/m}, h_3 = 100 \text{ cm}. \end{cases}$$

图 4 所示为模拟结果, 可以明显看出 3 个在分层界面上产生的反射波. 以下分别再对波幅和时间上的数量关系进行验证.

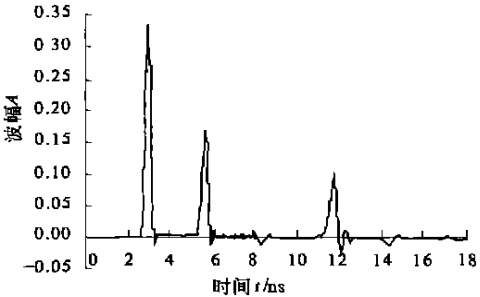


图 4 三层路面结构雷达反射波模拟结果

Fig. 4 The calculated reflected waveform for three layer pavement

由图 4 的数据计算理论上的反射系数可得:  $R = \frac{A_1}{A_m} = \frac{0.333}{1} = 0.333$ , 根据上述计算而得反射系数  $R$ , 计算理论介电常数  $\epsilon_k = (\frac{1+R}{1-R})^2 = (\frac{1+0.333}{1-0.333})^2 = 3.994$ , 这与实际设置的介电常数  $\epsilon_1 = 4$  结果基本符合. 仍由图 4 的数据可得 3 个反射波峰时间差为:  $\Delta t_1 = 5.651 \text{ ns} - 2.982 \text{ ns} = 2.669 \text{ ns}$ ,  $\Delta t_2 = 11.726 \text{ ns} - 5.651 \text{ ns} = 6.075 \text{ ns}$ .

由计算可得

$$\Delta t_k = \frac{h_1 \times 2}{c / \sqrt{\epsilon_1}} = 2.67 \text{ ns}, \Delta t_k = \frac{h_2 \times 2}{c / \sqrt{\epsilon_2}} = 6 \text{ ns},$$

式中  $c$  为光速, 可见该模型还是符合理论计算的.

例 2 将厚度  $d = 15.5 \text{ cm}$  的混凝土放置在一块光滑的金属板上, 采用图 5 所示的雷达入射波对此混凝土板进行试验. 依据上述模型利用该程序进行模拟. 该模拟结果与实际测得的结果对比如图 6 所示, 可见吻合较好.

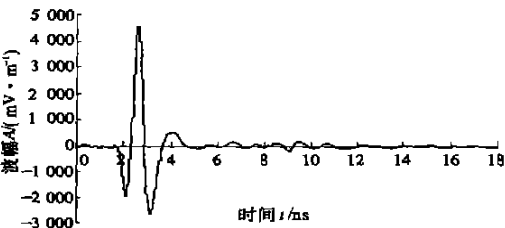


图 5 雷达入射波

Fig. 5 GPR incident waveform

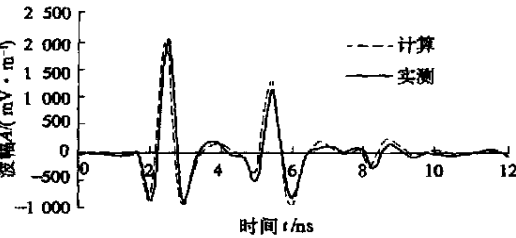


图 6 实测雷达反射信号和模拟反射信号

Fig. 6 Measured and simulated reflected GPR waveform

例 3 分析介电常数和电导率对反射波的影响. 建立如文献 [8] 中的模型, 仍采用图 5 所示的雷达入射波对混凝土板进行入射. 为了考察介电常数对雷达反射波的影响, 这里把 15.5 cm 混凝土板电导率固定为  $\sigma=0.06\text{ S/m}$ , 使其在  $\epsilon=9.5$  的基础上发生 1%, 5%, 10%, 20% 的增加或减少, 这样就得到 1 组 9 个介电常数的数值, 它们分别是 7.6, 8.55, 9.025, 9.045, 9.5, 9.595, 9.975, 10.45, 11.4. 将以上 9 组参数分别输入到图 3 所示的雷达正演模型, 得到 9 条雷达反射波曲线, 如图

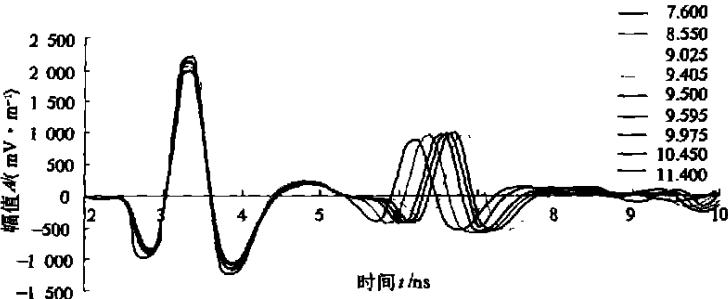


图 7 介电常数对雷达反射信号的影响

Fig. 7 Influence of dielectric on GPR reflected waveform

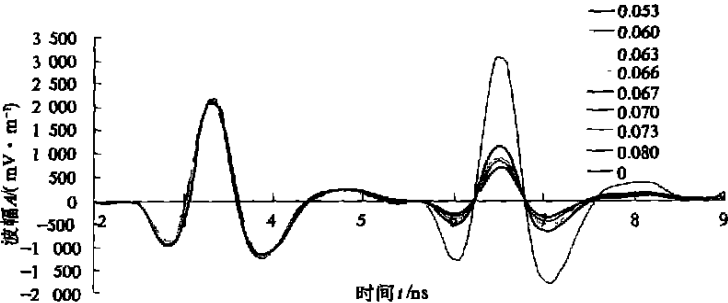


图 8 电导率对雷达反射波的影响

Fig. 8 Influence of conductivity on GPR reflected waveform

7 所示. 由图 7 可以看出, 介电常数越大, 雷达反射波的时延越长. 此外, 介电常数  $\epsilon$  的增大或减小引起表面反射波幅和第二界面反射波幅的同时增大或者减少.

同样采用图 5 的雷达入射波对混凝土板进行入射. 我们暂定 15.5 cm 的混凝土板介电常数  $\epsilon=9.5$ , 然后变化电导率  $\sigma$ , 令其在  $0.067\text{ S/m}$  的基础上发生 1%, 5%, 10%, 20% 的增加或者减少, 得到 9 个电导率的值, 分别为  $-0.053, -0.060, -0.063, -0.066, -0.067, -0.070, -0.073, -0.080\text{ S/m}$ . 这里, 我们再考虑  $\sigma=0$  的特殊情形. 由图 8 可知, 电导率主要影响除路表反射波之外的其他结构层界面的反射波波幅, 电导率越大, 反射波幅越小. 而当电导率为 0 时, 相当于电磁波在无耗介质中传播, 因为金属板介电常数远大于混凝土板的介电常数, 使得该情况下反射波幅最大, 而且超过入射波在板表面的反射波幅, 这与文献 [7] 的结果和分析结论是一致的.

例 4 仍然采用图 5 的雷达入射波, 在有损介质中验证模拟反射波幅的精确性. 介电常数依然按照算例 3 中考察介电常数对反射波影响的规律发生 1%, 5%, 10%, 20% 的增加或者减少, 得到 9 组介电常数的值, 令  $\sigma=0.005\text{ S/m}$  仍将这 9 组参数输入图 3 所示的正演模型中, 将得到的模拟反射波幅进行理论验算如表 1 所示. 从表 1 可以看出, 在非色散有损介质中, 模拟的误差基本不超过 2%, 由此可证明该正演模型的是正确的.

表 1 不同介电常数下反射波幅的理论比较

Tab .1 Comparision theoretical reflected waveform with different dielectric

序号	模拟反射波幅 $A/(mV \cdot m^{-1})$	入射波幅 $A_m/(mV \cdot m^{-1})$	反射系数 $R=A/A_m$	$\epsilon=(\frac{1+R}{1-R})^2$	$\epsilon$	误差 $\theta/\%$
1	2 997.239	6 413	0.467 369	7.589 733	7.600	0.14
2	3 138.722	6 413	0.489 341	8.510 050	8.550	0.47
3	3 197.445	6 413	0.498 588	8.932 539	9.025	1.02
4	3 198.202	6 413	0.498 706	8.938 156	9.045	1.18
5	3 254.824	6 413	0.507 535	9.370 973	9.500	1.36
6	3 268.160	6 413	0.509 615	9.476 714	9.595	1.23
7	3 281.090	6 413	0.511 631	9.580 659	9.975	3.95
8	3 366.692	6 413	0.524 979	10.306 300	10.450	1.37
9	3 465.050	6 413	0.540 317	11.228 000	11.400	1.50

说明:  $\theta=\frac{|\epsilon-\epsilon|}{\epsilon} \times 100\%$ .

5 结束语

本研究介绍了路面雷达电磁波在路面结构层中传播的基本原理,并根据时域有限差分法算法,实现了路面雷达的一维FDTD 的模拟.分别通过理论校验、实际比较以及和文献 [ 8 ] 中的模型进行对比,证明了该方法正确、可行.为合理正确解释路面雷达回波信号提供了理论依据.

参考文献:

[ 1 ] 陶向华,袁丽颖,王复明.控地雷达(GPR) 在路面工程质量检测中的应用[J]. 郑州工业大学学报,2001, 22( 4) :63~66.

[ 2 ] YEE K S.Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell 's equations in isotropic media [J] IEEE Trans Antennas Propagate , 1966,14( 3) :302~307.

[ 3 ] 王晓光,靳学辉,刘太辉.一维FDTD 法求解电磁场在多层介质中的透射问题[J]. 吉林师范学院学报, 1997,18( 5) :35~38.

[ 4 ] UMASHANKAR K,TAFLOVE R A .A novel method to analyze electromagnetic scattering of complex objects [J]. IEEE Trans Electromagnetic compatibility , 1982,24:397~405.

[ 5 ] ZHAO An Ping ,RAISANEN Antti .Application of a simple and efficient source excitation technique to the FDTD analysis of waveguide and microstrip circuit [J]. IEEE Trans Antennas Propagate , 1996,44( 9) :1535~1538.

[ 6 ] 葛德彪,闫玉波.电磁波时域有限差分法 [M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2003.

[ 7 ] MUR G .Absorbing boundary conditions for finite difference approximation of the Time -domain electromagnetic -field equations[J] IEEE Trans , 1981, 23( 4) :377~382.

[ 8 ] 张 蓓.路面结构层材料介电特性及其厚度反演分析的系统识别方法 [D]. 重庆:重庆大学,2003.

Finite Difference Time Domian Simulation of GPR Electromagnetic Wave

WANG Fu -ming<sup>1</sup>, LI Jia<sup>1</sup>, CAI Ying -chun<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>School of Environmental & Hydraulic Engineering ,Zhengzhou University ,Zhengzhou 450002,China ;<sup>2</sup>School of Civil Engineering , Dalian University of Technology ,Dalian 116024,China)

**Abstract** :ground penetrating radar ( GPR) , which is a rapid , highly efficient , continuous , and nondestructive tool , has been widely used in pavement testing and evaluation in recent years .In this paper , a forward air coupled GPR model is established .This model is based on the basic theory of FDTD by analyzing the characteristics of electromagnetic wave propagation in pavement . Moreover ,the validity of this forward model is proved by the results of several simulated and practical cases .

**Key words** :ground penetrating radar( GPR) ;finite difference time domian method(FDTD) ;forward model