企业整体资产评估中收益现值法的数学模型探讨

贾军国
(郑州工业大学数力系)

摘要 本文分析、指出了收益现值法中两个主要公式(年金化法、收益能力法)的内在联系及各自特点。在此基础上,利用计算机运算技术,本文建立了更一般、更合理的评估公式.从而将上述两公式统一起来。

关键词 整体资产评估 收益现值法 新公式 计算机
中图分类号:O 141.4

前言

企业整体资产评估的基本方法有两种:一是现行市价法,一是收益现值法。结合我国目前市场发育的情况看:以整个企业进行交易的市场还远未出现,因而,以此为基础的现行市价法就很难在具体评估中运用。在评估实践中一般都是采用收益现值法来进行操作的。因此较详细而科学地讨论收益现值法的有关计算方法,不仅在理论上,而且在实践上都是很有意义的。

所谓收益现值法就是根据企业未来若干年的预期收益,按适当的折现率或本金化率折算成收益现值,并以收益现值作为资产价格的方法。

从现行书籍和目前使用的计算方法看[1]:收益现值法有以下二种计算公式:

(Ⅰ)年金本金化价格法

$$\begin{cases} P = \dfrac{A}{r} & (1.1) \\ A = \sum\limits_{j=1}^{N} R_j (1+r)^{-j} / \sum\limits_{j=1}^{N} (1+r)^{-j} & (1.2) \end{cases}$$

其中:r 为折现率,N 为预测收益年限,R_j 为第 j 年预测收益值($1 \leqslant j \leqslant N$),$A$ 为年金化收益额,P 为评估现值。

(Ⅱ)预期收益能力法

$$\begin{cases} P = \sum\limits_{j=1}^{N} R_j \cdot (1+r)^{-j} + \overline{P} & (2.1) \\ \overline{P} = \dfrac{\overline{R}}{r \cdot (1+r)^N} & (2.2) \end{cases}$$

省科委研究项目。项目名称:高新技术评估;资产评估
收稿日期:1996—03—06

其中:r、N、$R_j(1\leqslant j\leqslant N)$、$P$ 意义同上,$\overline{P}$ 表后续年金化价格,$\overline{R}$ 表永续年金,在此取为 R_N(R_N 即企业未来第 N 年的预测收益值)。

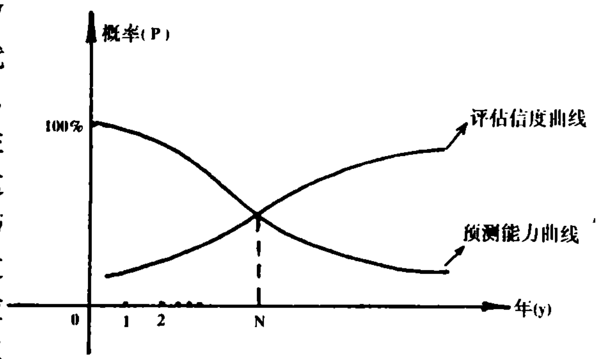
在评估实践中,利用上述两公式(Ⅰ)、(Ⅱ),除了 $R_j(1\leqslant j\leqslant N)$ 要根据企业情况具体分析外,往往还有如下问题:(1)如何确定预测收益年限 N,或者说确定 N 的原则是什么?(2)当同时利用公式(Ⅰ)、(Ⅱ)来求 P 值时,往往结果不同。若两者差别较大时,如何选取合理的 P 值呢?

收益现值法既是资产评估的一种方法,也是资产评估的理论基础之一。我们自然希望了解用公式(Ⅰ)和(Ⅱ)会得出不同结果的原因,即有问题(3):公式(Ⅰ)、(Ⅱ)之间有何关系?

本文首先对以上三个问题进行阐述,然后借助计算机技术给出收益现值法的一个更为科学、实用性更强的计算方法。这种方法既保留了原来两种方法的优点,又避免了它们的缺陷,从而完善了有关评估理论。

1　确定预测收益年限 N 的原则:

确定 N 的原则有两个:一是尽可能取较大的 N 来预测年收益值 $R_j(1\leqslant j\leqslant N)$,从而提高评估现值的信度。这是因为公式(Ⅰ)、(Ⅱ)中都有一个永续年金的假设:即从若干年开始收益值都是相同的。根据折现的思想,N 取得越大,永续年金假设所得来的误差就越小。因此,所得的 P 值其可信度就越高。第二个原则是:尽可能准确地估计年收益值 R_j,即提高预测年收益的能力。显然这个能力和时间年限成反比,即年限 $j(1\leqslant j\leqslant N)$ 越大,R_j 的准确预测能力就越小,这又要求 N 不能取得较大。如图所示,N 应作为评估信度曲线和预测能力曲线交点的横坐标,这类同于对策论中的最大、最小值点的确定。



按照上述两原则,依据国内、国外经济规划的惯例,结合企业经济现象分析,N 一般取为 5(也有取 $N=3$)。当然,这种规定也并不绝对,因为对不同企业、不同评估机构,其信度曲线和能力曲线是不同的。

以下规定 $N=5$,公式(Ⅰ)、(Ⅱ)化为:

$$\begin{cases} P = \dfrac{A}{r} \\ A = \sum\limits_{j=1}^{5} R_j \cdot (1+r)^{-j} \Big/ \sum\limits_{j=1}^{5} (1+r)^{-j} \end{cases} \qquad \text{仍记为公式(Ⅰ)}$$

$$\begin{cases} P = \sum\limits_{j=1}^{5} R_j \cdot (1+r)^{-j} + \overline{P} \\ \overline{P} = \dfrac{\overline{R}}{r \cdot (1+r)^{r}} \end{cases} \qquad \text{仍记为公式(Ⅱ)}$$

其中:(Ⅱ)中 $\overline{R}$ 取为 R_5。

2　公式(Ⅰ)、(Ⅱ)的合理取舍

在具体评估计算中,若已得折现率 r,年收益 R_1、R_2,…,R_5,那么是用公式(Ⅰ),还是公式(Ⅱ)?这一点在两者计算结果差别较大时尤为重要。理论上,取舍公式(Ⅰ)、(Ⅱ)的通常原则是:若 R_1、R_2、…、R_5 值较均衡时采用(Ⅰ),否则采用(Ⅱ)。那么何时可认为 R_1、R_2、…、R_5 均衡?即它们均衡的定量标准是什么?为此,我们需要对公式(Ⅰ)、(Ⅱ)的数学原理进行分析:

设 X 表预测的年收益,视 X 为概率论中的随机变量,取其分布密度为:

X	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
概率	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5

其中:

$$p_j=\frac{(1+r)^{-j}}{\sum\limits_{j=1}^{5}(1+r)^{-j}}\qquad j=1,2,\cdots,5$$

从而:X 的数学期望 $EX=\sum\limits_{j=1}^{5}R_j\cdot p_j=\sum\limits_{j=1}^{5}R_j\cdot(1+r)^{-j}/\sum\limits_{j=1}^{5}(1+r)^{-j}$ 即得:$EX=A$,这说明公式(Ⅰ)即年金本金化价格法的本质就是视未来五年为一个整体,以年收益 X 的数学期望 A(即年收益 $R_1,R_2,\cdots,R_5$ 的某种加权平均值)为年金,再本金化而求得 P

即:$P=A\left(\frac{1}{1+r}+\frac{1}{(1+r)^2}+\cdots\cdots\right)=A\sum\limits_{j=1}^{\infty}\frac{1}{(1+r)^j}$

利用等比无穷级数和的性质有

$$P=A\cdot\frac{\frac{1}{1+r}}{1-\frac{1}{1+r}}=\frac{A}{r}\qquad\left(\frac{1}{1+r}<1\right)$$

从上分析看出:年收益 $R_1R_2\cdots R_5$ 作为随机变量的取值,其均衡程度可用 X 的方差 $D(X)$ 或标准差 $\sqrt{D(X)}$ 来衡量:

$$\sqrt{D(x)}=\sqrt{\sum_{j=1}^{5}(R_j-A)^2p_j}\tag{3}$$

在具体操作中,可取量 $\sqrt{D(X)}=\sigma_0$ 作为标准,若(3)式中 $\sqrt{D(X)}\leqslant\sigma_0$,则认为年收益额是均衡的,否则即 $\sqrt{D(X)}>\sigma_0$,则可认为年收益额不均衡。其中标准量 σ_0 的值是一个依行业而定的经验数据,在评估实践中,一旦确定即为权威值。

3　公式(Ⅰ)、(Ⅱ)之间的关系

利用收益现值法的两个公式为什么可能会得出不同的 p 值?这两个公式之间有何关

系？下面我们具体说明这两个问题。

定理 1：在公式（Ⅱ）中，若取 $\overline{R}=A$，则得

$P=\dfrac{A}{r}$ 即公式（Ⅱ）中当永续年金 $\overline{R}$ 取为年金化收益额 A 时·公式（Ⅱ）化为公式（Ⅰ）。

证明：当取 $\overline{R}=A=\sum\limits_{j=1}^{5}R_j\cdot(1+r)^{-3}/\sum\limits_{j=1}^{5}(1+r)^{-j}$ 时，依公式（Ⅱ）

$$P=\sum_{j=1}^{5}R_j\cdot(1+r)^{-j}+\frac{A}{r(1+r)^5}=A\cdot\sum_{j=1}^{5}(1+r)^{-j}+A\cdot\frac{1}{r(1+r)^5}$$

$$=A\left[\sum_{j=1}^{5}(1+r)^{-j}+\frac{1}{r(1+r)^5}\right]\overset{*}{=}\frac{A}{r}$$

其中 * 处利用了等比数列前五项和公式。

由定理 1，公式（Ⅰ）、（Ⅱ）可以写成统一的形式，$P=\sum\limits_{j=1}^{5}R_j\cdot(1+r)^{-j}+\dfrac{\overline{R}}{r(1+r)^5}$　　(4)

当(4)中 $\overline{R}=A$ 时，即得公式（Ⅰ）；当 $\overline{R}=R_5$ 时，即得公式（Ⅱ）。

由此马上即得下结论。

定理 2：如果 $A\neq R_5$，则由公式（Ⅰ）、（Ⅱ）求出的 P 值必不等，且其绝对差额为：

$$\frac{|A-R_5|}{r(1+r)^5}$$

4　收益现值法的新算法

通过以上分析可知：在传统的收益现值法两个公式中，公式（Ⅰ）是将未来的预测五年收益额视为一个单元整体，将永续年金 $\overline{R}$ 取为五年收益的某种概率平均值 A（数学期望）；而公式（Ⅱ）在取永续年金 $\overline{R}$ 时，不考虑前四年收益，而仅以预测的最后一年即第五年收益为标准，将 $\overline{R}$ 取为 R_5 来计算的。这两种方法各有侧重，同时也各有不足：前者虽然考查了五年收益，但对影响未来程度最大的第五年收益却放在次要的位置上；而后者虽克服了此不足，但却又根本不考虑前四年收益值的影响，似有矫枉过正之嫌。如果将两者结合起来，给出一种新的计算方法，使既保留两者优点，同时又避免两者缺陷？本文在此给出一个探索，不足之处期望得到有关专家的指正。

首先设：$C_1=A$

$C_2=R_5$

$C_3=\dfrac{R_1+R_2+R_3+R_4+R_5}{5}$

$C_4=\sqrt[5]{R_1\cdot R_2\cdot R_3\cdot R_4\cdot R_5}$

$C_5=5\cdot(R_1^{-1}+R_2^{-1}+\cdots+R_5^{-1})^{-1}$

其中：C_1 即 A 表 $R_1\cdots R_5$ 的概率平均值（和折现率有关）；C_3 为 $R_1\cdots R_5$ 的算术平均值；C_4 为 $R_1\cdots R_5$ 的几何（统计）平均值；C_5 为 $R_1\cdots R_5$ 的调和平均值。关于 $C_j(j=1,2,\cdots,5)$ 的大小顺序有：

定理 3：记 C_m、C_M 分别表 $R_1\cdots R_5$ 中最小、最大值，则有下关系：

(1)$C_m\leqslant C_j\leqslant C_M$　　$j=1,2,\cdots,5$

(2)$C_3 \geqslant C_4 \geqslant C_5$

且符号当且仅当 $R_1 \cdots R_5$ 相等时成立。

此定理不难利用数学分析方法严格证明之[2]。

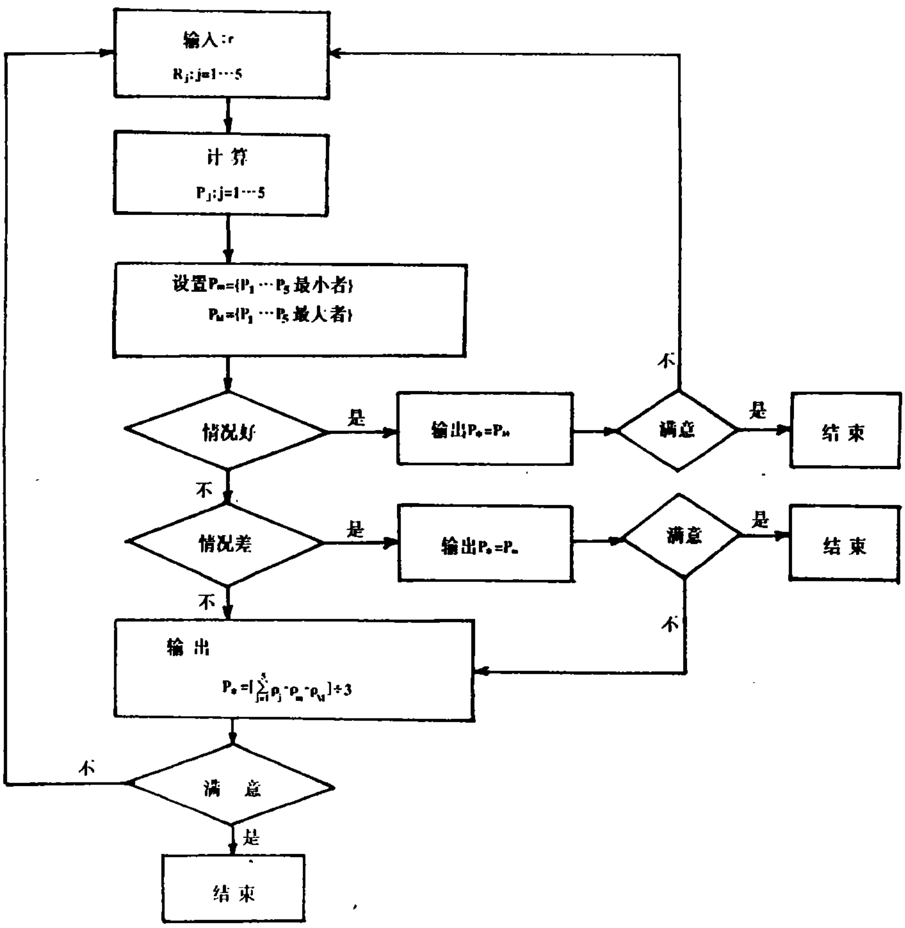
以 $\bar{R}=C_j$ 分别代入公式(4)，所得 P 值分别记为 $P_j(j=1,2,\cdots,5)$，即：

$$P_j = \sum_{j=1}^{5} R_j \cdot (1+r)^{-j} + \frac{C_j}{r(1+r)^5}, j = 1,2,\cdots,5$$

这样，我们可得到五个不同的评估价格：P_1，P_2 为公式（Ⅰ）、（Ⅱ）所得；P_3，P_4，P_5 为新的值，由定理 3 知，$P_3 \geqslant P_4 \geqslant P_5$。

当然，以 C_m，C_M 代替 $\bar{R}$ 代入上公式，可得到比五年 P_j 值更小、更大的 P 值来，我们将此两极端值舍去。下面我们同时考虑五个不等的 P_j 值，这样就可克服公式（Ⅰ）、（Ⅱ）的不足，并保留其优点，具体方法为：

根据情况好坏（包括市场前景、企业经营、国家政治、经济形势）来确定最后评估价格 P_* 是取 $P_1 \cdots P_5$ 之最大者或最小者。而在一般情况下可采用比赛打分制方法即去掉最高、最低分，在剩下三个中取均值来定 P_*。上计算，利用计算机计算可方便而快速实现之，具体流程为：



参 考 文 献

1　资产评估概论. 中国企业管理中心编. 1988 年第一版
2　分析不等式. 广西人民出版社. 1986 年, PP99－106

The Mathematical Model On The Profit Present Value In Evaluating Enterprise Assets

Jia JunGuo
(Zhengzhou University of Technology, Dept of Math & Mech)

Abstract: The paper first analysies and points out the relation and characteristic of two main formulas(annuity, profit ability method) in the profit present value. Then, using the computer calculating skill, the paper gives a new formula, which is more general and rational, and integrates the above two formulas.

Key words: asset evaluation, profit present value, new formula, computer

---

(上接 79 页)

参 考 文 献

1 闫家杰等,模糊数学基础及应用初阶,河南教育出版社,1993
2 罗承忠,模糊集引论,北师大出版社,1989

MATHEMATICS PATTERN ON FUZZY CONTROL

Yan Jiajie
(Zhengzhou University of Technology)

Abstract　In this paper, the general mathematics pattern of fuzzy control is discussed, and some shortcomigs of general mathematics pattern of fuzzy control are pointed out, and the improrements are proposed from the practical angle.

Key words　Fuzzy control, Mathematics pattern, Expanded method of characteristics