文章编号:1007-6492(2001)02-0077-03

梯形截面箱梁扭心位置计算

朱文正,陈 淮

(郑州工业大学土木建筑工程学院,河南 郑州 450002)

摘 要:箱形截面是大跨度桥梁优先采用的截面型式,截面扭转中心位置的计算是薄壁箱梁结构内力分析的重要组成部分.根据箱形薄壁梁约束扭转计算的乌曼斯第二理论,对桥梁工程中常用的梯形截面薄壁箱形梁的截面特性及扭转中心位置计算公式进行了理论推导,得出了具有显式表达式的梯形截面薄壁箱梁扭心位置计算公式.数值算例表明,该计算公式正确、使用方便,且可适用于矩形截面箱梁特例情况,计算公式具有适用性,可供工程实际应用.

关键词:箱梁;梯形截面;扭心

中图分类号:U 441 文献标识码:A

0 引言

箱形截面已成为大跨度桥梁优先采用的截面型式.这种截面具有良好的抗弯性能,这是它日益被广泛采用的主要原因.当进行箱梁结构的受力分析时,需要计算这类断面的自由扭转及约束扭转的几何特性.因此,截面扭转中心位置的计算是薄壁箱梁结构内力计算的重要组成部分.

1 公式的理论推导

扭转中心又称剪切中心或弯曲中心,它是薄壁箱梁发生扭转时横截面唯一不改变位置的点.现有的文献中,给出了求解箱梁截面扭转中心位置的一般计算方法,很少给出计算扭心位置的显式表达式[1~4].文献[4]虽然给出了箱梁扭心位置的计算公式,但公式只适用于箱梁顶板与翼缘板厚度相同情况,这与工程实际情况不符,桥梁工程中大量使用的箱梁截面是梯形截面型式,且箱梁顶板与翼缘板厚度不相同.为了便于工程实际应用,本文推导出了梯形箱梁截面扭心位置计算的显式表达式.

当箱梁在任意方向内弯曲或扭转时,剪力流的合力通过扭心.由此可知,若箱梁在两个方向(通常彼此垂直)受弯,可求出随之而产生的剪力流的合力位置,而扭转中心与这些合力的交点相重合[1].显然,如果横截面有一条对称轴,扭转中心在该轴线上,其位置由垂直于该轴弯曲时的剪力流的合力的位置而确定.

对于如图1所示薄壁箱梁,通常其横截面有一根对称轴(假设为 y 轴,坐标原点取在形心 O 点),该对称轴即为其主轴之一.箱形梁在刚性扭转时,其截面因梁的纵向位移受到约束而产生应变.乌曼斯第一理论基于截面周边不变形,假定表示箱梁翘曲程度的函数 $\beta(z)$ 等于扭转角 $\theta(z)$.乌曼斯第二理论假定,在约束扭转下,横截面顺 z 轴方向的纵向变形表达式与自由扭转的纵向变形表达式存在相似的变化规律[1,2],即

$$u(z,s) = u_0(z) - \beta'(z)\bar{w}(s), \qquad (1)$$

但 $\beta(z)$ 不等于 $\theta(z)$,$\beta(z)$ 是 z 的待求函数.

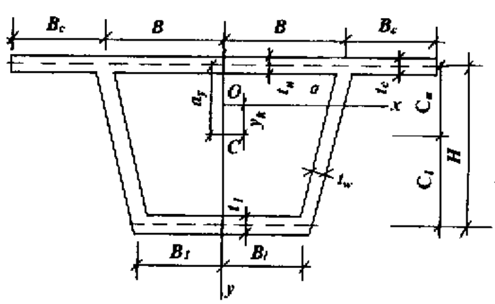

图1 梯形箱梁横截面简图

Fig.1 Trapezoidal section of box beam

假定薄壁杆件扭转时其横截面的外形轮廓线

收稿日期:2001-01-06;修订日期:2001-02-28

基金项目:河南省自然科学基金资助项目(004040100)

作者简介:朱文正(1971-),男,河南省上蔡县人,郑州工业大学硕士研究生.

在其平面内保持不变形,即 $\varepsilon_s=0$,可以求得约束扭转正应力

$$\sigma_\omega=\frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_z+\mu\varepsilon_s)=\frac{E}{1-\mu^2}\varepsilon_z,$$

式中:$\frac{E}{1-\mu^2}$近似取 E.将式(1)代入上式,得

$$\sigma_\omega=E[u'_0(z)-\beta''(z)\bar{\omega}]. \quad (2)$$

则箱梁横截面上只作用有扭矩 $T(z)$,所以横截面上顺 z 轴方向法向应力的总和以及顺 z 轴方向的法向应力对 y 轴的力矩总和等于零,即

$$N=\oint\sigma_{\bar{w}}(z,s)\mathrm{d}A=0, \quad (3)$$

$$M_y=\oint\sigma_{\bar{w}}(z,s)x(s)\mathrm{d}A=0, \quad (4)$$

式中:$\mathrm{d}A=\delta(s)\mathrm{d}s$,其中 $\delta(s)$为薄壁的厚度.

把式(2)代入式(3),(4)得

$$\begin{cases} u'_0(z)A-\beta''(z)\oint\bar{w}\mathrm{d}A=0; \\ u'_0(z)\oint x\mathrm{d}A-\beta''(z)\oint\bar{w}x\mathrm{d}A=0, \end{cases} \quad (5)$$

式中:$\oint\bar{w}\mathrm{d}A$ 通常称为扇性静矩.如果曲线坐标 s 的起点选于某一适当点处可使 $\oint\bar{w}\mathrm{d}A=0$,则 $u'_0(z)=0$,由此可得

$$\oint\bar{w}x\mathrm{d}A=0,$$

其中,$\bar{w}=w-\rho s$,为使上式成立,应将薄壁杆件的主扇性极点(扭转中心)和扇性零点分别选于特定的极点和零点.对于扭转中心 C 则满足下列条件式:

$$\bar{S}_{\bar{w}_D}+a_y\bar{S}_y-a_x\bar{S}_x+C\bar{A}=0; \quad (6)$$

$$I_{\bar{w}_Dy}+a_yI_y-a_xI_{xy}+C\bar{S}_y=0, \quad (7)$$

式中:$\bar{S}_x=\oint y\mathrm{d}A$,$\bar{S}_y=\oint x\mathrm{d}A$,$\bar{S}_{\bar{w}_D}=\oint\bar{w}_D\mathrm{d}A$,$\bar{A}=\oint\delta\mathrm{d}A$,$I_{\bar{w}_Dy}=\oint\bar{w}_Dx\mathrm{d}A$,$I_y=\oint y^2\mathrm{d}A$,$I_{xy}=\oint xy\mathrm{d}A$,

其中:$\bar{w}_D$ 为 D 点的扇性坐标,D 点取在箱梁顶板的形心处.

因为 y 轴与横截面主轴重合,则

$$\bar{S}_y=I_{xy}=0, \quad \bar{S}_{\bar{w}_D}=\oint\bar{w}_Dy\mathrm{d}A=0,$$

则箱梁截面扭心位置

$$a_y=\frac{I_{\bar{w}_Dy}}{I_y}. \quad (8)$$

式(8)即为根据乌曼斯第二理论得出的箱梁扭转中心的计算公式,但此公式中的积分计算比较复杂,不便于工程设计直接应用,因此,作者在上述理论公式的基础上作了进一步的推导.

2 箱梁扭心和形心距离 y_k 的计算公式

2.1 竖向惯性矩 I_y 计算

$$I_y=\frac{B_c^3t_c}{6}+\frac{2B^3t_u}{3}+\frac{2B_l^3t_l}{3}+\frac{H^3t_w\cos^2a}{6\sin^3a}+2B_ct\left(B+\frac{B_c}{2}\right)^2+2t_w\frac{H}{\sin a}\left(\frac{B+B_l}{2}\right)^2.$$

2.2 截面形心位置 C_l,C_u 的计算

$$C_l=\frac{H(2B_ct_c+2Bt_u+Ht_w/\sin a)}{2B_ct_c+2Bt_u+2Ht_w/\sin a+2B_lt_l};$$

$$C_u=H-C_l;$$

$$L=\left(\frac{C_lB+C_uB_l}{H}\right)\sin a;$$

$$\omega=\int R\mathrm{d}s,$$

其中:ω 为箱形截面的扇性坐标;R 为积分起点到各板的距离.

2.3 截面扭转中心坐标

经过化简计算,由此可得梯形箱梁截面扭心的计算公式为

$$y_k=\left(A_1-\frac{2(B+B_l)HA_2}{A_3}\right)/I_y,$$

其中:y_k 为扭转中心和截面形心的距离;

$$A_1=2B^2\left(\frac{C_uBt_u}{3}+C_uB_ct_c\right)+2C_uB_c^2t_c\left(B+\frac{B_c}{3}\right)+\frac{C_uBHt_w}{\sin a}(B+B_l)+\frac{LH^2t_c}{3\sin^2a}(2B_l+B)+BL^2t_l\left(\frac{LH}{\sin a}+C_uB+\frac{C_lB_l}{3}\right);$$

$$A_2=2B^2\left(\frac{B}{3}+\frac{B_ct_c}{t_u}+\frac{Ht_w}{t_u\sin a}\right)+B\left(\frac{B_c^2t_c}{t_u}+\frac{B_lHt_w}{t_u\sin a}\right)+\frac{H^2}{3\sin^2a}(B+2B_l)+B_l^2\left(\frac{Ht_l}{t_w\sin a}+\frac{Bt_l}{t_u}+\frac{B_l}{3}\right);$$

$$A_3=\frac{2B}{t_u}+\frac{2H}{t_w\sin a}+\frac{2B_l}{t_l}.$$

由上述公式可知,当 $a=90°$时,梯形箱梁截面退化为矩形箱梁截面,所以,本文给出的计算公式具有通用性.

3 数值算例

例1 图2所示梯形箱梁截面,求其扭转中心位置.该梯形箱梁截面具有一个对称轴,其扭转

中心在图示 y 轴上. 文献[3]给出该梯形截面形心位置 $C_u = 2229$ mm，截面扭转中心位置 $a_y = 2178$ mm 采用本文计算公式计算所得的该梯形截面形心位置 $C_u = 2229.34$ mm，截面扭转中心位置 $a_y = 2172.5$ mm，和文献[3]计算结果相当接近.

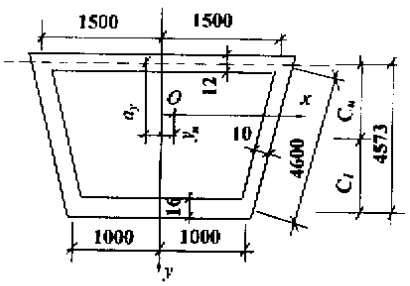

图 2　薄壁梯形箱梁截面

Fig.2　Trapezoidal section of thim walled box beam

例 2　图 3 所示为喜旧溪大桥矩形箱梁截面，求其扭转中心位置. 该矩形箱梁截面具有一个对称轴，其扭转中心在图示 y 轴上. 文献[5]给出的该箱梁扭心位置为 $a_y = 856.3$ mm，本文公式计算结果为 $a_y = 857.7$ mm，两种方法计算结果十分吻合，证明本文公式正确.

另外，当图 3 箱梁顶板宽度由 4000 mm 变为 6000 mm 时，即箱梁桥面板宽度为 2000 mm + 3000 mm + 3000 mm + 2000 mm 时，采用本文给出计算公式给出的梯形箱梁截面扭心位置为 $a_y = 1142.4$ mm，而文献[5]给出的用于计算矩形箱梁截面扭心的计算公式已不再适用了.

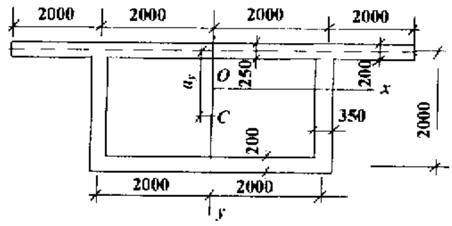

图 3　喜旧溪大桥矩形箱梁截面

Fig.3　Rectangle section of box beam for Xijiuxi Bridge

4　结束语

本文对桥梁工程中常采用的梯形箱梁截面扭心公式进行了详细推导，给出了计算箱梁截面扭心位置的显式表达式，该方法以乌曼斯第二理论为基础，考虑因素较为全面，考虑了薄壁结构厚度、形状的不同. 本文所导出的梯形箱梁截面扭心计算公式，为箱梁结构内力计算提供了方便.

参考文献：

[1]　郭金琼. 箱形梁设计理论[M]. 北京：人民交通出版社，1991.

[2]　程翔云. 梁桥理论与计算[M]. 北京：人民交通出版社，1990.

[3]　胡人礼. 桥梁力学[M]. 北京：中国铁道出版社，1999.

[4]　克里斯特克 V. 箱梁理论[M]. 何福照，吴德心，译. 北京：人民交通出版社，1988.

[5]　陈　淮. 高架铁路桥横向刚度研究[D]. 长沙：长沙铁道学院，1993.

Calculation of Torsion Center Postion of the Trapezoldal Section for Box Beam

ZHU Wen - zheng，CHEN　Huai

（College of Civil & Building Engineering，Zhengzhou University of Technology，Zhengzhou 450002，China）

Abstract：Box sections are preferential forms used in long span - bridges，and the calculation of the positions of their torsion centers is an important part for analyzing the internal force of thin walled box beams. According to the theory of constrained torsion，which is on calculating the constrained torsion of thin walled box beams，the characteristics of the trapezoidal sections are theoretically derived，and the formula for calculating the positions of their torsion centers is presented in this paper. Compared with numerical examples，the formula proves to be accurate，and can be used easily. Moreover，in the case of rectangle sections of box beams which are special forms of the trapezoidal sections，the formula is also effective，and it can be applied to practical projects.

Key words：box beam；trapezoidal section；torsion center