2002年 12月 郑州大学学报(工学版) Dec. 2002
第23卷 第4期 Journal of Zhengzhou University (Engineering Science) Vol.23 No.4

文章编号:1671-6833(2002)04-0107-03

圆度误差置换算法的研究

郑 鹏,侯伯杰,曹智军

(郑州大学机械工程学院,河南 郑州 450002)

摘 要:对圆度误差评定理论及应用进行了探讨,构造了圆度误差数学模型,利用置换算法按最小条件求得圆度误差.给出一个圆度误差评定的实例,结果证明,该方法有较高的精度和速度.另外,此评定方法具有很强的通用性,可为其它形状误差的求解提供参考.

关键词:圆度误差;最小二乘圆法;置换算法;最小条件

中图分类号:TH 161.12 **文献标识码**:A

零件的形状和位置误差对机器、仪器的工作精度、寿命等性能都有直接影响,其中圆度误差是重要指标之一.国内外圆度误差的评定方法很多,其中最小二乘圆评定法简单快捷,应用广泛,但该方法不符合最小条件评定准则[1],不能满足高精度评定要求.国内发表不少评定圆度误差的优化算法,但在评定精度、速度等方面有一定的不足,准确、高效、可靠的评定算法仍然是寻求的目标.

本文在最小条件的基础上,采用置换算法,建立线性的圆度误差评定模型,构造判别函数,根据判别函数的取值判别是否达到最小区域[2],从而实现计算机智能判别和计算机仲裁.

1 计算原理

1.1 评定准则

如图1所示,圆度误差最小区域的判别方法为:两同心包容圆至少应与被测实际轮廓成内外

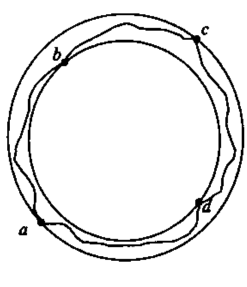

图1 圆度误差包容区域图

Fig.1 The enclosure area figure of the roundness error

交替的四点接触.即:最小包容圆上的两接触点的连线与最大包容圆上两接触点的连线相交叉(见图1).则此时两包容圆的半径差即为最小区域法的圆度误差.

1.2 圆度误差数学模型

如图2在 xoy 直角坐标系中,原点 o 为极点(即采样的回转中心),o' 为评定基准中心,两中心不重合,存在一个偏差量,圆度误差的关键就是确定中心坐标值 $o'(a,b)$,既要反映出测得值与坐标 $o'(a,b)$ 的关系,又要反映评定方法的特征函数 $F(\theta;a,b)$.测点 P_i 直角坐标为

$$\begin{cases} x_i = r_i\cos\theta_i; \\ y_i = r_i\sin\theta_i, \end{cases} \tag{1}$$

式中:$i=1,2,\cdots,n$.

相对于新圆心 o',测点的直角坐标为

$$\begin{cases} x_i' = r_i\cos\theta_i + a; \\ y_i' = r_i\sin\theta_i + b, \end{cases} \tag{2}$$

P_i 到 o' 的向径为

$$F(\theta;a,b) = \sqrt{x_i'^2 + y_i'^2} = \sqrt{(r_i\cos\theta_i + a)^2 + (r_i\sin\theta_i + b)^2}. \tag{3}$$

因在测量圆度误差前,总是预先将其回转中心或轴线调整到大致与工件的理想要素接近,即力求使测量基准接近理想基准,此时实际要素相对于理想要素的偏差与被测表面的名义尺寸相比是微量的.所以,a,b 值与 r_i 相比是微量的,可以略去 a,b 的二次高阶微量.

收稿日期:2002-00-00;修订日期:2002-00-00

基金项目:河南省自然科学基金资助项目(004053100);郑州大学优秀青年骨干教师资助项目

作者简介:郑 鹏(1976-),男,河南省驻马店市人,郑州大学助教,硕士,主要从事CAD/CAM方面的研究.

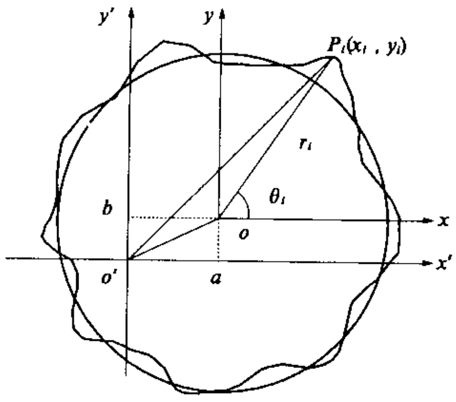

图 2　圆度误差几何模型

Fig.2　The geometric model of roundness error

则式(3)可整理为

$$F(\theta ; a, b) \approx r(\theta) + a\cos\theta + b\sin\theta = f(\theta) + a\cos\theta + b\sin\theta. \tag{4}$$

1.3　最小二乘圆法

设圆周所测各点的半径偏差为 $r(\theta_i)(i = 1, 2, \cdots, n)$，$n$ 相当大，且测点等分圆周，则最小二乘圆心的坐标为

$$\begin{cases} a = \dfrac{2}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} r(\theta_i)\cos\theta_i ; \\ b = \dfrac{2}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} r(\theta_i)\sin\theta_i . \end{cases}$$

最小二乘圆法的推导过程见文献[3]. 因为最小二乘法没有实现最小条件，所以只能作为近似评定方法，但可以作为迭代算法的起始点.

2　圆度误差的评定和仲裁

2.1　置换算法

基于最小条件，可以构造解圆度误差的置换算法，步骤如下：

首先，将测量数据进行最小二乘圆法预处理，求出最小二乘圆心 (a, b)，并将各测点换算为最小二乘圆心下的测点值.

其次，将各测点按‘对径’方式两点为一组，求出两测点值之和，排序找到最大值和最小值，对应点分别为 h_1, h_2, d_1, d_2；其值为：$\varepsilon_{h1}, \varepsilon_{h2}, \varepsilon_{d1}, \varepsilon_{d2}$；分别代入式(4)使 ε_{h1} 和 ε_{h2} 相等，使 ε_{d1} 和 ε_{d2} 相等，即

$$\begin{cases} F(\theta_{h1} ; a, b) = F(\theta_{h2} ; a, b) ; \\ F(\theta_{d1} ; a, b) = F(\theta_{d2} ; a, b) . \end{cases} \tag{5}$$

联立方程求出 a, b 值，并将各测点值换算为新圆心下的测点值，并判断是否满足最小条件，如不满足按以下步骤置换寻优：

(1) 在 h_1 到 h_2 范围内找新点 d_1，在 h_2 到 h_1 范围内找新点 d_2. 在 d_1 到 d_2 范围内找新的点 h_1，在 d_2 到 d_1 范围内找新的点 h_2.

(2) 将新的 h_1, h_2, d_1, d_2 点代入式(5)，求得新的圆心坐标，然后将各测点值换算到新的圆心下的测点值.

(3) 判断是否达到最小条件，若达到则程序结束，此时新圆心坐标下的 ε_{max} 和 ε_{min} 之差即为圆度误差，否则转向步骤(1).

2.2　最小条件的代数判别函数 J

最小区域统一判别准则[3]：

$$\mathrm{conv}[\bar{A}(u)] \cap \mathrm{conv}[\underline{A}(u)] \neq \Phi , \tag{6}$$

式中：$\bar{A}(u) \triangleq \{\partial(x) : \theta \in \bar{X}(u)\}$，$\underline{A}(u) \triangleq \{\partial(x) : \theta \in \underline{X}(u)\}$，$\partial(x) = (\cos\theta, \sin\theta)^{\mathrm{T}}$，$\bar{X}(u) \triangleq \{y : y \in \mathrm{maximizes}(f(x) + u^{\mathrm{T}}\partial(x) : x \in X)\}$，$\underline{X}(u) \triangleq \{y : y \in \mathrm{minimizes}(f(x) + u^{\mathrm{T}}\partial(x) : x \in X)\}$.

$x = \theta$ 为形成变量，$u = (a, b)^{\mathrm{T}}$ 为描述变量，$\bar{X}(u)$ 和 $\underline{X}(u)$ 分别表示高值点和低值点的集合. $\bar{A}(u)$ 和 $\underline{A}(u)$ 分别表示高值点和低值点的集合的 ∂ 映射.

为了检验是否满足统一判别准则并实现计算机判别和仲裁，推导出与其相应的代数判别方法. 为此，构造判别函数 J 为

$$J = \min_{\Omega} \sum_{k=1}^{4} Y_k , \tag{7}$$

Ω 为下列线性方程组的可行集：

$$\begin{cases} \lambda_1 \bar{\partial}_1 + \lambda_2 \bar{\partial}_2 - \mu_1 \underline{\partial}_1 - \mu_2 \underline{\partial}_2 + Y = 0 ; \\ \lambda_1 + \lambda_2 + Y_3 = 1 ; \\ \mu_1 + \mu_2 + Y_4 = 1 ; \\ \lambda_1, \lambda_2 \geqslant 0 ; \\ \mu_1, \mu_2 \geqslant 0 , \end{cases} \tag{8}$$

式中：$\bar{\partial}_1 = [\cos\theta_{h1}, \sin\theta_{h1}]^{\mathrm{T}}$；$\bar{\partial}_2 = [\cos\theta_{h2}, \sin\theta_{h2}]^{\mathrm{T}}$；$\underline{\partial}_1 = [\cos\theta_{d1}, \sin\theta_{d1}]^{\mathrm{T}}$；$\bar{\partial}_2 = [\cos\theta_{d2}, \sin\theta_{d2}]^{\mathrm{T}}$；$Y = [Y_1, Y_2]^{\mathrm{T}}$.

计算判别函数 J 的值，当 $J = 0$ 时，达到最小条件.

3　程序流程框图

程序流程图如图 3 所示.

4　计算实例

以下为求解圆度误差的实例，以说明上述方法的应用. 对于 $\phi 30$ mm 的轴颈，测量等分数为 36，等分度 $\theta = 10°$，原始测量数据见表 1，几种评定方法的评定结果比较见表 2.

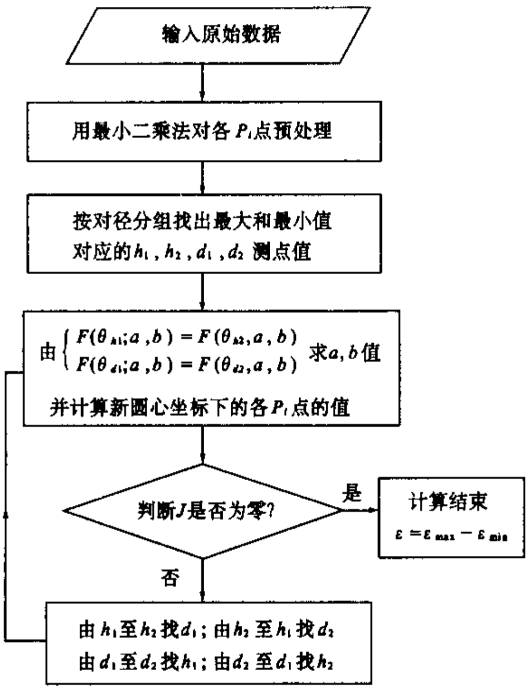

图 3　程序流程图

Fig.3　Flow chart of program

表 1　轴的测量数据

Tab. 1　Data of axis　　μm

序号	半径偏差 Δr_i	序号	半径偏差 Δr_i	序号	半径偏差 Δr_i
1	0.4	13	-2.8	25	11.0
2	2.3	14	-4.0	26	9.0
3	3.5	15	-2.2	27	7.0
4	3.5	16	1.5	28	6.5
5	1.5	17	1.5	29	6.2
6	1.0	18	6.5	30	8.0
7	-0.7	19	7.0	31	4.5
8	1.8	20	7.7	32	6.0
9	-2.0	21	8.0	33	7.0
10	0.5	22	10.0	34	3.8
11	-3.3	23	8.3	35	2.7
12	-2.8	24	10.1	36	2.2

应用置换法解算,程序进行两次循环,即可求出符合最小条件的圆度误差 $f=6.817$ μm.

从表 2 可以看出，最小二乘法所算的结果偏大,不符合最小条件,仅可以作为评定圆度误差的近似算法.步长加速法[4]和特征点法[5]也是常用的优化算法,都可用于评定形状误差.置换算法和特征点法的评定结果很接近,说明用置换算法可以解出圆度误差较为准确的值,以及本文建立的数学模型和算法的可靠性.在实例求解过程中,特征点法需循环四次,评定时间 1.6 s,而置换算法仅需循环两次,用时0.5 s.通过大量数据验证,此算法一般循环一至两次即可获得结果,足见这种算法比其它算法具有更快的速度.

表 2　实例圆度误差计算结果比较

Tab. 2　The compare of calculation results　μm

方法	最小二乘法	步长加速法	特征点法	置换算法
f 值	7.974	7.125	6.906	6.817

5　结束语

实践证明,采用本文算法设计的软件具有模型简单、精度高、速度快的特点.另外,该评定方法还可扩展到直线度、平面度、圆柱度等误差的评定软件设计上,计算步骤相同,所不同的是描述变量和形成变量的维数和代表的意义不同,因此,置换算法具有通用性,有利于用计算机进行处理.

参考文献：

[1]　GB 1958 - 80,形状与位置公差[S].

[2]　万　华.圆度误差最小区域法的微机计算法[J].计量技术,1992,(1):10 - 13.

[3]　熊有伦.精密测量的数学方法[M].北京:中国计量出版社,1989.

[4]　薛嘉庆.最优化原理与方法[M].北京:冶金工业出版社,1992.

[5]　刘　健,王晓明.鞍点规划与形位误差评定[M].大连:大连理工大学出版社,1996.

Study on the Permutation Method of Evaluating Roundness Errors

ZHENG Peng , HOU Bo - jie,CAO Zhi - jun

(College of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002,China)

Abstract: This paper analyses the theory of roundness error evaluation,establishs a mathematical model and makes use of the permutation method in the calculation of roundness error fitting the minimum conditions. In an example of roundness evaluation, the calculation results are shown in the paper . According to the experiment results ,this calculating method has properties such as high precision and high speed. Furthermore, this method has wide usability and can be applied to the calculation of errors of other forms.

Key words: roundness error ; least square method ; permutation method ; minimum conditions