文章编号:1671-6833(2002)04-0087-04

组合预测的贝叶斯估计方法

张新育[1], 孙甫照[2], 杨松华[1]

(1. 郑州大学工程力学系,河南 郑州 450002;2. 驻马店师范学院物理系,河南 驻马店 463000)

摘 要:运用贝叶斯估计方法,利用先验信息、预测信息和样本信息,导出了先验分布、预测信息下的后验分布、拟合信息下的后验分布,从而给出了待预测量在 t 时刻值 y_{t0} 的六种组合预测方法,并进行了对比.最后分析了主观参数对模型结果的影响.

关键词:组合预测;先验分布;后验分布;贝叶斯估计

中图分类号:O 212 文献标识码:A

1 记号及假设

组合预测或预测的综合技术因能有效地提高预测精度而受到国内外预测工作者的重视,并出现了一系列的研究成果.文献[1]中,唐纪等对组合预测方法进行了评述;在文献[2,3]中,唐小我、王景、曹长修考虑了组合权随时间的变化(时变性).文献[4]中,本文作者用贝叶斯分析方法给出了一种时变权组合方法.过去已出现的求组合权的方法存在两个共同缺陷:其一是未考虑主观先验信息,其二是没有充分提取各预测方法正确的预测信息.文献[4]已涉及这两个问题,但未作深入研究.本文的目的是利用主观先验信息、预测信息和样本信息,运用贝叶斯估计给出若干种组合预测公式和相应的方差估计式,并进行对比分析.

为便于叙述,引入如下记号和前提假设,若不加说明,则含义不变.设 Y_{ij} 为第 j 个预测方法对第 i 时刻的拟合值($i \leqslant n$)或预测值($i > n$);y_{t0} 为第 i 时刻变量 y 的真值;$\hat{y}_{i0}$ 为对 i 时刻的观察值(即历史记录($i \leqslant n$)或组合预测值($i > n$).第 k 种组合预测值记为 $\hat{Y}_{i0}(k)$,相应方差估计记为 $\hat{\sigma}_k^2$,并作如下假设:

(1) $\boldsymbol{Y}_{i*} = (Y_{i1}, Y_2, \cdots, Y_{im})^{\mathrm{T}} \sim N(y_{i0}\boldsymbol{1}, \sum_i)$, $\sum_i = \lambda^{-1}\sum_t, i = 1,2,\cdots,n, \boldsymbol{1} = (1,1,\cdots,1)^{\mathrm{T}}$, λ 为常数.

(2) $\boldsymbol{Y}_{i*} = (Y_{i1}, Y_2, \cdots, Y_{im})^{\mathrm{T}} \sim N(y_{i0}\boldsymbol{1}, \sum_i)$, $\sum_t = \delta^2(i)\sum_i, i = a, a+1, \cdots, b, n \leqslant a < t \leqslant b$, $\delta^2(i)$ 为常数.

假设(1),(2)是指 $\boldsymbol{Y}_{i*}$ 服从正态分布,协方差阵具有相似性,实际应用中,多数情况近似满足假设(1),(2).

2 先验分布的确定和 $\sum_t$ 的估计

2.1 先验分布的确定

设 $y_{i0} \sim N(y_{t0}(0), \sigma_0^2)$,对 s 名专家进行独立咨询调查,每人给出一 y_{t0} 的主观值,记为 $x_1, \cdots, x_s$,则有极大似然估计

$$\hat{y}_{t0}(0) = \bar{X}, \hat{\sigma}_0^2 = \sum_{i=1}^{s}(x_i - X)^2/s, \tag{1}$$

近似地,y_{i0} 的先验分布为 $y_{i0} \sim N(y_{t0}(0), \sigma_0^2)$,密度

$$g_{01}(y_{t0}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\hat{\sigma}_0^2}\exp\{-\frac{1}{2\hat{\sigma}_0^2}(y_{t0} - \hat{y}_{t0}(0)^2)\}. \tag{2}$$

若对 y_{t0} 确无任何先验信息,可取 y_{t0} 的先验分布密度为

$$g_{02}(y_{t0}) \equiv 1, y_{t0} \in R. \tag{3}$$

2.2 $\sum_t$ 的两个估计

t 时刻各方法(m 种)的预测向量 $\boldsymbol{Y}_{i*} = (Y_{i1}, Y_2, \cdots, Y_{im})^{\mathrm{T}} \sim N(y_{i0}\boldsymbol{1}, \sum_i)$,利用预测区($i > n$)信息的拟合区信息($i \leqslant n$)对 $\sum_t$ 作出两个估计,提取 $\sum_t$ 的预测区信息和拟合区信息.

2.2.1 利用预测区[a, b]内的信息的估计 $\sum_t$

由假定(2),$\boldsymbol{Y}_{i*} \sim N(y_{i0}\boldsymbol{1}, \sum_i)$, $a < i < b$, n

收稿日期:2002-07-08;修订日期:2002-09-03

基金项目:河南省自然科学基金资助项目(994053200)

作者简介:张新育(1963-),男,河南省西平县人,郑州大学副教授,主要从事概率统计方面的研究.

$\leqslant a < t \leqslant b$, $\sum_t = \delta^2(i)\sum_i$,基于 Y_{i*},对 y_{t0} 作如下估计:

$$v_1(i) = Y_{i1}, Y_{i2}, \cdots, y_{im}\text{之中位数}; \tag{4}$$

$$v_2(i) = (\max_j Y_{ij} + \min_j Y_{ij})/2, \tag{5}$$

基于 Y_{i*}, Y_{t*},对 $\delta^2(i)$ 作如下估计:

$$\delta_1^2(i) = \frac{\sum_{i=1}^{b}(Y_{tj} - \hat{v}_k(t))^2}{\sum_{j=a}^{b}(Y_{ij} - \hat{v}_k(i))^2}; \tag{6}$$

$$\delta_2^2(i) = \frac{\max_j Y_{tj} - \min_j Y_{tj}}{\max_j Y_{ij} - \min_j Y_{ij}}. \tag{7}$$

若选取 $y_{i0} \approx \hat{v}(i)$, $\delta^2(i) \approx \hat{\delta}_1^2(i)$,近似地 $Y_{t*} \sim N(\hat{v}_k(i))\mathbf{1}, \hat{\delta}_1^{-2}(i)\sum_i$, $i = a, a+1, \cdots, b$. 则 $\sum_t$ 的拟似然函数为

$$L(\sum_t) = \prod_{i=a}^{b}(2\pi)^{-\frac{m}{2}}|\hat{\delta}_1^{-2}(i)\sum_t|^{-\frac{1}{2}}\cdot$$
$$\exp\{-\frac{1}{2}(Y_{i*} - \hat{v})(i)\mathbf{1})^T(\hat{\delta}_2^{-2}(i)\sum_t)^T\cdot$$
$$(Y_{i*} - \hat{v}_k(i))\},$$

由文献[5]得 $\sum_t$ 的拟极大似然估计为

$$\sum_t(1) = \frac{1}{b-a+1}\sum_{i=a}^{b}\hat{\delta}_1^2(i)(Y_{i*} - \hat{v}_k(i)\mathbf{1})\cdot$$
$$(Y_{i*} - \hat{v}_k(i)\mathbf{1})^T,$$

其中, $n \leqslant a \leqslant t < b$, $b - a + 1 \geqslant m$.

对 y_{t0} 所作的估计中, $\hat{v}_3(i) = \sum_{j=1}^{m} Y_{ij}/m$ 不能取,因为此时 $\sum_t(1)$ 将不可逆. 贝叶斯估计要求 $\sum_t(1)$ 可逆.

2.2.2 利用拟合区($i \leqslant n$)信息估计$\sum_t$

由假设(1) $Y_{i*} \sim N(Y_{i0}\mathbf{1}, \lambda^{-1}\sum_t)$, $i = 1,2,\cdots,n$,这里, $\sum_t = \lambda\sum_i$,取 $y_{i0} \approx \hat{y}_{i0}$(观察值),则可求得 $\lambda\sum_i$ 的拟极大似然估计(见文献[5]).

$$\sum_t(2) = \frac{\lambda}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y_{i*} - \hat{y}_{i0}\mathbf{1})(Y_{i*} - \hat{y}_{i0}\mathbf{1})^T, \tag{9}$$

由 $\sum_t = \lambda\sum_i$, $i = 1,2,\cdots,n$,可对 λ 作如下估计: $\hat{\lambda} \in \{\hat{\delta}_1^2(1), \hat{\delta}_1^2(2), \cdots, \hat{\delta}_1^2(n)\}$,或 $\hat{\lambda} \in [\lambda_0, \lambda_1]$,其中 $\lambda_0 = \min_{1 \leqslant i \leqslant n}\hat{\delta}_1^2(i)$, $\lambda_1 = \max_{1 \leqslant i \leqslant n}\hat{\delta}_1^2(i)$. 为计算方便,可取 $\lambda_0 = \min(\hat{\delta}_1^2(1), \hat{\delta}_1^2([n/2]), \hat{\delta}_1^2(n))$, $\lambda_1 = \max(\hat{\delta}_1^2(1), \hat{\delta}_1^2([n/2]), \delta_1^2(n))$, $\delta_1^2(i)$ 同式(6),(7). 可取 $\lambda = (1-a)\lambda_0 + a\lambda_1$, $0 \leqslant a \leqslant 1$. 在第3部分中,由式(14),(16)可以证明,在贝叶斯估计中, $\hat{\lambda}$ 越小,拟合信息阵 $\hat{\sum}_t^{-1}(2)$ 的作用越大,预测信息阵 $\hat{\sum}_t^{-1}(1)$ 的作用越小. 反之亦然.

3 y_{t0}的若干贝叶斯估计

3.1 y_{t0}在预测信息下的后验分布及 y_{t0} 的贝叶斯估计

条件分布 $Y_{t*}|y_{t0} \sim N(\bar{0}, \hat{\sum}_t(1))$,密度记为 $p_1(Y_{t*}|y_{t0})$.

(1) 在先验分布 $g_{01}(y_{t0}) \sim N(\hat{y}_{t0}(0), \hat{\sigma}_0^2)$ 下的后验分布为

$$p_{10}(y_{t0}|Y_{t*} \propto g_0(y_{t0})p_1(Y_{t*}|y_{t0}) \propto$$
$$\exp\{-\frac{y_{t0} - \hat{y}_{t0}(1))^2}{2\sigma_1^2}\},$$

复原知

$$p_{10}(y_{10}|Y_{t*}) \sim N(\hat{y}_{t0}(1), \hat{\sigma}_1^2),$$
$$\hat{y}_{10}(1) = \frac{\mathbf{1}^T\sum_t^{-1}(1)Y_{t*}\hat{\sigma}_0^2 + \hat{y}_{t0}(0)}{\mathbf{1}^T\hat{\sum}_t^{-1}(1)\mathbf{1}\hat{\sigma}_0^2 + 1},$$
$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\mathbf{1}^T\hat{\sum}_t^{-1}(1)\mathbf{1}\hat{\sigma}_0^2 + 1}. \tag{10}$$

$\hat{y}_{t0}(1) = E_{y_{t0}|y_{t*}}(y_{t0})$ 是 y_{t0} 在平方损失函数下的最小后验风险估计,即后验贝叶斯估计[6]. 最小风验为 $\hat{\sigma}_1^2$, $\hat{y}_{t0}$ 为 $[\hat{y}_{t0}(0), Y_{t*}]^T$ 的组合,组合权 $W_1^T = [\mathbf{1}, \hat{\sigma}_0^2\mathbf{1}^T\hat{\sum}_t^{-1}(1)]^T/(1 + \hat{\sigma}_0^2\mathbf{1}^T\hat{\sum}_t^{-1}(1)\mathbf{1})$.

(2) 在先验分布 $g_{02}(y_{t0}) = I_{(-\infty, +\infty)}(y_{t0})$ 下, y_{t0} 的后验分布密度为

$$p_2(y_{t0}|Y_{t*}) \propto p_1(Y_{t*}|y_{t0})g_{02}(y_{t0}) \propto \exp\{-$$
$$\frac{1}{2\hat{\sigma}_2^3}(y_{t0} - \hat{y}_{t0}(2))^2\},$$

复原知, $p_2(y_{t0}|Y_{t*})$ 服从 $N(\hat{y}_{t0}(2), \hat{\sigma}_2^2)$.

$$y_{t0}(2) = \frac{\mathbf{1}^T\hat{\sum}_t^{-1}(1)Y_{t*}}{\mathbf{1}^T\hat{\sum}_t^{-1}(1)\mathbf{1}},$$
$$\hat{\sigma}_2^2 = \frac{1}{\mathbf{1}^T\hat{\sum}_t^{-1}(1)\mathbf{1}}, \tag{11}$$

式中: $\hat{y}_{t0}(2)$ 为 y_{t0} 在 $p_2(y_{t0}|Y_{t*})$ 下的后验贝叶斯估计, $\hat{\sigma}_2^2$ 为风险, $\hat{y}_{t0}(2)$ 为 Y_{t*} 的组合,权 $W_2^T = \mathbf{1}^T\hat{\sum}^{-1}{}_t(1)/\mathbf{1}^T\hat{\sum}_t^{-1}(1)\mathbf{1}$. 对式(10),当 $\hat{\sigma}_0^2 \to +\infty$ 时, $\ddot{y}_{t0}(1) \to \hat{y}_{t0}(2)$, $\hat{\sigma}_1^2 \to \hat{\sigma}_2^2$,变为式(11),即无先验信息情形. 先验 Fisher 信息量 $I_{02} = \frac{1}{\sigma_0^2} \to 0$.

3.2 拟合区信息下的后验分布和贝叶斯估计

条件分布 $p_2(Y_{t*}|y_{t0})$ 服从 $N(y_{t0}\mathbf{1}, \hat{\sum}_t(2))$.

(1) y_{t0} 在先验分布 g_{01},即 $N(\hat{y}_{t0}(0), \hat{\sigma}_0^2)$ 下的后验分布为

$$p_3(y_{t0}|Y_{t*}) \propto p_2(Y_{t*}|y_{t0})g_{01}(y_{t0}) \propto$$
$$\exp\{-\frac{1}{2\sigma_2^3}(y_{t0} - \hat{y}_{t0}(3))^2\},$$

复原知, $p_3(y_{t0}|Y_{t*})$ 服从 $N(y_{t0}(3), \hat{\sigma}_3^2)$.

$$\hat{y}_{t0}(3)=\frac{\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\boldsymbol{Y}_{t*}\hat{\sigma}_0^2+\hat{y}_{t0}(0)}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\mathbf{1}\hat{\sigma}_0^2+1},$$

$$\hat{\sigma}_2^3=\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\mathbf{1}\hat{\sigma}_0^2+1},\tag{12}$$

式中：$\hat{y}_{t0}(3)$为 $p_3(y_{t0}|\boldsymbol{Y}_{t*})$下 y_{t0}的后验贝叶斯估计[8]，风险（方差）为 $\hat{\sigma}_3^2$，$\hat{y}_{t0}(3)$为$[\hat{y}_{t0}(0),\boldsymbol{Y}_{t*}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$的组合，组合权为

$\mathbf{W}_3^{\mathrm{T}}=[\mathbf{1},\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\hat{\sigma}_2^0]^{\mathrm{T}}/(1+\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\mathbf{1}\sigma_0^2)$.

（2）在先验分布 $g_{02}(y_{t0})=I_{(-\infty,+\infty)}(y_{t0})$下，$y_{t0}$的后验分布密度为

$$p_4(y_{t0}|\boldsymbol{Y}_{t*})\propto p_2(\boldsymbol{Y}_{t*}|y_{t0})g_{02}(y_{t0})\propto$$

$$\exp\{-\frac{1}{2\hat{\sigma}_4^2}(y_{t0}-\hat{y}_{t0}(4))^2\},$$

复原知，$p_4(y_{t0}|\boldsymbol{Y}_{t*})$服从 $N(\ddot{y}_{t0}(4),\hat{\sigma}_4^2)$.

$$y_{t0}(4)=\frac{\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\boldsymbol{Y}_{t*}}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\mathbf{1}},$$

$$\hat{\sigma}_4^2=1/\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\mathbf{1},\tag{13}$$

式中：$\hat{y}_{t0}(4)$为 $p_4(y_{t0}|\boldsymbol{Y}_{t*})$下 y_{t0}的后验贝叶斯估计，$\hat{\sigma}_2^3$ 为其风险（方差），$\hat{y}_{t0}(4)$为 Y_{t*} 的组合，权 $\boldsymbol{W}_4^{\mathrm{T}}=\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)/\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\mathbf{1}$. 当 $\hat{\sigma}_0^2\to+\infty$ 时，$\ddot{y}_{t0}(3)\to\hat{y}_{t0}(4)$，$\hat{\sigma}_3^2\to\hat{\sigma}_4^2$，式(12)变为式(13)，即无先验信息情形.

3.3　在预测区和拟合区信息下 y_{t0}的二次贝叶斯估计

（1）将 $p_1(y_{t0}|\boldsymbol{Y}_{t*})$作为先验分布，$p_2(\boldsymbol{Y}_{t*}|y_{t0})$作为条件分布，$y_{t0}$的后验分布为

$$p_5(y_{t0}|\boldsymbol{Y}_{t*})\propto p_2(\boldsymbol{Y}_{t*}|y_{t0})p_1(y_{t0}|\boldsymbol{Y}_{t*})\propto$$

$$\exp\{-\frac{1}{2\hat{\sigma}_5^2}(y_{t0}-\hat{Y}_{t0}(5))^2\},$$

复原知，$p_5(y_{t0}|\boldsymbol{Y}_{t*})$服从 $N(Y_{t0}(5),\hat{\sigma}_5^2)$.

$$y_{t0}(5)=\frac{\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}\boldsymbol{Y}_{t*}\hat{\sigma}_0^2+\mathbf{1}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\boldsymbol{Y}_{t*}\hat{\sigma}_0^2+\hat{y}_{t0}(0)}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\sum_t^{-1}(1)\mathbf{1}\hat{\sigma}_0^2+\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\mathbf{1}\hat{\sigma}_0^2+1};\tag{14}$$

$$\hat{\sigma}_5^2=\hat{\sigma}_0^2/(\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(1)+\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\mathbf{1}\hat{\sigma}_0^2+1),\tag{15}$$

式中：$\hat{y}_{t0}(5)$为 $p_5(y_{t0}|\boldsymbol{Y}_{t*})$下 y_{t0}的后验贝叶斯估计[6]，是$[\hat{Y}_{t0}(0),\boldsymbol{Y}_{t*}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 的组合，其权 $W_5^{\mathrm{T}}=(1,(\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}^{-1}{}_t(1)+\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\hat{\sigma}_2^0)/(\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(1)|\sigma_0^2+\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\mathbf{1}\hat{\sigma}_0^2+1)$. 它综合了先验信息 $g_{01}=y_{t0}$及预测信息 $\sum_t(1)$、拟合信息 $\hat{\sum}_t(2)$，$\hat{\sigma}_5^2$ 为后验风险（后验方差）.

（2）y_{t0}在先验分布 $p_2(y_{t0}|\boldsymbol{Y}_{t*})$及条件分布 $p_2(\boldsymbol{Y}_{t*}|y_{t0})$下的后验贝叶斯估计和后验风险（方差）为

$$\hat{Y}_{t0}(6)=\frac{\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(1)\boldsymbol{Y}_{t*}+\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\boldsymbol{Y}_{t*}}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\sum_t^{-1}(1)\mathbf{1}+\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\mathbf{1}};\tag{16}$$

$$\hat{\sigma}_6^2=1/\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(1)\mathbf{1}+\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\mathbf{1}.\tag{17}$$

当 $\hat{\sigma}_0^2\to\infty$ 时，$\hat{y}_{t0}(5)\to\hat{y}_{t0}(6)$，$\hat{\sigma}_5^2\to\hat{\sigma}_6^2$，式(14)，(15)变为式(16)，(17)情形，即广义先验信息情况.

$\hat{y}_{t0}(6)$综合了预测信息 $\sum_t(1)$和拟合信息 $\hat{\sum}_t(2)$，$\hat{y}_{t0}(6)$为组合，其权

$$\boldsymbol{W}_6^{T}=(\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(1)+\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2))/$$

$$(\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(1)\mathbf{1}+\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\mathbf{1}),$$

将拟合区分布作为先验分布所得 y_{t0}的后验贝叶斯估计及风险与式(14)～(17)对应相同.

4　关于方差和主观性参数的说明

（1）后验方差（风险）对比. 一般地，有结果

$$\hat{\sigma}_5^2<\begin{cases}\hat{\sigma}_1^2<\hat{\sigma}_2^2\\ \hat{\sigma}_3^2<\hat{\sigma}_4^2\end{cases},\hat{\sigma}_6^2<\begin{cases}\hat{\sigma}_2^2\\ \hat{\sigma}_4^2\end{cases},\hat{\sigma}_5^2<\hat{\sigma}_6^2.$$

正态分布下，Fisheer 信息量为方差的倒数，统计量所含信息越大，方差越小，估计的风险越小. 结果与此结论吻合.

（2）主观参数 $\hat{\sigma}_0^2$ 的取值不宜过小，除非有充分理由说明 $\hat{y}_{t0}(0)$很接近 y_{t0}. 一般应有 $\hat{\sigma}_0^2\gg\max\{(\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(1)\mathbf{1})^{-1},(\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(2)\mathbf{1})^{-1}\}$. 特别地，当 y_{t0}无先验信息可取时，$\hat{\sigma}_0^2\to+\infty$ 先验分布取 $g_{02}(y_{t0})=I_{(-\infty,+\infty)}(y_{t0})$，用式(11)，(13)，(16)估计 y_{t0}，对 $\hat{\sigma}_0^2$ 不能拘泥于先验主观极大似然估计.

（3）在 $\hat{\sum}_t(2)=\lambda\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{Y}_{i*}-\hat{y}_{t0}\mathbf{1})(\boldsymbol{Y}_{i*}-y_{i0}\mathbf{1})^{\mathrm{T}}/n$中，主观性参数 λ 需作调整. 按照重视样本信息和拟合信息的原则，应有 $\hat{\sigma}_4^2\leqslant\hat{\sigma}_2^2$，即 λ 应满足$\lambda^{-1}\geqslant\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\sum}_t^{-1}(1)\mathbf{1}/\{n\mathbf{1}^{\mathrm{T}}[\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{Y}_{i*}-\hat{y}_{t0}\mathbf{1})(\boldsymbol{Y}_{i*}-\hat{y}_{t0}\mathbf{1})^{\mathrm{T}}]^{-1}\mathbf{1}\}=\lambda_2^{-1}$.

又 $\lambda\in[\lambda_0,\lambda_1]$，所以应有

$$\lambda\in[\lambda_0,\lambda_3],\lambda_3=\min(\lambda_1,\lambda_2).$$

一般取 $\hat{\lambda}=\lambda_0$ 或$\frac{\lambda_0+\lambda_3}{2}$. $\hat{\lambda}=1$ 时，估计中

$\hat{\sum}_t^{-1}(2)$的作用将过大.

综上可知,$\hat{\sigma}_0^2 \geqslant \hat{\sigma}_2^2 \geqslant \hat{\sigma}_4^2$,即先验信息、预测信息、样本和拟合信息在估计中所占比重依次递增.

(4) 式(8)中,a,b 的取法应为 $t \in [a, b]$,$a \geqslant n$,$b - a + 1 \geqslant m$.这一点体现了 y_{t0}估计的时变性,即对应不同的 t,其权 W 会随之变化.但 $b - a$ 不宜太大,特别是 t 点以右(将来)的预测值,在式(8)中最好不用,以免增加风险(方差)$\hat{\sigma}_1^2$,$\hat{\sigma}_2^2$,$\hat{\sigma}_5^2$,$\hat{\sigma}_6^2$ 的值.

参考文献:

[1] 唐 纪,王 景.组合预测方法评述[J].预测,1999,18(2):42-43.

[2] 曹长修,王 景,唐小我.一种模糊变权重组合预测方法——FVW 法的研究[J].预测,1996,(5):41-43.

[3] 唐小我.一种新的模糊自适应变权组合预测算法[J].电子科技大学学报,1997,(3):25-27.

[4] 张新育.组合预测的贝叶期极大似然估计法.预测[J].1998,(5):46-47.

[5] 张尧庭.方开泰.多元统计分析引论[M].北京:科学出版社,1983.

[6] 茆师松,王静龙,濮晓龙.高等数理统计[M].北京:高等教育出版社,2000.

Bayes Estimation in Combinatorial Forecasting

ZHANG Xin-yu[1], SUN Pu-zhao[2], YANG Song-hua[1]

(1. Department of Engineering Mechanics, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China; 2. Department of Physics, Zhumadian Normal School, Zhumadian 463000, China)

Abstract: By use of information from prior forecasting and sample, in this paper first we obtain some of prior distributions and preposteriors of y_{t0} and then we present six methods for Bayes extimation in combinatiorial forecasting to estimate the value y_{t0} which to be forecasted at time t_0, also give contrast among these six methods. At last the influenle of objective parameters on the resuct of model was analysized.

Key words: combinatorica forecasting; prior distribution; preposterior distribution; Bayes estimation