

文章编号: 1671-6833(2004)02-0044-04

# 纤维增强塑料筋混凝土梁延性的计算方法

李趁趁<sup>1</sup>, 高丹盈<sup>2</sup>, 谢晓鹏<sup>2</sup>, 张钢琴<sup>2</sup>

(1. 大连理工大学土木学院, 辽宁 大连 116023; 2. 郑州大学环境与水利工程学院, 河南 郑州 450002)

**摘要:** 根据纤维增强塑料筋(FRP筋)及其混凝土梁的力学性能,建立了纤维增强塑料筋混凝土梁达到纤维增强塑料筋名义屈服强度的截面曲率和梁最终破坏的截面曲率的表达式.以此为基础,探讨了纤维增强塑料筋混凝土梁截面曲率延性的计算方法.结果表明,纤维增强塑料筋混凝土梁截面曲率延性系数分别随纤维增强塑料筋配筋率的减小和混凝土强度的提高而增大.

**关键词:** 纤维增强塑料筋; 混凝土; 延性

**中图分类号:** TU 528.043 **文献标识码:** A

## 0 引言

纤维增强塑料筋(Fiber Reinforced Polymer Rebar, 简称FRP筋)是以纤维为增强材料,以合成树脂为基体材料,并掺入适量辅助剂,经拉挤成型技术和必要的表面处理形成的一种新型复合材料,具有比强度高、耐腐蚀性能好、可设计性强、抗疲劳性能好、耐电磁等独特优点<sup>[1]</sup>.以纤维聚合物筋代替钢筋所形成的混凝土梁已在港口、桥梁以及其它腐蚀严重环境下的土木工程中推广应用,为从根本上解决由钢筋腐蚀所引起的土木工程的耐久性问题提供了一条新的途径.由于纤维增强塑料筋的线弹性以及混凝土的脆性,使纤维增强塑料筋混凝土梁难以真正实现类似钢筋混凝土梁的延性破坏.相对而言,纤维增强塑料筋混凝土梁由于混凝土压坏引起的受压破坏比纤维增强塑料筋达到其极限强度引起的受拉破坏具有较好的“延性”.有一种观点认为,可以把纤维增强塑料筋混凝土梁设计为由混凝土压坏控制的梁<sup>[2]</sup>.为了与传统的钢筋混凝土梁的设计方法相一致,便于工程技术人员理解、接受与掌握,我们曾提出引入纤维增强塑料筋强度折减系数,用纤维增强塑料筋名义屈服强度的概念,按照适筋截面受拉破坏的方法进行纤维增强塑料筋混凝土梁的截面设计<sup>[3]</sup>.本文根据纤维增强塑料筋名义屈服强度的概念,建立了纤维增强塑料筋混凝土梁达到纤维增强塑料筋名义屈服强度的截面曲率和梁最终破坏的截

面曲率的表达式,进一步探讨了纤维增强塑料筋混凝土梁截面曲率延性的计算方法.

## 1 截面延性的计算方法

为了与钢筋混凝土梁的计算与设计方法相协调,通过引入纤维增强塑料筋名义屈服强度建立纤维增强塑料筋混凝土梁截面延性的计算方法,用曲率延性系数 $\mu_\phi$ 反映延性的大小,其计算式为

$$\mu_\phi = \phi_u / \phi_\lambda \quad (1)$$

式中: $\mu_\phi$ 为曲率延性系数; $\phi_u$ 为相应于受压区混凝土最终压碎时的截面曲率,即梁最终破坏时的截面曲率; $\phi_\lambda$ 为相应于纤维增强塑料筋达到名义屈服强度时的截面曲率.

## 2 曲率的表达式

由于纤维增强塑料筋的线弹性性能,可以用类似于传统的钢筋混凝土梁的设计方法,通过纤维增强塑料筋的名义屈服强度,将梁设计为适筋破坏.结合强度与延性的综合考虑,取纤维增强塑料筋的名义屈服强度为<sup>[3]</sup>

$$q_\lambda = \lambda_f q_u,$$

式中: $q_\lambda$ 是纤维增强塑料筋的名义屈服强度; $\lambda_f$ 是纤维增强塑料筋强度折减系数; $q_u$ 是纤维增强塑料筋的极限强度.

纤维增强塑料筋强度折减系数 $\lambda_f$ 是取决于纤维增强塑料筋混凝土构件的承载力、裂缝与挠度、延性等因素的一个综合系数,从理论上确定该

收稿日期:2004-02-06; 修订日期:2004-03-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(59978046)

作者简介:李趁趁(1977-),女,河南省济源市人,大连理工大学博士研究生.

系数是极其困难的. 为了简化计算, 对发生受压破坏的纤维增强塑料筋混凝土构件, 按照同样条件下(截面尺寸、材料强度、截面配筋率等均相同)截面承载力相等的原则等效转化为受拉破坏进行计算与设计, 并以此确定纤维增强塑料筋强度折减系数  $\lambda = 0.7^3$ .

当纤维增强塑料筋达到名义屈服强度  $\sigma_{fl}$  时, 纤维增强塑料筋混凝土梁截面的应力应变分布如图1所示. 此时, 纤维增强塑料筋的应变达到名义屈服应变  $\epsilon_{fl}$ ; 混凝土受压边缘应变为  $\epsilon_c$ , 由图1的应变分布, 得  $\epsilon_c$  的关系式为

$$\epsilon_c = \epsilon_{fl} \frac{x_0}{h_0 - x_0} = \epsilon_{fl} \frac{\xi_0}{1 - \xi_0} \quad (2)$$

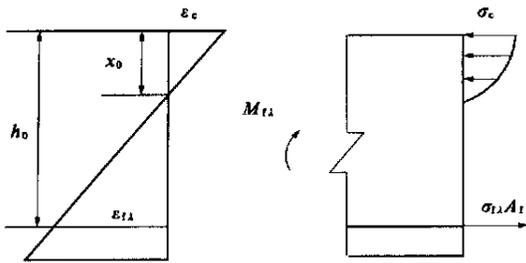


图1 截面应力应变分布图

Fig. 1 Stress strain distribution in section

因此, 曲率  $\phi_\lambda$  的表达式为

$$\phi_\lambda = \frac{\epsilon_c + \epsilon_{fl}}{h_0} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_{fl}}{h_0} = \frac{\epsilon_{fl}}{h_0} \cdot \frac{1}{1 - \xi_0} \quad (3)$$

式中:  $\epsilon_{fl}$  为纤维增强塑料筋的名义屈服应变,  $\epsilon_{fl} = \sigma_{fl} / E_f$ ;  $\sigma_{fl}$  为纤维增强塑料筋的名义屈服强度;  $x_0$  为受压区高度;  $\xi_0$  为相对受压区高度,  $\xi_0 = x_0 / h_0$ .

为了便于求出式(2)中  $\xi_0$  或  $\epsilon_c$ , 将纤维增强塑料筋混凝土梁截面受压区的应力分布作适当简化. 当  $\epsilon_c < \epsilon_0$  时, 受压区应力分布简化为三角形; 当  $\epsilon_c \geq \epsilon_0$  时, 受压区应力分布等效为矩形.

### 2.1 $\epsilon_c \leq \epsilon_0$ 时的截面曲率

由式(2)得受压边缘混凝土压应力  $\sigma_c$  的计算式为

$$\sigma_c = E_c \epsilon_c = E_c \epsilon_{fl} \frac{\xi_0}{1 - \xi_0} \quad (4)$$

受压区混凝土压应力的合力近似为

$$C = \frac{1}{2} \sigma_c b x_0 = \frac{1}{2} \sigma_c b h_0 \xi_0 \quad (5)$$

纤维增强塑料筋拉力为

$$T = \sigma_{fl} A_f = \rho b h_0 \epsilon_{fl} E_f \quad (6)$$

式中:  $\rho = \frac{A_f}{b h_0}$ .

根据力的平衡条件  $C = T$ , 代入式(5)、式(6), 整理得

$$\frac{\xi_0^2}{1 - \xi_0} = 2 \rho \frac{E_f}{E_c} \quad (7)$$

由式(7)得

$$\xi_0 = \rho \alpha_E w_0 \quad (8)$$

式中:  $w_0 = \sqrt{1 + \frac{2}{\rho \alpha_E}} - 1$ ;  $\alpha_E = \frac{E_f}{E_c}$ .

将式(8)代入式(3), 得纤维增强塑料筋达到名义屈服强度时的截面曲率为

$$\phi_\lambda = \frac{\epsilon_{fl}}{h_0} \cdot \frac{1}{1 - \rho \alpha_E w_0} \quad (9)$$

### 2.2 $\epsilon_c > \epsilon_0$ 时的截面曲率

受压区混凝土压应力合力为

$$C = \alpha_1 f_c b \beta_1 x_0 \quad (10)$$

式中:  $\alpha_1$  为等效矩形应力系数(矩形应力图的压应力值与理想化应力应变图的峰值应力  $f_c$  的比值);  $\beta_1$  为受压区高度系数(矩形应力图的高度  $x$  与中和轴高度  $x_0$  的比值).  $\alpha_1$  和  $\beta_1$  主要取决于混凝土受压应力应变关系, 当混凝土受压应力应变关系取为

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_0 \left[ 2 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} - \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2 \right], & 0 \leq \epsilon \leq \epsilon_0 \\ \sigma = \sigma_0, & \epsilon_0 \leq \epsilon \leq \epsilon_u \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $\epsilon_0$  为混凝土峰值应变,  $\epsilon_0 = 0.002$ ;  $\sigma_0$  为混凝土峰值应力;  $\epsilon_u$  为混凝土极限应变. 当考虑非均匀受压和混凝土强度影响时, 参照钢筋混凝土结构的处理方法, 混凝土的极限压应变可按式(12)计算. 当计算值大于 0.003 3 时, 应取为 0.003 3.

$$\epsilon_u = 0.003 3 - (f_{cu,k} - 50) \times 10^{-5} \quad (12)$$

式中:  $f_{cu,k}$  为混凝土立方体抗压强度标准值(当采用 MPa 为单位时, 其取值为混凝土等级).

$\alpha_1$  和  $\beta_1$  的表达式为<sup>[3]</sup>

$$\beta_1 = \frac{1 - \frac{2}{3} \frac{\epsilon_0}{\epsilon_c} + \frac{1}{6} \left( \frac{\epsilon_0}{\epsilon_c} \right)^2}{1 - \frac{\epsilon_0}{3 \epsilon_c}} \quad (13a)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\beta_1} \left[ 1 - \frac{\epsilon_0}{3 \epsilon_c} \right] \quad (13b)$$

纤维增强塑料筋拉力为

$$T = \sigma_{fl} A_f \quad (14)$$

根据力的平衡条件  $C = T$ , 代入式(10)、式(14), 并结合几何方程式(2), 整理得

$$\left[ 1 - \frac{\epsilon_0}{3 \epsilon_c} \right] \cdot \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{fl} + \epsilon_c} = \frac{\rho \lambda \rho}{f_c} \quad (15)$$

由式(15)解得  $\xi$  表达式为

$$\xi = \frac{\frac{\varepsilon_0}{3} + \bar{\varphi} \lambda \frac{f_c}{f_c}}{1 - \frac{\varphi \lambda \rho}{f_c}} \quad (16)$$

将式(16)代入式(3),得纤维增强塑料筋达到名义屈服强度时的截面曲率为

$$\phi_\lambda = \left[ \frac{\frac{\varepsilon_0}{3} + \bar{\varphi} \lambda}{1 - \frac{\varphi \lambda \rho}{f_c}} \right] h_0 \quad (17)$$

### 3 曲率 $\phi_u$ 的表达式

当受压区混凝土最终压碎使梁破坏时,梁截面的应力、应变分布如图2所示。

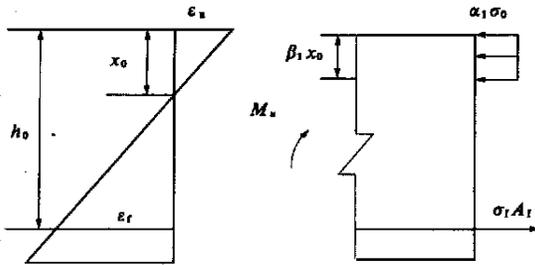


图2 截面应力与应变分布

Fig. 2 stress and strain distribution in section

混凝土受压边缘应变为  $\varepsilon_u$ , 纤维增强塑料筋应变为  $\bar{\varphi}$ , 由几何关系得纤维增强塑料筋的应变为

$$\bar{\varphi} = \varepsilon_u \frac{h_0 - x_0}{x_0} = \varepsilon_u \frac{1 - \xi_0}{\xi_0} \quad (18)$$

纤维增强塑料筋的应力按两种情况考虑:一是按式(18)计算的实际应变,由应力与应变的关系确定;二是取应力为常量,即取为名义屈服强度  $\varphi \lambda$ 。

#### 3.1 按实际应力

根据式(18),由纤维增强塑料筋的应力应变关系,得

$$\varphi = E_f \bar{\varphi} = E_f \varepsilon_u \frac{1 - \xi_0}{\xi_0} \quad (19)$$

纤维增强塑料筋拉力为

$$T = \varphi A_f = E_f \varepsilon_u \frac{1 - \xi_0}{\xi_0} A_f \quad (20)$$

受压区混凝土压应力合力为

$$C = \alpha f_c b \beta_1 x_0 \quad (21)$$

式(21)中的等效矩形应力系数  $\alpha_1$  和受压区高度系数  $\beta_1$  可由式(12)代入式(13)得到。为简化

计算并与钢筋混凝土梁一致,当混凝土强度等级不超过C50时,取  $\alpha_1 = 1.0$ ,  $\beta_1 = 0.8$ ;当混凝土强度等级为C80时,取  $\alpha_1 = 0.94$ ,  $\beta_1 = 0.74$ ;其间二者均按线性内插法取用。

根据力的平衡条件  $C = T$ ,代入式(20)、式(21),整理得

$$\xi_0^2 + w_1 \xi_0 - w_1 = 0 \quad (22)$$

式中:  $w_1 = \frac{E_f \varepsilon_u \rho}{\alpha_1 \beta_1 f_c}$ 。

由式(22)得

$$\xi_0 = \frac{-w_1 + \sqrt{w_1^2 + 4w_1}}{2} \quad (23)$$

#### 3.2 按名义屈服强度

在这种情况下,式(20)应改写为

$$T = \varphi A_f \quad (24)$$

由式(21)和式(24)相等得

$$\xi_0 = \frac{\varphi \lambda \rho}{\alpha_1 \beta_1 f_c} \quad (25)$$

因此,相应于受压区混凝土最终压碎时的截面曲率  $\phi_u$  为

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_u}{x_0} = \frac{\varepsilon_u}{\xi_0 h_0} \quad (26)$$

对于配有受压钢筋的双筋截面,在平衡式中加入相应项即可,推导方法同上。

## 4 影响受弯梁截面延性的因素

利用式(1)计算文献[2]的纤维增强塑料筋混凝土梁的延性系数,见表1。通过理论分析和计算可知,纤维增强塑料筋混凝土梁的截面曲率延性主要与下列因素<sup>[9]</sup>有关。

### 4.1 纵向纤维增强塑料筋配筋率

由式(8)和式(25)可以明确得知,增加纤维增强塑料筋配筋率  $\rho$ ,则两式中的相对受压区高度均增大,从而  $\phi_\lambda$  增加,  $\phi_u$  减小,于是截面延性系数  $\mu_\phi$  减小,延性降低,如表1所示。因此,为了使受弯梁破坏时具有较好的延性,受拉纤维增强塑料筋配筋率不宜太大。

配置受压钢筋可使延性增大。因为增加受压钢筋配筋率,可分别使纤维增强塑料筋达到名义屈服强度和受压区混凝土最终压碎时的受压区高度减小,从而减小  $\phi_\lambda$  而增大  $\phi_u$ ,延性明显提高。

### 4.2 材料强度

混凝土强度提高或纤维增强塑料筋强度降低时,延性增大。反之延性减小,如表1所示。因此,为了保证有足够的延性,宜采用强度等级高的混

凝土和强度低的纤维增强塑料筋。

### 4.3 横向钢筋 如箍筋 用量

沿梁的纵向配置横向封闭的箍筋,不但能防止脆性的剪切破坏,而且可以对受压区混凝土起

约束作用.受到约束的混凝土,其  $\epsilon_u$  能显著提高.

总之,影响梁延性的因素是多方面的.在设计中,要综合考虑各因素的影响,用优化的方法采取措施,尽可能提高梁的延性.

表 1 纤维增强塑料筋混凝土梁的截面延性计算表

Tab.1 The calculation table of cross sectional ductility for FRP reinforced concrete beam

梁号	$b \times h \times l / \text{mm}^3$	$f_{cu} / \text{MPa}$	$\sigma_u / \text{MPa}$	$\rho / \%$	$\mu_{\phi 1}$	$\mu_{\phi 2}$
CB 2b	200×300×3 300	65.00	773	0.690	1.843	2.822
CB 3b	200×300×3 300	65.00	773	1.036	1.533	1.881
CB 4b	200×300×3 300	56.25	773	1.516	1.237	1.158
BC 4v	130×180×1 800	116.88	773	2.830	1.139	0.956
IS 30-1	200×300×3 300	52.50	690	1.126	1.421	1.842
IS 30-2	200×300×3 300	57.50	690	1.126	1.464	1.972
IS 30-3	200×300×3 300	65.00	690	1.126	1.522	2.154
IS 4b	200×300×3 300	56.25	690	1.096	1.471	1.993
KD 4b	200×300×3 300	50.00	641	1.096	1.753	2.522

说明:  $\mu_{\phi 1}$ 是按实际应力方法计算的截面延性系数;  $\mu_{\phi 2}$ 是按名义屈服强度方法计算的截面延性系数.

## 5 结论

以纤维增强塑料筋名义屈服强度的概念为基础,提出了纤维增强塑料筋混凝土梁截面曲率延性的计算方法,给出了纤维增强塑料筋混凝土梁截面曲率延性系数的两种计算公式.

按照文中建立的两种计算方法计算的纤维增强塑料筋混凝土梁截面曲率延性系数的结果表明,纤维增强塑料筋混凝土梁截面延性同钢筋混凝土梁类似,分别随纤维增强塑料筋配筋率的减小和混凝土强度的增大而提高.

## 参考文献:

[ 1 ] 高丹盈,李趁趁,朱海堂.树脂基复合材料在混凝土

结构中的应用[J].纤维复合材料,2002,(2):37~39.

[ 2 ] 高丹盈,BRAH M B.纤维聚合物筋混凝土梁正截面承载力的计算方法[J].水利学报,2001,(9):73~80.

[ 3 ] 李趁趁.纤维增强塑料筋混凝土梁正截面受力性能研究[D].郑州:郑州大学,2002.

[ 4 ] 周 氏,康清梁,童保全.现代钢筋混凝土基本理论[M].上海:上海交通大学出版社,1989.

[ 5 ] 高丹盈,朱海堂,李趁趁.纤维增强塑料筋混凝土梁受弯性能的计算方法[J].郑州大学学报(工学版),2003,24(1):1~4.

[ 6 ] 河海大学,大连理工大学,西安理工大学,等编.水工钢筋混凝土结构学[M].北京:中国水利水电出版社,1996.

## Calculation Method for Ductility of Concrete Beam Reinforced by Fiber Reinforced Hastic Rebar

LI Chen -chen<sup>1</sup>, GAO Dan -ying<sup>2</sup>, XIE Xiao -peng<sup>2</sup>, ZHANG Gang -qin<sup>2</sup>

(1.College of Civil Engineering ,Dalian University of Technology , Dalian 116023, China ;2.College of Environmental & Hydraulic Engineering ,Zhengzhou University , Zhengzhou 450002,China)

**Abstract :** Based on the mechanical properties of fiber reinforced plastic rebar (FRP) and concrete beam , the expressions of cross section curvature at specified yield point of FRP and at failure of beam are established . On this basis , the calculating method of cross sectional ductility is studied and the consequent results indicate that , according to two kinds of calculating methods in the thesis , the curvature ductility coefficients increase with the decrease of FRP reinforcement ratio and increase of concrete strength .

**Key words :** fiber reinforced plastic rebar ; concrete ; ductility