

文章编号:1671-6833(2003)04-0032-05

几种概率潮流模型的准确性比较分析

张建芬<sup>1</sup>, 王克文<sup>1</sup>, 宗秀红<sup>1</sup>, 谢志棠<sup>2</sup>

(1. 郑州大学电气工程学院, 河南 郑州 450002; 2. 香港理工大学电机系, 香港)

**摘 要:**以节点注入功率和PV 电压运行曲线为基础, 分析了几种概率潮流模型在迭代算式和计算精度上的差别, 包括线性化模型、近似二阶模型和完整二阶模型. 各种模型中, 计及方差对均值的修正, 同时还采用扩展的雅克比矩阵考虑了PV 点和平衡点的电压曲线. 试算结果表明, 长期以来备受关注的近似二阶模型并不能保证电压实部方差的精度, 而采用完整二阶模型计算的电压均值和方差具有相当高的精度.

**关键词:** 概率潮流; 均值; 方差; 中心矩  
**中图分类号:** TM 712      **文献标识码:** A

0 引言

从 1973 年 B. Borkowska 首先引出概率潮流<sup>[1]</sup>问题至今, 已有大量的文献发表<sup>[1~9]</sup>, 并有各种形式的计算模型先后提出, 如直流模型<sup>[1]</sup>、线性化交流模型<sup>[2,3]</sup>, 以及更为准确的保留非线性模型<sup>[5,9]</sup>等. 概率潮流既可形成独立的应用程序, 如电能损耗分析、电压分布调整等, 也可用作更高级程序的初始状态计. 在此基础上的概率优化潮流、概率无功补偿, 考虑了一段时间内的多系统运行方式, 从而能够提供整体最优方案.

当以节点注入和PV 电压运行曲线为基础, 分析概率特征根计算的精度时发现, 概率潮流的二阶模型或保留非线性模型并不能保证电压实部协方差的计算精度.

本文以节点注入功率和PV 电压运行曲线为基础, 比较了三种概率潮流模型在迭代算式和计算准确度上的差别. 各种模型中, 除计及方差对均值的修正外, 还采用扩展的雅克比矩阵考虑PV 点和平衡点的电压曲线, 各种模型的主要差别在于对电压方差的求取采用不同程度的简化. 最后在两个系统上进行了比较, 并分析了对概率特征根均值和方差的影响.

1 概率潮流模型

1.1 电压迭代算式

直角坐标下节点的潮流方程式为

$$P_i = \sum_{j \in i} (G_{ij}e_{ej} - B_{ij}ef_{ej} + G_{ij}ff_{ej} + B_{ij}fe_{ej}) \quad (1)$$
$$Q_i = \sum_{j \in i} (G_{ij}fe_{ej} - B_{ij}ff_{ej} + G_{ij}ef_{ej} + B_{ij}ee_{ej}) \quad (2)$$

对PV 点, 用式(3)代替式(2):

$$U_i^2 = e_i^2 + f_i^2 \quad (3)$$

式中:  $P_i$  为节点  $i$  的注入;  $e_i$  为节点  $i$  的电压;  $G_{ij}$  为导纳阵元素  $(i, j)$ .

为方便起见, 将潮流式(1), (2), (3) 表达成矩阵形式

$$\mathbf{Y} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) = \mathbf{g}(X_1X_1, \dots, X_iX_j, \dots, X_{2N}X_{2N}) \quad (4)$$

式中: 列向量  $\mathbf{Y}$  由PQ 点的有功和无功功率、PV 点的有功功率和电压平方, 以及平衡点的电压平方构成; 列向量  $\mathbf{X}$  由节点电压的实部和虚部构成.

将方程(4) 在期望值  $\mathbf{X}$  处完整地展开, 由于二阶项和零阶项具有相同的形式, 可表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) + \mathbf{J}_X \Delta \mathbf{X} + \mathbf{f}(\Delta \mathbf{X}) \quad (5)$$

式中:  $\Delta \mathbf{X} = \mathbf{X} - \mathbf{X}$ ;  $\mathbf{J}_X$  为雅克比矩阵.

对式(5) 求期望, 得

$$\mathbf{Y} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) + \mathbf{G}(\mathbf{C}_X) \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{G}(\mathbf{C}_X) = \mathbf{f}(\Delta \mathbf{X}) = \mathbf{g}(C_{X_{1,1}}, \dots, C_{X_{i,j}}, \dots, C_{X_{2N,2N}})$ .

类似于确定性潮流, 概率潮流中, 电压均值的迭代算式为

$$\Delta \mathbf{Y} = \mathbf{Y}_0 - \mathbf{Y} = -\mathbf{J}_X \Delta \mathbf{X} \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{Y}_0$  为给定节点注入的均值;  $\mathbf{Y}$  按式(6) 计

算,计及方差对均值的影响.

1.2 电压的协方差

1.2.1 模型 I —— 线性化模型

节点注入的协方差为

$$C_Y = E(Y - \bar{Y})(Y - \bar{Y})^T \tag{8}$$

根据节点注入偏差  $\Delta Y$  和电压偏差  $\Delta X$  的线性化关系

$$\Delta Y = J_X \Delta X \tag{9}$$

求得电压的协方差

$$C_X = J_X^{-1} C_Y (J_X^{-1})^T \tag{10}$$

1.2.2 模型 II —— 近似二阶模型

将式 (5)、(6) 代入式 (8), 得到

$$C_Y = E \{ J_X \Delta X \Delta X^T J_X^T + J_X \Delta \bar{Y}^T(\Delta X) + f(\Delta X) \Delta X^T J_X^T + f(\Delta X) f^T(\Delta X) - \overline{f(\Delta X)} \overline{f(\Delta X)^T} \} \tag{11}$$

整理可得电压的协方差阵

$$G_X = J_X^{-1} \{ C_Y - E[ J_X \Delta \bar{Y}^T(\Delta X) + f(\Delta X) \Delta X^T J_X^T + f(\Delta X) f^T(\Delta X) + \overline{f(\Delta X)} \overline{f(\Delta X)^T} ] (J_X^{-1})^T \} \tag{12}$$

式 (12) 中出现了电压的3阶和4阶中心矩, 为此, 对每一个运行样本, 电压偏差和节点注入偏差的线性化关系为

$$\Delta X = J_X^{-1} \Delta Y \tag{13}$$

可将式 (13) 代入式 (12), 从而求得电压的协方差, 这是多种文献采用的方法<sup>[9]</sup>, 也可按式 (13) 求出各运行样本下电压的偏差, 即由节点注入功率和 PV 电压曲线求得电压的偏差曲线, 从而求得电压的3阶和4阶中心矩, 进而求得  $C_X$ .

1.2.3 模型 III —— 完整二阶模型

该模型与近似二阶模型的电压协方差表达相同, 区别在于电压偏差的求取不是采用线性化算式, 而是采用二阶迭代算式. 节点注入偏差与电压偏差的关系为

$$\Delta Y = J_X \Delta X + f(\Delta X) - G(C_X) \tag{14}$$

整理得电压偏差的迭代算式

$$\Delta X^{(k+1)} = J_X^{-1} (\Delta Y - f(\Delta X^{(k)}) + G(C_X)) \tag{15}$$

按式 (15) 在各样本下进行迭代, 能够准确计算电压的偏差. 由于式 (15) 为二阶迭代算式, 一般3次以内即可有足够的精度. 由于对所有样本采用同一固定的  $J_X^{-1}$ , 利用因子表技术, 计算量并不大.

上述三种模型具有相同的电压均值迭代算式, 考虑了方差对均值的修正, 不同之处在于电压方差的简化程度有所不同.

2 计及平衡点运行曲线的 J

对  $n$  节点系统, 采用直角坐标形式, 潮流方程为  $2(n-1)$  个, 修正方程式也是  $2(n-1)$  个, 为在电压协方差计算中计及平衡点运行曲线的影响, 增加一个修正方程式:

$$\Delta V_n^2 = V_n^2 - e_n^2 - f^2 = 0 \tag{16}$$

即在传统的雅克比矩阵中增加一行一列, 形成扩展的雅克比矩阵

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_1}{\partial e_1} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial f_1} & \cdots & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial f_{n-1}} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial e_n} \\ \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_1} & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial f_1} & \cdots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial f_{n-1}} & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_1} & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_1} & \cdots & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_{n-1}} & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_n} \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{\partial \Delta V_{n-1}^2}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial \Delta V_{n-1}^2}{\partial f_{n-1}} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \frac{\partial \Delta V_n^2}{\partial e_n} \end{bmatrix}$$

3 概率潮流计算步骤

以模型 III 为例, 计算过程简述如下:

- (1) 读取原始数据, 计算节点注入向量  $Y$  的均值和协方差;
- (2) 形成节点导纳矩阵;
- (3) 形成并利用稀疏技术存储二阶海森矩阵 (即式 (5) 中  $f(\Delta X)$  中的系数);
- (4) 按式 (6) 计算节点注入的均值, 求得节点注入均值的最大偏差  $\delta_{\max}$ , 若  $\delta_{\max}$  小于允许误差, 则转步骤 (6);
- (5) 形成雅克比矩阵, 解修正方程 (7), 计算节点电压, 转 (4);
- (6) 计算雅克比矩阵的逆阵;
- (7) 按式 (15) 迭代算式计算各样本的偏差曲线;
- (8) 按式 (12) 计算电压的协方差矩阵;
- (9) 按式 (6) 计算节点注入量的均值, 求节点注入量均值的最大偏差  $\delta_{\max}$ , 若  $\delta_{\max}$  小于允许误差, 则结束计算, 否则转步骤 (5).

上述过程依据节点电压的均值和方差对节点注入量的不同影响而不同, 求电压均值的步骤 (4), (5) 形成内部循环, 求电压协方差的步骤 (6), (7), (8), 和 (9) 形成外部循环.

4 算例分析

系统 1 为图 1 所示的 3 机 9 节点系统, 本文中

将节点功率和PV 点电压的正常运行值作为其均值. 各节点功率和PV 电压的标准日运行曲线见文献[7]. 为了模拟系统的多运行方式, 从这些运行曲线生成 720 个运行样本, 并进一步求得节点功率和PV 电压平方的协方差. 按三种模型分别对该系统进行概率潮流计算, 结果列于表 1 和表 2. 限于篇幅, 仅给出部分结果以说明问题.

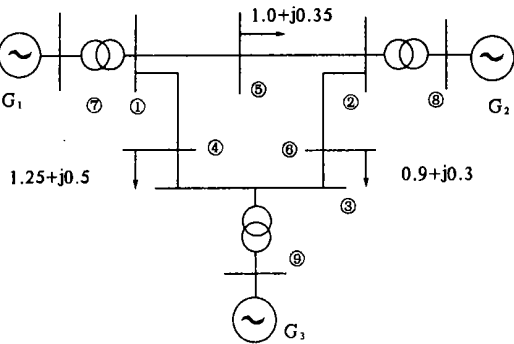


图 1 3 机系统 系统 1)

Fig .1 3-machine system (System 1)

为了比较各种模型的计算精度, 本文还采用了确定性的方法对这 720 组负荷样本分别进行潮流计算, 并计算电压的均值和协方差, 即各表中的准确结果.

表 1 为按各种模型计算的电压均值. 由表 1 可知, 各种模型计算的电压均值在精度上差别不大, 只是模型 III 计算准确度更高一些.

表 2 为按各种模型计算的电压方差. 由表 2 可知, 3 种模型所计算的节点电压虚部的方差在精度上差别不大, 实部的方差则有较大差别. 其中,

线性化模型 I 的计算精度较低; 模型 II 保留了潮流算式中的二阶项, 计算精度有一定的提高, 由于求电压偏差时采用线性化算式, 使得个别的计算结果准确度并没有提高; 模型 III 保留了潮流算式中的二阶项, 同时采用迭代方法求电压的偏差, 计算精度很高, 接近准确计算所得的电压的方差. 例如节点 1 的电压实部的方差: 按模型 I 计算结果为  $0.173\ 55\text{E}-02$ , 模型 II 为  $0.188\ 56\text{E}-02$ , 模型 III 为  $0.246\ 68\text{E}-02$ , 准确计算的结果为  $0.246\ 69\text{E}-02$ , 模型 II 比模型 I 的计算结果精度略有提高, 模型 III 的计算结果更接近准确值.

系统 2 为图 2 所示的 8 机 24 节点系统, 分别用 3 种模型对该系统进行概率潮流计算, 部分电压均值和方差见表 3 和表 4. 各种模型的计算精度与系统 1 类似, 不再赘述.

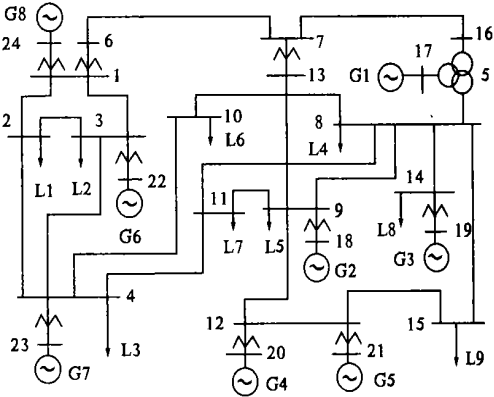


图 2 8 机系统 系统 2)

Fig .2 8-machine system (system 2)

表 1 系统 1 的节点电压均值

Tab .1 Expectations of nodal volatges in system 1

节点号	电压实部				电压虚部			
	模型 I	模型 II	模型 III	准确结果	模型 I	模型 II	模型 III	准确结果
1	1.018 095 7	1.017 419 5	1.016 492 4	1.016 492 2	-0.040 375 9	-0.040 326 5	-0.040 187 4	-0.040 188 3
2	1.021 914 2	1.021 554 7	1.021 071 9	1.021 071 7	-0.040 687 3	-0.040 482 6	-0.040 396 8	-0.040 397 5
3	1.021 537 1	1.021 238 7	1.020 902 4	1.020 900 7	-0.067 993 1	-0.068 044 2	-0.068 102 2	-0.068 102 5
4	0.985 849 6	0.985 297 9	0.984 611 1	0.984 610 03	-0.123 522 0	-0.123 687 7	-0.123 780 5	-0.123 781 0
5	1.003 204 0	1.002 722 0	1.001 928 3	1.001 928 1	-0.079 973 8	-0.079 978 2	-0.079 896 7	-0.079 897 7

表 2 系统 2 的节点电压均值

Tab .2 Self variances of nodal volatges in system 1

节点号	电压实部自方差				电压虚部自方差			
	模型 I	模型 II	模型 III	准确结果	模型 I	模型 II	模型 III	准确结果
1	0.173 55E-2	0.188 56E-2	0.246 68E-2	0.246 69E-2	0.110 47E-1	0.113 27E-1	0.114 21E-1	0.114 21E-1
2	0.332 89E-3	0.301 42E-3	0.599 31E-3	0.599 33E-3	0.142 35E-1	0.145 93E-1	0.147 51E-1	0.147 51E-1
3	0.846 63E-3	0.946 92E-3	0.104 18E-2	0.104 19E-2	0.153 42E-2	0.153 40E-2	0.153 99E-2	0.153 99E-2
4	0.242 09E-2	0.267 07E-2	0.301 34E-2	0.301 35E-2	0.300 61E-2	0.301 22E-2	0.302 55E-2	0.302 56E-2
5	0.182 87E-2	0.177 87E-2	0.227 33E-2	0.227 33E-2	0.136 76E-1	0.139 30E-1	0.140 37E-1	0.140 37E-1

表 3    系统 3 的节点电压均值

Tab .3    Expectations of nodal volatges in syste m 2

节点号	电压实部				电压虚部			
	模型 I	模型 II	模型 III	准确结果	模型 I	模型 II	模型 III	准确结果
1	1.075 333 4	1.075 335 0	1.075 187 3	1.075 188	−0.059 979 9	−0.059 977 7	−0.060 022 3	−0.060 022 0
2	0.987 275 1	0.987 334 8	0.986 944 5	0.986 946 7	−0.111 062 8	−0.111 142 4	−0.111 153 0	−0.111 152 8
3	1.011 782 6	1.011 845 7	1.011 463 2	1.011 465	−0.087 410 2	−0.087 493 5	−0.087 505 3	−0.087 505 2
4	1.019 379 5	1.019 455 0	1.019 048 4	1.019 046	−0.166 315 9	−0.166 399 6	−0.166 638 6	−0.166 637 6
5	0.952 596 9	0.952 476 2	0.951 961 9	0.951 962 1	−0.235 997 3	−0.235 922 8	−0.235 995 2	−0.235 996 1

表 4    系统 2 的节点电压均值

Tab .4    Self -variances of nodal volatges in system 2

节点号	电压实部自方差				电压虚部自方差			
	模型 I	模型 II	模型 III	准确结果	模型 I	模型 II	模型 III	准确结果
1	0.318 484E − 3	0.313 011E − 3	0.348 815E − 3	0.348 892E − 3	0.894 056E − 3	0.892 071E − 3	0.903 353E − 3	0.903 360E − 3
2	0.295 215E − 2	0.284 519E − 2	0.311 529E − 2	0.311 554E − 2	0.459 469E − 2	0.463 269E − 2	0.463 047E − 2	0.463 045E − 2
3	0.283 101E − 2	0.272 549E − 2	0.298 831E − 2	0.298 855E − 2	0.517 113E − 2	0.521 191E − 2	0.520 956E − 2	0.520 953E − 2
4	0.124 055E − 2	0.105 391E − 2	0.139 882E − 2	0.139 892E − 2	0.134 686E − 1	0.134 683E − 1	0.136 726E − 1	0.136 727E − 1
5	0.224 768E − 2	0.237 642E − 2	0.277 960E − 2	0.277 961E − 2	0.878 483E − 2	0.872 655E − 2	0.877 243E − 2	0.877 256E − 2

表 5 为两个系统在 CPU 为 2G 的计算机上分别按 3 种模型计算的时间和迭代次数. 从表 5 可以看出, 保留非线性项的模型比线性化模型用的时间长, 这是因为要计算电压协方差中的高阶修正量, 计算量有所增加. 模型 II 与模型 III 都保留了非线性项, 模型 III 还采用了二阶迭代方法求电压偏差曲线, 计算量又有所增加. 由于求电压偏差曲线时, 对每个样本采用同一固定的  $J_x^{-1}$ , 又利用因子表技术, 计算量增加并不大. 从计算时间看, 模型 III 较模型 II 的计算时间并没有明显的增加, 而计算精度却有明显的提高, 比较而言计算量的增加是值得的.

表 5    计算时间和迭代次数

Tab .5    The computational time and iteration

系统	模型	计算时间 / s	内迭代 次数	外迭代 次数
系统 1	模型 I	127	7	4
	模型 II	2 180	8	5
	模型 III	2 114	7	4
系统 2	模型 I	277	8	4
	模型 II	16 984	8	4
	模型 III	17 650	8	4

为进一步考查不同模型计算结果对后续应用程序结果的影响, 按照文献 [7, 8] 的方法对系统 1 进行概率特征根计算. 3 台发电机均装有快速励磁调节器和原动机调节装置, 且 3 号机配有电力系统稳定器. 文献 [9] 中提供了所有这些控制装置的状态传输框图. 所得临界特征根实部的均

值和方差见表 6.

表 6    临界特征根的均值和标准差

Tab .6    Expectations and standard deviations for critical eigenvalues

特征根序号	模型 I	模型 II	模型 III	准确值
23	−0.508 191	−0.509 070	−0.503 099	−0.488 440
25	−0.344 090	−0.329 589	−0.320 308	−0.333 795
23	0.212 988	0.214 457	0.214 912	0.207 992
25	0.132 792	0.142 557	0.150 532	0.174 653

说明: 前两行为均值, 后两行为标准差.

表 6 中, 三种模型的区别在于概率潮流计算采用不同模型, 而特征根采用同一计算过程. 表 2 中, 不同模型计算的电压实部的协方差有较大差别, 虚部的协方差相近; 表 6 中, 与准确值相比较, 三种模型对特征根均值的计算偏差很接近, 对方差的计算偏差也大致接近, 只是第 25 个特征根的标准差采用模型 III 计算更为准确. 三种模型所共同的计算误差是由于特征根计算仅采用线性化模型所致, 而本文的主要目的是比较概率潮流模型的计算误差, 对特征根计算精度的改进暂不讨论. 因此, 在概率特征根计算分析中可以采用模型 III 进行潮流计算, 以获得更为准确的潮流结果. 总的来说, 当式 (7) 考虑了均值对方差的影响时, 能够保证均值计算的准确性. 不同模型结果的差别主要在于与电压实部相关的自方差和协方差, 对后续应用程序影响的区别也正在于此. 具体应用中可以根据精度要求和计算时间选用不同准确程度的模型进行概率潮流计算. 例如, 当考虑电压的统

计分布特性时,采用模型Ⅲ比较准确;否则,可依精度要求选用模型Ⅰ或模型Ⅱ.

5 结论

本文以节点注入功率和PV 电压运行曲线为基础,比较了三种概率潮流模型在迭代算式和计算准确度上的差别,分别为线性化模型,近似二阶模型和完整二阶模型.各种模型中除计及方差对均值的修正,还采用扩展的雅克比矩阵考虑PV 节点和平衡节点电压运行曲线的影响.算例结果表明,线性化模型和近似二阶模型可以保证电压均值的准确性,但电压实部的方差有较大误差.完整二阶模型中,通过多个运行样本在均值点处的二阶迭代求取电压偏差曲线,从而能够准确计及电压的三阶和四阶中心矩对电压协方差的修正,准确度很高.可以根据计算时间和不同的计算精度要求采用相应的计算模型.

参考文献:

[ 1 ] BORKOWSKA B. Probabilistic Load Flow[ A ]. VAN-  
COUVER B C. IEEE Power Engineering Society summer

meeting[ C ]. New York: John & Wileys, 1973.  
[ 2 ] ALLAN R N, SHAKARCHI M. Probabilistic techniques in  
A. C. load flow analysis [J]. Proc IEE, 1977, 124( 2 ):  
154~160.  
[ 3 ] ALLAN R N, AISHAKARCHAI M. Probabilistic A. C.  
Load Flow [J]. Proc IEE, 1976, 123( 6 ): 529~534.  
[ 4 ] DOPAZO J F, KILTI N O A, SASSON A M. Stochastic load  
flow[J]. Method IEEE Trans, 1975, 94( 5 ): 299~309.  
[ 5 ] SOBIERAJSKI M A. Method of stochastic load flow calcu-  
lation [J]. Archiv f ¼ Elektrotechnik, 1978, 60( 2 ): 37  
~40.  
[ 6 ] 黄进安, 吴惟静. 保留潮流方程非线性的电力系统概  
率潮流计算[J]. 电力系统自动化, 1986, ( 6 ): 3~12.  
[ 7 ] WANG K W, TSE C T, TANG K M. Algorithm for power  
system dynamic stability studies taking account the varia-  
tion of load power [J]. Electrical Power System Research  
Journal, 1998, 46: 221~227.  
[ 8 ] 王克文, 钟志勇, 谢志棠, 等. 混合使用中心矩与累加  
量的电力系统概率特征根分析方法[J]. 中国电机  
工程学报, 2000, ( 5 ): 37~41.  
[ 9 ] HIYAMA Takashi. Rule-based stabilizer for multi-ma-  
chine power system [J]. IEEE Trans on Power Systems,  
1990, 5( 2 ): 403~409.

Comparison and Analysis of Several Probabilistic Load Flow Approaches

ZHANG Jian-fen<sup>1</sup>, WANG Ke-wen<sup>1</sup>, ZONG Xiu-hong<sup>1</sup>, TSE Chi-tong<sup>2</sup>

( 1. College of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China ; 2. Department of Electrical Engineering, Hong  
Kong Polytechnic University, Hong Kong, China )

**Abstract :** Based on operating curves of nodal injections and PV nodal voltages, this paper compares several proba-  
bilistic load flow models in correcting equation and computational precision, including the linearized model, the ap-  
proximate second order model and the complete second order model. In all models, the correction of covariances to  
expectations is considered, and operating curves of PV nodal voltages and slack nodal voltages are included by using  
extended Jacobian matrix. The result shows that the approximate second order model that has been cared for a long  
time cannot ensure the computational precision of variances of real part of nodal voltages, and the complete second  
order model can provide much accurate result for voltage expectations and covariances.

**Key words :** probabilistic load flow ; expectation ; variance ; central moment