

# 混凝土碳化耐久性模糊分析

李清富

刘晨光

张艳丽

(郑州工业大学水环系) (珠海市水利局 519000) (濮阳市水利局 457000)

**摘要** 混凝土碳化是导致钢筋混凝土结构耐久性损伤的主要原因之一。为了考虑各种不定性因素对混凝土碳化过程的影响,本文建议了一种基于模糊数学理论的回归分析方法,将混凝土碳化规律表示为一模糊区域,且区域中任一点都有一相应的隶属函数值与其对应。文章最后以实例说明了该方法的应用。

**关键词** 碳化 耐久性 模糊回归 线性规划

**中图分类号** TU311.2

## 1 概述

混凝土的碳化是引起钢筋混凝土结构耐久性降低的主要原因之一。为了描述混凝土的碳化规律,国内外进行了大量的试验研究工作,结果表明:混凝土的碳化深度与碳化时间服从如下关系<sup>[1]</sup>

$$d = \alpha \cdot t^\beta \tag{1}$$

式中, $d$ 为混凝土碳化深度; $t$ 为混凝土碳化时间; $\alpha, \beta$ 为考虑混凝土本身质量和环境侵蚀程度的影响系数。

众所周知,混凝土碳化过程伴随着许多不定性,这些不定性集中反映在系数 $\alpha, \beta$ 的选取上。传统方法是将被测数据与模型估计值之间的误差看作是观测误差,应用最小二乘法原理来确定系数 $\alpha, \beta$ 的取值。但事实上,实测数据与模型估计值之间的误差不仅仅是观测误差,而更重要的是来源于系统本身混凝土质量和环境因素的模糊性。为此,本文将建议一种确定混凝土碳化规律的模糊回归方法,并用实例说明该方法的应用。

## 2 混凝土碳化规律的确定

确定混凝土碳化规律的关键是确定式(1)中的系数 $\alpha, \beta$ ,为此将式(1)线性化为

$$y = a + bx \tag{2}$$

这里

$$\left. \begin{aligned} y &= \ln d, & x &= \ln t \\ a &= \ln \alpha, & b &= \beta \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

本文得到河南省自然科学基金资助,项目编号(96404100)

收稿日期:1995-12-14

正如本文 § 1 中所述,这里的模型值与实测值之间的误差可看作来自系统本身的模糊性,因此,  $\alpha$ ,  $\beta$  和  $y$  均可视为一模糊数,从而  $a$ ,  $b$  也均为模糊数。为区别起见,将式(2)改写为:

$$\underline{y} = \underline{a} + \underline{b}x \quad (4)$$

式中,下划线“ $\sim$ ”表示该量为模糊量。这样,混凝土的碳化规律就可通过对式(4)的模糊回归分析来得到。根据工程实际情况,一般可认为上述各模糊数均为凸模糊数。为了分析方便,本文暂取  $\underline{y}$ ,  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$  的隶属函数如图 1 所示,简记为  $\underline{U} = [U_0 - \Theta_L, U_0 + \Theta_R]$ , 其中,  $U_0$  表示中心值,  $\Theta_L$ ,  $\Theta_R$  表示左右幅度。在这些假定基础上,我们继续讨论式(4)的回归分析问题。

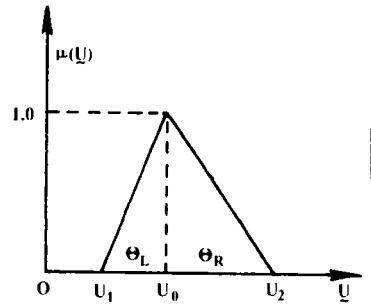


图 1 三角型隶属函数

假定有一组实测的  $(x_i, y_i)$ ,  $(i=1, 2, \dots, n)$ ,  $y_i^*$  为  $x=x_i$  时的回归估计值,  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$  分别为  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$  的中心值, 并记  $\underline{a} = [\hat{a} - \xi_L, \hat{a} + \xi_R]$ ,  $\underline{b} = [\hat{b} - \eta_L, \hat{b} + \eta_R]$ ,  $y_i = [y_i - \varepsilon_{Li}, y_i + \varepsilon_{Ri}]$ , 由式(4)可知:

$$y_i^* = \underline{a} + \underline{b}x_i = [\hat{a} - \xi_L, \hat{a} + \xi_R] + [\hat{b} - \eta_L, \hat{b} + \eta_R]x_i \quad (5)$$

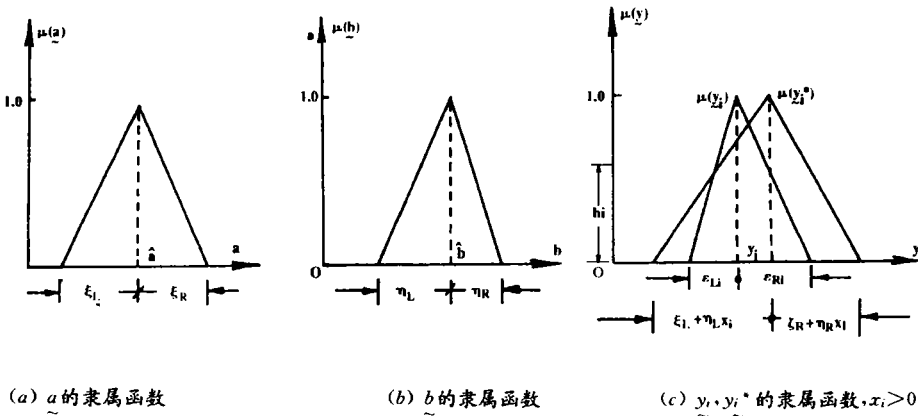
根据文献[2,3]给出的模糊数运算规则,当  $x_i \geq 0$  时,式(5)为

$$y_i^* = [\hat{a} + \hat{b}x_i - (\xi_L + \eta_L x_i), \hat{a} + \hat{b}x_i + (\xi_R + \eta_R x_i)] \quad (6)$$

当  $x_i < 0$ , 式(5)为

$$y_i^* = [\hat{a} + \hat{b}x_i - (\xi_L + \eta_R |x_i|), \hat{a} + \hat{b}x_i + (\xi_R + \eta_L |x_i|)] \quad (7)$$

其中,各符号意义可参见图 2。



(a)  $\underline{a}$  的隶属函数

(b)  $\underline{b}$  的隶属函数

(c)  $y_i, y_i^*$  的隶属函数,  $x_i \geq 0$

图 2 各模糊量的隶属函数

由图 2(c), 可以得到计算满意度水平  $h_i$  的公式为<sup>[2,3]</sup>:

$$h_i = \begin{cases} 1 - \frac{|y_i - (\hat{a} + \hat{b}x_i)|}{\xi_L + \eta_L x_i - \varepsilon_{Li}} & x_i \geq 0 \\ 1 - \frac{|y_i - (\hat{a} + \hat{b}x_i)|}{\xi_L + \eta_R |x_i| - \varepsilon_{Li}} & x_i < 0 \end{cases} \quad (8)$$

交换  $y_i$  与  $y_i^*$  的位置, 同样可得:

$$h_i = \begin{cases} 1 - \frac{|y_i - (\hat{a} + \hat{b}x_i)|}{\xi_R + \eta_R x_i - \epsilon_{Ri}} & x_i \geq 0 \\ 1 - \frac{|y_i - (\hat{a} + \hat{b}x_i)|}{\xi_R + \eta_L |x_i| - \epsilon_{Ri}} & x_i < 0 \end{cases} \tag{9}$$

如果给定一个期望的满意度水平  $\lambda$ ，那么  $\hat{a}, \hat{b}$  的中心值及幅度可通过下面的线性规划问题求得：

$$f_{min} = \xi_L + \xi_R + \eta_L + \eta_R \tag{10}$$

约束条件为

$$\left. \begin{aligned} h_i &\geq \lambda \\ \xi_L &\geq 0 \\ \eta_L &\geq 0 \\ \xi_R &\geq 0 \\ \eta_R &\geq 0 \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

通常可假定  $\xi_L = \xi_R = \xi, \eta_L = \eta_R = \eta, \epsilon_{Li} = \epsilon_{Ri} = \epsilon_i$ ，则相应的式(10)、(11)可简化为

$$f_{min} = \xi + \eta \tag{12}$$

约束条件为

$$\left. \begin{aligned} h_i &\geq \lambda \\ \xi &\geq 0 \\ \eta &\geq 0 \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

这里：

$$h_i = 1 - \frac{|y_i - (\hat{a} + \hat{b}x_i)|}{\xi + \eta |x_i| - \epsilon_i} \tag{14}$$

代入式(13)得

$$\left. \begin{aligned} \hat{a} + \hat{b}x_i + (1 - \lambda)(\xi + \eta |x_i|) &\geq y_i + (1 - \lambda)\epsilon_i \\ -(\hat{a} + \hat{b}x_i) + (1 - \lambda)(\xi + \eta |x_i|) &\geq -y_i + (1 - \lambda)\epsilon_i \\ \xi &\geq 0 \\ \eta &\geq 0 \\ (i = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

求解上述线性规划问题，找出与最大的  $\lambda$  对应的一组解  $\hat{a}, \hat{b}, \xi, \eta$  即为该问题最优解，从而有

$$\ln \tilde{d} = [\hat{a} - \xi, \hat{a} + \xi] + [\hat{b} - \eta, \hat{b} + \eta] \cdot \ln t \tag{16}$$

由此可见，混凝土碳化深度  $\tilde{d}$  也是一模糊数，它随时间  $t$  的变化规律如图 3 所示。其中，对于任意时刻  $t_k$ ，砼碳化深度  $\tilde{d}_k$  的隶属函数可按下式求得(参见图 4)：

$$\mu_{\tilde{d}_k} = \begin{cases} \frac{\ln d_k - \ln d_{k_1}}{\ln d_{k_0} - \ln d_{k_1}}, d_{k_1} \leq d_k < d_{k_0} \\ \frac{\ln d_{k_2} - \ln d_k}{\ln d_{k_2} - \ln d_{k_0}}, d_{k_0} \leq d_k < d_{k_2} \end{cases} \tag{17}$$

式中：

$$\begin{aligned} \ln d_{k0} &= \hat{a} + \hat{b} \ln t_k & , d_{k_0} &= e^{\hat{a}} \cdot t_k^{\hat{b}} \\ \ln d_{k1} &= (\hat{a} - \xi) + (\hat{b} - \eta) \ln t_k & , d_{k_1} &= e^{a-\xi} \cdot t_k^{b-\eta} \\ \ln d_{k2} &= (\hat{a} + \xi) + (\hat{b} + \eta) \ln t_k & , d_{k_2} &= e^{a+\xi} \cdot t_k^{b+\eta} \end{aligned}$$

(18)

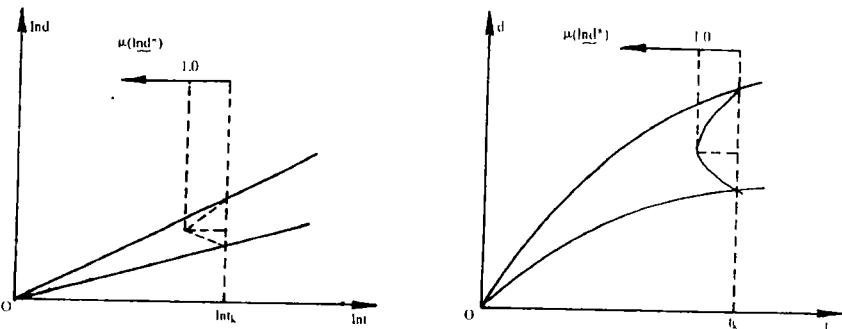


图 3 砵碳化损伤规律示意图

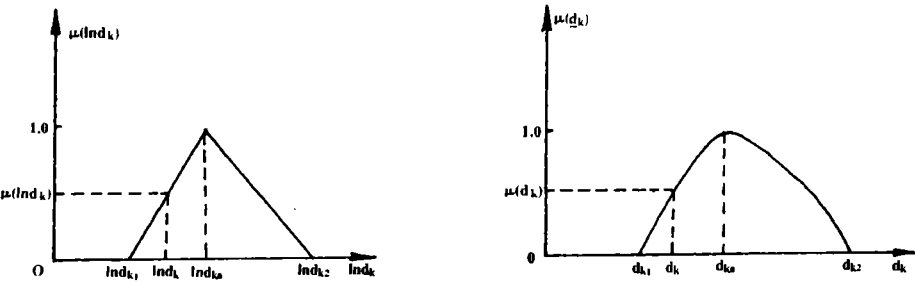


图 4 砵碳化深度隶属函数的确定

3 数值算例

表 1 为某些工程室外暴露条件下 C<sub>20</sub>混凝土实测自然碳化深度结果<sup>[1]</sup>：

表 1 混凝土自然碳化深度实测结果汇总

序 号	使用年限 <i>t</i> (年)	测点数 <i>n</i>	碳化深度(mm)		
			平均值	均方差	变异系数
1	8	10	10.4	5.40	0.52
2	12	11	14.8	4.45	0.30
3	14	16	13.3	7.00	0.53
4	18	11	14.2	6.14	0.40
5	20	22	15.6	5.66	0.36
6	23	48	16.8	9.49	0.57
7	45	5	23.0	7.60	0.33

按式(3)作线性变换,计算结果列于表 2

表 2 线性变换结果

序号	$d_i$	$y_i$	$t_i$	$x_i$	$\epsilon_i$
1	10.4	2.342	8	2.079	0.50
2	14.8	2.695	12	2.485	0.30
3	13.3	2.580	14	2.639	0.50
4	14.2	2.653	18	2.890	0.45
5	15.6	2.747	20	2.996	0.35
6	16.8	2.821	23	3.135	0.55
7	23.0	3.135	45	3.807	0.35

表 2 中,  $\epsilon_i$  为本文假定的估计值,其意义见图 2(c)

根据表 2 的数据,解式(12)、(15)确定的线性规划问题。经计算,得出以下结果:

$\hat{a} = 1.2978, \hat{\xi} = 0.0000; \hat{b} = 0.5023, \hat{\eta} = 0.2406$

由式(16):

$$\underset{\sim}{lnd} = 1.2978 + [0.2617, 0.7429]lnt$$

由式(17)、(18)可确定任意时刻混凝土碳化深度的隶属函数。图 5 示出了本例的分析结果。

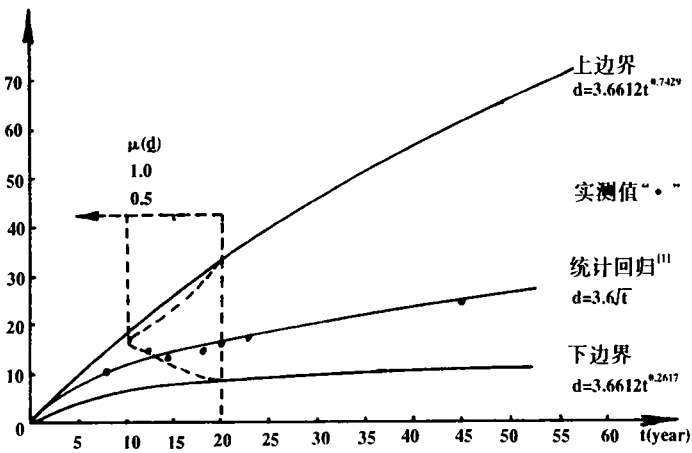


图 5 混凝土碳化深度  $d$  与暴露时间  $t$  的关系

4、结论

4.1 本文将砼碳化实测值与预测值之间的误差看作来自系统本身输入输出关系的模糊性,应用模糊回归分析方法,对混凝土碳化深度随时间的变化规律进行了研究,结果表明:(1)砼的碳化深度随时间的变化规律为一模糊区域,在区域中的每一点均有相应的隶属函数值与其对应,隶属函数值的大小反映了取该值的可能性程度;(2)对于任意时刻  $t$ ,砼碳化深度值在某值附近变化(如本例  $t=20$  年时,  $d_{k_0}=16.49mm$ ),变化幅度大小,反映了该质量砼碳化耐久性离散程度。

4.2 与传统统计回归方法相比,本文将  $d \sim t$  之间的关系推广到  $d \sim \mu \sim t$  三维空间,因此,从

理论上讲,该方法更具有—般性;同时,模糊思维为人们在—进行工程决策时充分发挥主观能动性提供了条件。

4.3 本文在隶属函数及—些参数的取值上带有一定的主观性,这无疑会影响分析结果的精度和合理性,这一点将有待于继续改进。

## 参 考 文 献

1. 钢筋砼结构设计—与构造 85 年设计规范背景资料汇编,混凝土保护层厚度的取值。北京:中国建筑科学研究院,1985 年 7 月
2. [日]寺野寿郎等编,刘维仲等译,模糊系统理论及应用,天津:天津大学出版社,1991 年 6 月
3. Hideo Tanaka, Kiyoji Asai. Linear regression analysis with fuzzy model, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1982, SMC—12(6), 903~907
4. Behrooz HESHMATY, Abraham KANDEL. Fuzzy Linear regression and its applications to forecasting in uncertain environment, Fuzzy Sets and Systems 15(1985), 159~191

## Fuzzy Analysis of Durability for Concrete Carbonation

Li Qingfu

Liu Chengguang

(Zhengzhou University of Technology) (Zhuhai Water Conservancy Bureau)

Zhang Yanli

(Puyang Water Conservancy Bureau)

**Abstract:** Concrete carbonation is one of the main factors resulting in durability damage of RC structures. In order to deal with the influence of various uncertainty upon concrete carbonation, a regression method is proposed in this paper, based on the fuzzy sets theory. A fuzzy region in which every point has a membership is used to describe the regularity of concrete carbonation. Finally, application of the proposed method is illustrated by a practical example.

**Key words:** carbonation, durability, fuzzy regression, linear programming