

文章编号: 1671-6833(2004)02-0036-03

# 刚性挡土墙地震主动土压力的非线性分布

刘忠玉<sup>1</sup>, 杨会朋<sup>2</sup>, 何盛东<sup>3</sup>

(1. 郑州大学土木工程学院, 河南 郑州 450002; 2. 国营第755厂基建处, 河南 新乡 453069; 3. 河南省交通公路工程局, 河南 郑州 450052)

**摘要:** 以 Mononobe-Okabe 假定为前提, 利用水平层分析法, 建立了地震荷载作用下刚性挡土墙平移模式下的主动土压力强度的一阶微分方程, 并求得非线性分布解. 所得合力公式与 Mononobe-Okabe 公式完全相同. 分析结果表明, 地震系数对土压力强度分布有很大影响. 另外, 通过探讨填土的内摩擦角、墙背的摩擦角以及地震系数对主动土压力合力作用点高度的影响, 认为 Mononobe-Okabe 理论对于平移模式下刚性挡土墙的抗倾覆稳定性是偏于危险的.

**关键词:** 刚性挡土墙; 地震系数; 主动土压力; 作用点; 分布

**中图分类号:** TU 476.4 **文献标识码:** A

## 0 引言

Mononobe-Okabe 的拟静力法是计算地震力作用下挡土墙上极限土压力的常用方法之一. 实际上, 该方法是静力条件下 Coulomb 土压力理论的推广, 它不考虑地下水的作用, 并假定墙后填土均匀, 滑裂面是通过墙踵的平面, 而且地震力以惯性力的形式作用在滑楔的形心上, 通过考虑滑楔力的平衡得到地震土压力的合力, 并认为地震土压力呈线性分布, 且当墙后填土为无粘性土时, 合力作用点在距墙底三分之一墙高处. 但模型试验的结果并非如此<sup>[1]</sup>. 究其原因, 文献[2]认为主要是由于该方法仅考虑了力的平衡, 因而据此是不能确定土压力的分布形式和合力作用点位置的. 但是该方法计算出来的合力大小是合理的, 因此有学者根据实验或理论分析结果从实用的角度出发建议了合力作用点的位置<sup>[1~4]</sup>.

文献[5]介绍了计算静力条件下极限土压力的水平层分析法, 该方法在满足 Coulomb 假定的基础上, 将滑楔水平分层, 通过分析任意水平层单元的平衡条件合理地解决了土压力的非线性分布问题<sup>[6~9]</sup>. 本文拟将此方法推广到地震荷载作用下的刚性挡土墙. 考虑到实际工程中刚性挡土墙的高度一般不大, 本文暂忽略土体对地震的放大效应, 即认为地震系数沿高度不变, 同时鉴于问题的

复杂性, 仅讨论墙体平移时的主动土压力.

## 1 公式推导

假定刚性墙背竖直, 墙高  $h$ , 墙后填土面水平, 且为均匀的无粘性土, 重度为  $\gamma$ , 内摩擦角为  $\varphi$ , 墙背与填土间的摩擦角为  $\delta$ , 地面作用均匀荷载  $q_0$ . 假定滑裂面为通过墙踵的平面, 且与墙背夹角为  $\theta$ . 考虑极限状态下滑动楔体距填土面为  $z$  厚度为  $dz$  的水平微元块的平衡. 墙体平移时, 该微元块所受到的作用力有(图1): 顶面的垂直压力  $q$ , 底面的竖直反力  $q+dq$ , 挡土墙的反力  $p$ , 滑裂面以下土体的反力  $r$ , 重力  $dw$ , 以及水平和竖向地震力  $k_h dw$ ,  $k_v dw$ .

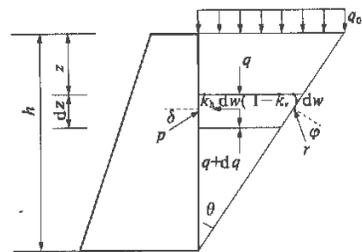


图1 分析模型

Fig. 1 Scheme adopted for a retaining wall

则微元块土体的自重为

$$dw = \gamma(h-z)\tan\theta dz \quad (1)$$

考虑该微元块力和力矩的平衡可得

收稿日期: 2004-02-10; 修订日期: 2004-03-20

基金项目: 河南省高校青年骨干教师资助计划项目

作者简介: 刘忠玉(1968-), 男, 河南省延津县人, 郑州大学副教授, 博士, 主要从事岩土力学方面的研究.

$$\frac{r dz}{\cos \theta} \cos(\theta + \varphi) = p \cos \delta dz - k_h dw \quad (2)$$

$$y_q = \frac{3}{2} y_v \quad (21)$$

$$p \sin \delta dz + \frac{r dz}{\cos \theta} \sin(\theta + \varphi) - (1 - k_v) dw + (h - z) \tan \theta dq - q \tan \theta dz = 0 \quad (3)$$

$$(h - z) \tan \theta dq - (1 - k_v) dw + 2p \sin \delta dz = 0 \quad (4)$$

以上各式消去  $r$ , 即

$$p = nq + nk_h \chi (h - z) \quad (5)$$

$$\frac{dq}{dz} - \frac{aq}{h - z} = b \quad (6)$$

式中:

$$n = \frac{\tan \theta \cos(\theta + \varphi)}{\sin(\theta + \varphi - \delta)} \quad (7)$$

$$m = \frac{\tan \theta \sin(\theta + \varphi)}{\sin(\theta + \varphi - \delta)} \quad (8)$$

$$a = \frac{-2 \cos(\theta + \varphi) \sin \delta}{\sin(\theta + \varphi - \delta)} \quad (9)$$

$$b = (1 - k_v) \gamma - 2k_h \gamma \frac{\sin(\theta + \varphi) \sin \delta}{\sin(\theta + \varphi - \delta)} \quad (10)$$

解上述微分方程, 并考虑到边界条件  $z = 0$  时,  $q = q_0$ , 可得

$$q = \frac{bh^{1+a}}{(1+a)(h-z)^a} - \frac{b(h-z)}{1+a} + \frac{q_0 h^a}{(h-z)^a} \quad (11)$$

所以

$$p = \frac{nbh^{1+a}}{(1+a)(h-z)^a} - \frac{ub(h-z)}{1+a} + \frac{nq_0 h^a}{(h-z)^a} + nk_h \chi (h - z) \quad (12)$$

对上式关于  $z$  从 0 到  $h$  积分, 可得作用在墙背上的土压力合力为

$$E = E_v + E_q + E_h \quad (13)$$

式中:  $E_v, E_q, E_h$  分别表示竖向地震力和重力、地面超载以及水平地震力所产生的土压力, 即

$$E_v = \frac{1}{2} (1 - k_v) \gamma^2 K_1 \quad (14)$$

$$E_q = hq_0 K_1 \quad (15)$$

$$E_h = \frac{1}{2} k_h \gamma^2 K_2 \quad (16)$$

$$K_1 = \frac{\tan \theta \cos(\theta + \varphi)}{\sin(\theta + \varphi + \delta)} \quad (17)$$

$$K_2 = \frac{\tan \theta \sin(\theta + \varphi)}{\sin(\theta + \varphi + \delta)} \quad (18)$$

此时总的土压力  $E$  的作用点距墙踵的高度  $y$  可以按以上三部分分别进行计算, 它们的作用点距墙踵分别为

$$y_v = \frac{1 \sin(\theta + \varphi + \delta)}{3 \sin(\theta + \varphi) \cos \delta} \quad (19)$$

$$y_h = 2y_v \quad (20)$$

所以

$$y = \frac{E_v y_v + E_h y_h + E_q y_q}{E} \quad (22)$$

对式(13)关于  $\theta$  求导, 并令  $\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0$ , 可得使该式取最大值时的破裂角  $\theta_{cr}$ , 将它代入式(13), 即为主动土压力  $E_{aE}$ . 特别地, 当  $q_0 = 0$  时, 令  $\tan \eta = \frac{k_h}{1 - k_v}$ , 合力  $E$  可简化为

$$E = \frac{1}{2} (1 - k_v) \gamma^2 \frac{\tan \theta \cos(\theta + \varphi - \eta)}{\sin(\theta + \varphi + \delta) \cos \eta} \quad (23)$$

破裂角  $\theta_{cr}$  和动主动土压力  $E_{aE}$  分别为

$$\theta_{cr} = \frac{\pi}{2} + \eta - \arctan \left[ \frac{\sin \eta \cdot s + \cos(\eta + \varphi + \delta)}{\cos \eta \cdot s - \sin(\eta + \varphi + \delta)} \right] \quad (24)$$

$$E_{aE} = \frac{1}{2} (1 - k_v) \gamma^2 K_{aE} \quad (25)$$

式中:

$$s = \sqrt{\frac{\cos(\delta + \eta) \sin(\varphi + \delta)}{\sin(\varphi - \eta)}} \quad (26)$$

$$K_{aE} = \frac{\cos^2(\varphi - \eta)}{\cos \eta \cos(\delta + \eta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \eta)}{\cos(\delta + \eta)}} \right]^2} \quad (27)$$

很明显, 式(27)和 Mononobe-Okabe 公式完全相同. 另外, 该式在  $\eta > \varphi$  时将没有实数解, 从本质上讲就是不满足平衡条件, 因此根据平衡要求, 须有  $\eta \leq \varphi$ , 即必须

$$k_h \leq (1 - k_v) \tan \varphi \quad (28)$$

此外, 以上各式中若忽略地震系数, 就退化成文献 [5] 的结果.

## 2 讨论

尽管本文按水平层分析法得出了和 Mononobe-Okabe 完全相同的地震土压力合力表达式, 但式(12)表明其分布形式不是线性的, 且地震系数对此有很大影响. 图2为  $\varphi = 40^\circ, \delta = \varphi/3, k_v = 0$  的计算结果, 图中的  $p_v$  和  $p_h$  分别表示自重和水平地震力对土压力强度的贡献. 很明显, 水平地震力引起的土压力  $p_h$  在墙顶最大, 并基本上随深度的增大而减小, 在墙底处局部为负值; 而自重引起的土压力  $p_v$  却是在高于墙底的某个位置最大. 对比  $k_h = 0.1$  (图2(a)) 和  $0.3$  (图2(b)) 的结果可知, 随着水平地震系数的增大,  $p_h$  增大, 而  $p_v$  减小, 这使得总的土压力强度  $p$  最大值的位置向墙顶

移动,同时靠近墙底的局部范围内土压力强度  $p$  却随之减小.可以推断,当水平地震系数增大到一定程度,按式(12)计算的土压力强度  $p$  在墙底局部范围内可能出现负值,如当  $k_h=0.7, k_v=0$  时,距墙底  $0.29h$  的范围内就是如此,即墙底可能出现墙与填土分离的现象.而实际上对于无粘性填

土这是不可能的.按式(24)计算对应的破裂角就会发现,对于这种情况,均有  $\theta_r > 90^\circ - \varphi$ .这意味着此时的挡土墙类似静力条件下的坦坡挡土墙<sup>[3]</sup>,墙面并非滑动面,而在填土中将会出现第二滑裂面.因此本文公式的适用范围应限制在  $\theta_r \leq 90^\circ - \varphi$ .实际上 Mnonobe-Okabe 公式也应该有此限制.

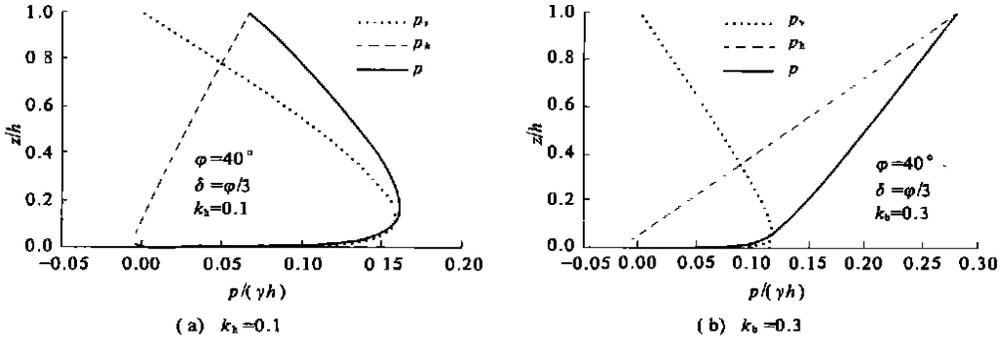


图2 地震土压力强度分布

Fig.2 Distribution of seismic active earth pressure

另外,按式(22)探讨填土内摩擦角  $\varphi$ 、墙背摩擦角  $\delta$  以及水平地震系数  $k_h$  对主动土压力合力作用点高度  $y$  的影响,结果示于图3.可以看出  $y$  随  $k_h$  的增大而增大;对于同一  $\varphi, y$  随  $\delta$  的增大而增大;对于同一  $\delta$ ,当  $k_h$  较小时,  $y$  随  $\varphi$  的增大而增大,但当  $k_h$  较大时,  $y$  反而随  $\varphi$  的增大而减小.不过对于任意的  $\varphi$  和  $\delta$ ,只要考虑地震力,由图3可知,  $y$  一般都大于墙高的三分之一,这与大量的模型试验结果相符<sup>[1,4]</sup>.因此若按 Mnonobe-Okabe 理论认为无粘性填土时合力作用点距墙底的距离等于墙高的三分之一进行设计,对于平移模式下挡土墙的抗倾覆稳定性是偏于危险的.

布,并显著地受地震系数的影响.另外,本文和 Mnonobe-Okabe 公式都不适用于填土中出现第二破裂面的情形.

(2) 主动土压力合力作用点的高度明显受到填土性质、墙背的摩擦性质及地震系数的影响,且当墙后为无粘性填土时,一般都大于墙高的三分之一.因此 Mnonobe-Okabe 理论对于平移模式下刚性挡土墙的抗倾覆稳定性是偏于危险的.

参考文献:

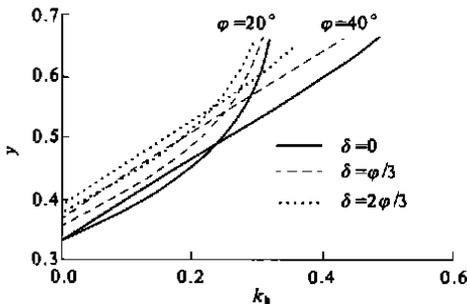


图3 合力作用点的高度

Fig.3 Height of points of application of the resultant earth pressure

3 结论

(1) 以 Mnonobe-Okabe 假定为前提,利用水平层分析法,所得刚性挡土墙平移模式下的地震主动土压力的合力公式与 Mnonobe-Okabe 公式完全相同,但土压力强度沿墙高一般呈非线性分

[1] ISHBASHI I, FANG Y S. Dynamic earth pressures with different wall movement modes[J]. Soils and Foundations, 1987, 27(4): 11~22.  
 [2] RICHARDS R, HUANG C, FISHMAN K L. Seismic earth pressure on retaining structures [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1999, 125(9): 771~778.  
 [3] WU G X, FIN Wd. Seismic lateral pressures for design of rigid walls [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1999, 36: 509~522.  
 [4] 吴世明.土动力学[M].中国建筑工业出版社,2000.  
 [5] 顾慧慈.挡土墙土压力计算[M].北京:中国建材工业出版社,2001.  
 [6] 王元战,王海龙,张文忠.挡土墙土压力分布[J].中国港湾建设,2000,(4): 1~5.  
 [7] 阮波,冷伍明,李亮.土压力非线性分布的研究[J].长沙铁道学院学报,2001,19(4): 73~76.  
 [8] 李永刚,李俊伟.挡土墙主动土压力非线性分布[J].太原理工大学学报,2003,34(2): 196~198.

(下转第43页)

(1. 3th Academy of Corps of Engineers of PLA, Luoyang 471023, China; 2. Institute of Chemical Defense, Beijing 102205, China)

**Abstract** : The structure failure is caused under the blast wave produced by blasting of conventional arms near the station. In order to evaluate the capacity of reinforced concrete wall in the containment to resist blast loading, the paper puts forward a new method based on structure resistance function to judge the capacity to resist blasting and as an example analyze the capacity of the wall at simple support condition to resist blasting, obtain the results about maximum incident pressure and safe distance. When ductility factor is 3 and the wall has the same thick and reinforcement ratio if resistance design value doubles, minimum safe distance reduces 12%; When the wall has same ductility and reinforcement ratio, 600 mm thick wall minimum safe distance reduces 3% over 450 mm thick wall. Numeration results indicate ductility factor resisting design value, wall thickness and reinforcement ratio have different influence on minimum safe distance when the wall is damaged. The method and the analytical results can be used to roughly assess if the nuclear power station is safe after attacked by conventional arms.

**Key words** : blast shock wave; reinforcement concrete wall; dynamic characteristics; safe distance

(上接第38页)

## Nonlinear Distribution of Seismic Active Earth Pressure on Rigid Retaining Walls

LIU Zhong-yu<sup>1</sup>, YANG Hui-peng<sup>2</sup>, HE Sheng-dong<sup>3</sup>

(1. College of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China; 2. Department of Construction, No. 755 National Factory, Xinxiang 453069, China; 3. Henan Traffic Highway Engineering Bureau, Zhengzhou 450052, China)

**Abstract** : Based on the Mononobe-Okabe's postulation and by using the method of level layer analysis, the first-order differential equation of the active pressure on rigid retaining walls with the translational movement mode under earthquake loads is set up, and the theoretical answers to the nonlinear distribution of the active earth pressures are obtained, with the formula of the resultant earth pressures in this paper identical to Mononobe-Okabe's. It is demonstrated that the earthquake coefficient has influence on the distribution of earth pressures. Moreover, the discussions on the influence on the points of application of the resultant earth pressures by the internal friction angle of filling, the friction angle between wall and filling and the earthquake coefficient indicate that it is dangerous for the overturning stability of retaining walls with the translational movement mode if they are designed according to the Mononobe-Okabe's theory.

**Key words** : rigid retaining wall; active earth pressure; point of application; distribution