

# 钢筋混凝土受剪构件和受扭构件的破坏机理及受力模型的探讨\*

刘立新

田 秋

(郑州工学院)

(河南省化工设计院)

**摘 要:** 本文分析了钢筋混凝土受剪构件和受扭构件受力的相同点和不同点, 运用桁架理论分别建立了受剪构件和受扭构件的受力模型, 引用混凝土双向受力状态下的强度理论和破坏准则推导出受剪构件和纯扭构件承载力的计算公式, 所得理论公式与试验结果符合较好, 并验证了现行混凝土结构设计规范(GBJ10-89)有关公式的合理性, 可供规范进一步修订时参考。

**关键词:** 剪切, 扭转, 破坏机理, 承载力

**中图分类号:** TU312

钢筋混凝土受剪构件和受扭构件受力的共同点都是存在着剪应力的作用, 为了探讨受剪和受扭构件的受力机理, 近年来国内外学者采用桁架理论(包括软化桁架理论和空间变角桁架理论)进行分析, 取得了很多有益的成果。笔者在学习国内外学者研究的基础上曾

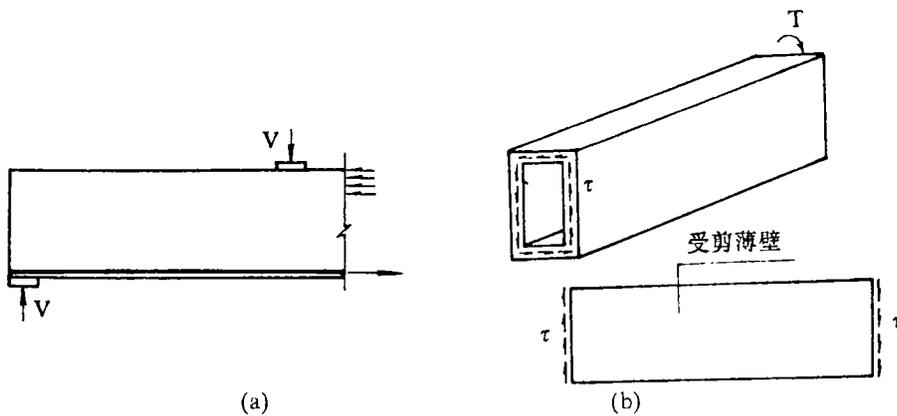


图 1

\* 收稿日期: 1994-05-07

本课题为国家自然科学基金资助项目

对受剪构件建立了桁架拱的受力模型并得到了有一定参考价值的结果<sup>[1]</sup>。本文旨在以往研究的基础上进一步比较受剪和受扭构件受力的相同点和不同点，运用桁架理论和混凝土双向受力下的强度理论对受剪和受扭构件的受力机理和受力模型作进一步的探讨。

图 1(a)、(b)分别为受剪构件的和受扭构件受力的示意图，其中受扭构件的剪力流主要集中在厚度为  $2c$  ( $c$  为混凝土保护层厚度)的薄壁上。比较受剪构件和受扭构件一片薄壁的受力特点可以看出，二者虽然都受剪力的作用，但边界条件有较大的差别。受剪梁段的剪力是由加载点和支座的竖向压力引起的，并同时在梁跨内引起弯矩，为与弯矩平衡，梁上部的混凝土受压，下部的钢筋受拉；而受扭构件的每一片薄壁所承受的剪力则是由薄壁两侧边大致均分布的剪应力  $\tau$  引起的。由于边界条件的不同，两种构件的受力模型也有所不同。

受剪和受扭构件中的混凝土处于复杂应力状态，本文在分析中采用 Slate 等提出的混凝土在双向应力作用下的破坏准则，如图 2 所示<sup>[2]</sup>。

双向受压时，

$$\sigma_2 = f_c + \frac{\sigma_1}{1.2} \quad (0 < \sigma_1 \leq 0.24f_c) \quad (1)$$

$$\sigma_2 = 1.2f_c \quad (0.24f_c < \sigma_1 \leq 1.2f_c) \quad (2)$$

一向受压，另一向受拉时

$$\sigma_2 = f_c - \frac{\sigma_1}{f_t} f_c \quad (0 < \sigma_1 < f_t) \quad (3)$$

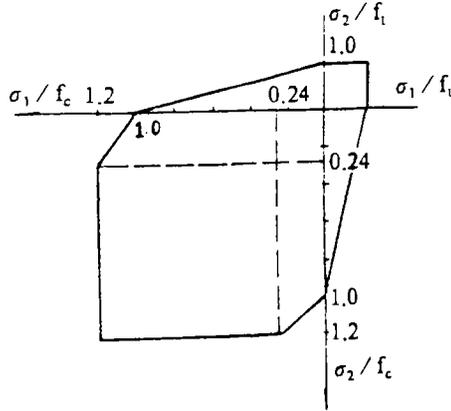


图 2

## 1 受剪构件机理分析

### 1.1 集中荷载作用下受剪承载力

试验研究表明，梁在受剪过程中同时存在“梁作用”和“拱作用”，其受力模型可比拟为图 3 所示的桁架拱。图中曲线形的压杆既起桁架的上弦压杆作用又起拱的作用，可将斜向压力直接传到支座，竖向腹筋可视为桁架垂直腹杆，腹筋间的混凝土斜向受压可视为斜腹杆；梁底纵筋则可视为受拉下弦杆。

分析图 4(a)所示承受剪力的梁段，根据桁架拱的受力模型，可将混凝土分为六个区域：I 区为零序力区；II 区为竖向腹筋和混凝土共同作用区域，竖向腹筋承受垂直拉力，混凝土承受斜向压应力  $\sigma_c$ ， $\sigma_c$  与梁底面的夹角为  $\alpha$ ；III 区为混凝土单向受压的曲线形区域；IV 区和 VI 区为混凝土周边受等压的区域；V 区是混凝土水平单向受压的区域。由梁微段底部的边界条件可得到垂直腹筋拉应力  $\sigma_{sy}$  和混凝土斜向压应力  $\sigma_c$  的关系为

$$\sigma_{sy} = \frac{A_{sy} f_{yv}}{b_s} = \sigma_c \sin^2 \alpha \quad (4)$$

混凝土斜向压应力  $\sigma_c$  的垂直分量  $\sigma_{cy}$  与  $\sigma_{sy}$  大小相等方向相反，梁微段两边界面上的水平压应力  $\sigma_{cx}$  和剪应力  $\tau_c$  分别为 (图 4b)

$$\sigma_{cx} = \sigma_c \cos^2 \alpha = \frac{A_{sv} f_{yv}}{b_s} \operatorname{ctg}^2 \alpha = \rho_{sv} f_{yv} \operatorname{ctg}^2 \alpha \quad (5)$$

$$\tau_c = \sigma_c \sin \alpha \cos \alpha = \frac{A_{sv} f_{yv}}{b_s} \operatorname{ctg} \alpha = \rho_{sv} f_{yv} \operatorname{ctg} \alpha \quad (6)$$

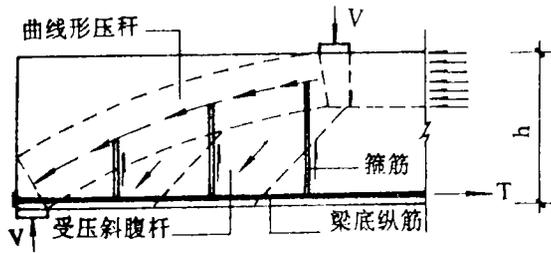


图3

II区和III区界面的正应力 $\sigma_\theta$ 和剪应力 $\tau_\theta$ 分别为

$$\sigma_\theta = \rho_{sv} f_{yv} \operatorname{ctg} \alpha (2 \sin \theta \cos \theta - \sin^2 \theta \operatorname{ctg} \alpha) \quad (7)$$

$$\tau_\theta = \rho_{sv} f_{yv} \operatorname{ctg} \alpha (-\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta \operatorname{ctg} \alpha) \quad (8)$$

由于III区为单向受压区, II、III区界面的剪应力 $\tau_\theta$ 为零, 因而有

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{\sin \theta \cos \theta} \quad (9)$$

将(9)式代(7)式化简后得  $\sigma_\theta = \rho_{sv} f_{yv} (1 - \operatorname{tg}^2 \theta)$  (10)

即III区与II区界面仅有正应力 $\sigma_\theta$ , 由图4c III区的微段平衡条件有

$$(N + dN) \sin(\theta + d\theta) = N \sin \theta + \sigma_\theta b d s \cos \theta \quad (11)$$

$$(N + dN) \cos(\theta + d\theta) + \sigma_\theta b d s \sin \theta = N \cos \theta \quad (12)$$

展开以上两式后略去高阶微量并取 $\cos d\theta \approx 1$ ,  $\sin d\theta \approx d\theta$ 有

$$N \cos \theta d\theta + dN \sin \theta = \sigma_\theta b d s \cos \theta \quad (13)$$

$$-N \sin \theta d\theta + dN \cos \theta = -\sigma_\theta b d s \sin \theta \quad (14)$$

注意到 $d\theta/ds = y'' / (1 + y'^2)^{3/2}$ ,  $y' = \operatorname{tg} \theta$ ,  $\rho_{sv} f_{yv} b = (A_{sv} f_{yv}) / s$ , 由(13)、(14)式可

求得混凝土单向受压的曲线形区域—III区的轴线微分方程为

$$y'' = \frac{A_{sv} f_{yv}}{sN} (1 + y'^2)^{3/2} (1 - y'^2) \quad (15)$$

式中 $N$ 为III区内的总压力, 由于III区界面上仅存在应力 $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_\theta$ 只使 $N$ 的方向改变,  $N$ 的大小为一常数。(15)式为二阶非线性微分方程, 直接求解十分困难, 考虑到 $\theta$ 角一般较小,  $y'$ 值也较小, 可近似取 $(1 + y'^2)^{3/2} (1 + y'^2) \approx 1$ , 则(16)式可化简为

$$y'' = \frac{A_{sv} f_{yv}}{sN} \quad (16)$$

由图3a可知 $x = 0$ 时,  $y = 0$ ,  $y' = \operatorname{tg} \theta_1$ , 引入边界条件后可得所求曲线方程为

$$y = \frac{A_{sv} f_{yv}}{2sN} x^2 + tg\theta_1 x \quad (17)$$

在 A 端  $x = a_n$   $y = \frac{A_{sv} f_{yv}}{2sN} a_n^2 + tg\theta_1 a_n \quad (18)$

$$y' = tg\theta_2 = \frac{A_{sv} f_{yv}}{2sN} a_n + tg\theta_1 \quad (19)$$

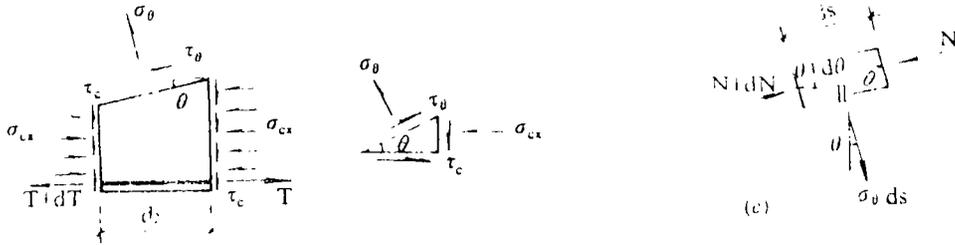
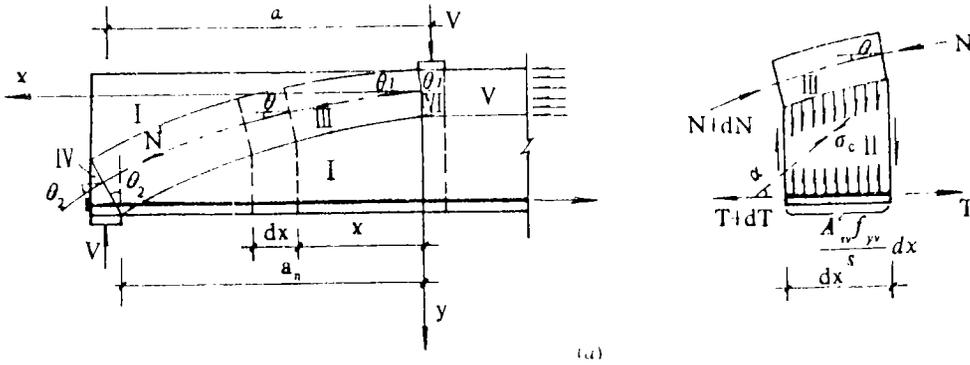


图 4

当 III 区内混凝土的压应力达到其抗压强度  $f_c$  时, 梁达到其抗剪承载力, 则有

$$V = f_c b [1 - \frac{A_{sv} f_{yv}}{2sN} \frac{a_n^2}{h} - tg\theta_1 \frac{a_n}{h}] \sin\theta_2 \cos\theta_2 \quad (20)$$

令  $\lambda = a_n / h$  称净跨比, 并注意(19)式, (20)式可化为

$$V = f_c b [1 - \frac{A_{sv} f_{yv}}{2sN} a_n^2 \lambda_n - \lambda_n tg\theta_2] \sin\theta_2 \cos\theta_2 \quad (21)$$

令  $m = 1 + (A_{sv} f_{yv} / 2sN) a_n \lambda_n$ , 并取  $N = 0.5 f_c b h$  可得  $m = 1 + (\rho_{sv} f_{yv} / f_c) \lambda_n^2$ , 为求出  $V$  的最大值, 令  $dV / d\theta_2 = 0$  可得  $tg2\theta_2 = m / \lambda_n$ , 代入(21)式后化简可得

$$V = 0.5 (\sqrt{\lambda_n^2 + m^2} - \lambda_n) f_c b h \quad (22)$$

水平腹筋的作用主要是约束图 4 中 III 区的混凝土间接提高其抗压强度, 引入混凝土双向受压时的破坏条件, 取压力为正, 由文献<sup>[1]</sup>及(1)式即可得到在水平腹筋约束下 III 区内混

混凝土的破坏强度为

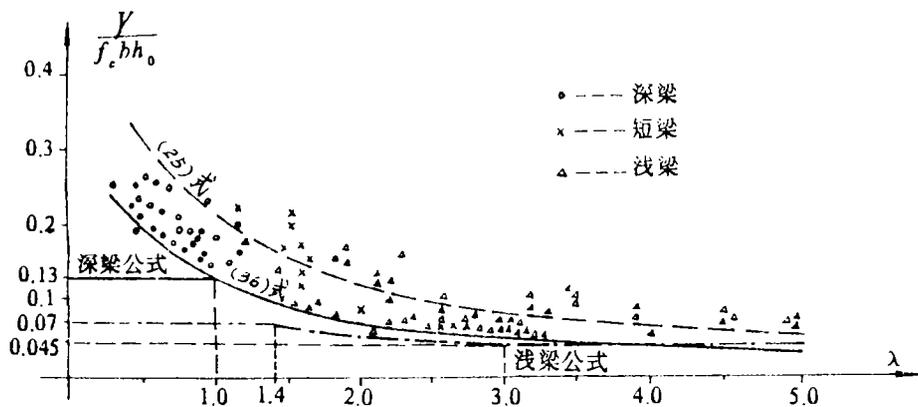


图 5

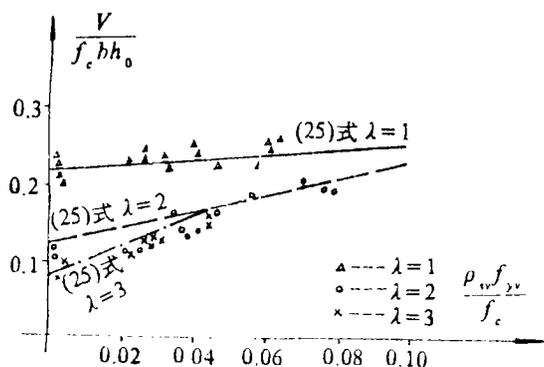


图 6

$$\sigma_2 = f_c + \frac{1}{1.2} \rho_{sh} f_{yh} \sin^2 \theta_2 \tag{23}$$

式中  $\rho_{sh}$ ,  $f_{yh}$  分别为水平腹筋的配筋率和屈服强度, 将(22)式中的  $f_c$  用(23)式中的  $\sigma_2$  代换, 并注意  $\text{tg}2\theta_2 = m / \lambda_n$ , 即可得到同时考虑竖向腹筋的水平腹筋作用的受剪承载力公式为

$$V = 0.5(\sqrt{\lambda_n^2 + m^2} - \lambda_n)(1 + \frac{1}{2.4} \frac{\sqrt{\lambda_n^2 + m^2} - \lambda_n}{\sqrt{\lambda_n^2 + m^2}} \cdot \rho_{sh} \frac{f_{yh}}{f_c}) f_c b h \tag{24}$$

为计算方便, 近似以剪跨比  $\lambda = a / h_0$  代替净剪跨比  $\lambda_n = a_n / h$ , 并取  $h = 1.05h_0$ , 则有

$$V = 0.525(\sqrt{\lambda^2 + m^2} - \lambda)(1 + \frac{1}{2.4} \frac{\sqrt{\lambda^2 + m^2} - \lambda}{\sqrt{\lambda^2 + m^2}} \cdot \frac{\rho_{sh} f_{yh}}{f_c}) f_c b h_0 \quad (25)$$

相应的 $m$ 改写为 
$$m = 1 + \frac{\rho_{sv} f_{yv}}{f_c} \lambda^2 \quad (26)$$

$\rho_{sv}$  及  $\rho_{sh}$  为零时, 即可得到无腹梁的受剪承载力计算公式

$$V = 0.525(\sqrt{\lambda^2 + 1} - \lambda) f_c b h_0 \quad (27)$$

图5是(27)式与国内102根无腹筋深梁、短梁和浅梁试验结果比较, 可见该式能较好地反映无腹筋梁受剪承载力随剪跨比变化的规律。

从(25)、(26)式可看出竖向腹筋的作用随剪跨比的减小而减小, 水平腹筋的作用随剪跨比的减小而增大。图6为剪跨比为1、2和3的仅配有竖向腹筋的梁受剪承载力随配箍特征值  $\rho_{sv} f_{yv} / f_c$  变化的规律, 从图中可见当剪跨比较大的梁受剪承载力随  $\rho_{sv} f_{yv} / f_c$  的增加比剪跨比较小的梁要大一些, 按(25)、(26)式计算曲线的斜率也大一些, 且受剪承载力的增加与  $\rho_{sv} f_{yv} / f_c$  大致成线性关系。

### 1.2 均布荷载作用下受剪承载力

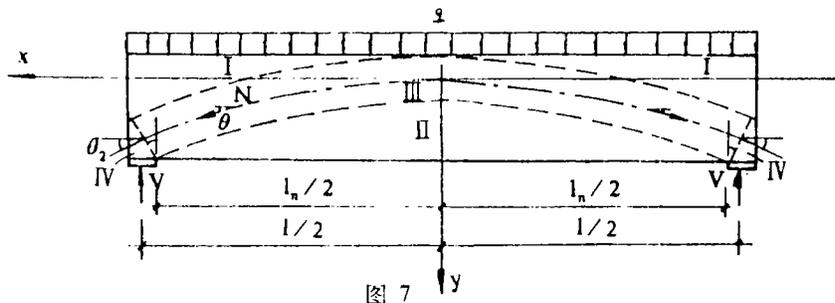


图7

图7为一承受均布荷载的曲线拱受力模型, 梁中的混凝土可划分为四个区域, I区为均匀承受竖向压应力  $q/b$  的区域; II区为零剪力区域; III区为混凝土单向受压的曲线形区域; IV区为周边受等压的区域。由结构力学可知曲线的拱轴方程为

$$y = \frac{q}{2N \cos \theta} x^2 \quad (28)$$

在A点处  $x = l_n / 2$ ,  $l_n$  为梁净跨跨, 
$$y = \frac{q}{2N \cos \theta} \left(\frac{l_n}{2}\right)^2 \quad (29)$$

$$y' = \operatorname{tg} \theta_2 = \frac{q}{N \cos \theta} \frac{l_n}{2} \quad (30)$$

式中  $N \cos \theta$  为拱轴总压力的水平分量, 为一常数, 可近似取  $N \cos \theta = 0.5 f_c b h$ 。梁承受的剪力为

$$V = f_c b \left[ h - \frac{q}{f_c b h} \left(\frac{l_n}{2}\right)^2 \right] \sin \theta_2 \cos \theta_2 \quad (31)$$

将(30)式代入并注意到  $V = ql_n / 2$ , 则上可化简为

$$V = 0.5(\sqrt{(\frac{l_n}{4h})^2 + 1} - \frac{l_n}{4h})f_c b h \tag{32}$$

近似以梁的计算跨高 1 代替净跨度  $l_n$ , 并取  $h = 1.05h_0$ , 可见均布荷载作用下无腹筋梁的受剪承载力公式相当于取当量剪跨比  $\bar{\lambda} = \frac{l}{4h}$  的集中荷载作用下的无腹筋梁受剪承载力公式。则无腹筋梁在均布荷载作用下的受剪承载力公式为

$$V = 0.131(\sqrt{(\frac{l}{h})^2 + 16} - \frac{l}{h})f_c b h_0 \tag{33}$$

图 8 为(33)式与国内 60 个均布荷载作用下跨高比  $l/h \approx 1 \sim 14$  的无腹筋梁试验结果的比较, 从图中可见(34)式能较好地反映均布荷载作用下无腹筋梁的受剪承载力随跨高比的增大而下降的规律。

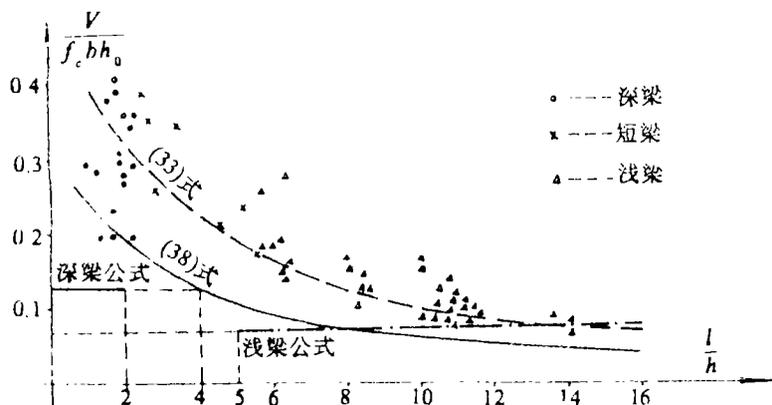


图 8

与无腹筋梁一样以  $\lambda = l / 4h$  代替(25)、(26)式中的  $\lambda$  即得到均布荷载作用下有腹筋梁的受剪承载力公式为

$$V = 0.131(\sqrt{(\frac{l}{h})^2 + 16k^2} - \frac{l}{h})(1 + \frac{\sqrt{(\frac{l}{h})^2 + 16k^2} - \frac{l}{h}}{2.4\sqrt{(\frac{l}{h})^2 + 16k^2}} \cdot \frac{\rho_{sh}f_{yh}}{f_c})f_c b h_0 \tag{34}$$

$$K = 1 + \frac{\rho_{sv}f_{yv}}{16f_c}(\frac{l}{h})^2 \tag{35}$$

从以上两式可见, 随着跨度比  $l/h$  的减小, 垂直腹筋的作用减小, 水平腹筋的作用增大。

### 1.3 受剪承载力的实用统一计算公式

由于混凝土应力应变关系中存在下降段, 实际承载力计算中混凝土强度应乘以塑性有效抗压系数  $\nu$ 。根据文献<sup>[1]</sup> $\nu$  可取为 0.6, 以  $0.6f_c$  代替(25)、(26)、(34)、(35)式中的  $f_c$  即可得到集中和均布荷载作用下的受剪承载力公式分别为

$$V = 0.315(\sqrt{\lambda^2 + m^2} - \lambda)(1 + \frac{1}{1.44} \frac{\sqrt{\lambda^2 + m^2} - \lambda}{\sqrt{\lambda^2 + m^2}} \cdot \frac{\rho_{sh} f_{yv}}{f_c}) f_c b h_0 \quad (36)$$

$$m = 1 + \frac{\rho_{sh} f_{yh}}{0.6 f_c} \lambda^2 \quad (37)$$

$$V = 0.08(\sqrt{(\frac{l}{h})^2 + 16k^2} - \frac{l}{h})(1 + \frac{1}{1.44} \frac{\sqrt{(\frac{l}{h})^2 + 16k^2} - \frac{l}{h}}{\sqrt{(\frac{l}{h})^2 + 16k^2}} \cdot \frac{\rho_{sh} f_{yv}}{f_c}) f_c b h_0 \quad (38)$$

$$k = 1 + \frac{\rho_{sh} f_{yh}}{9.6 f_c} (\frac{l}{h})^2 \quad (39)$$

图5中还画出了(36)式的曲线以及按GBJ10-89无腹筋深梁和浅梁公式和式的曲线,可以看出(36)式能较好地衔接。图8中还画出了(38)式的曲线和均布荷载下GBJ10-89无腹筋深梁和浅梁公式的曲线,可见(38)式能反映出均布荷载下无腹筋梁受剪承载力随跨高比变化的规律,按(36)和(37)式计算的结果与国内211个集中荷载作用下无腹筋、有腹筋深梁、短梁和浅梁的试验结果比较,试验值/计算值,  $\mu = 1.274$ ,  $\delta = 0.201$ 。其中深梁试件83个,  $\mu = 1.269$ ,  $\delta = 0.163$ ; 短梁试件33个,  $\mu = 1.402$ ,  $\delta = 0.196$ ; 浅梁试件95个,  $\mu = 1.233$ ,  $\delta = 0.211$ 。可见(36)、(37)式无论对深梁,短梁和浅梁的符合程度都是较好的。(38)、(39)式与国内83个均布荷载作用下的有腹筋和无腹筋深梁、短梁和浅梁试验结果比较,  $\mu = 1.584$ ,  $\delta = 0.213$ ,可见符合也较好且偏于安全。

但(36)~(39)式未将混凝土之和腹筋的作用分开,尚不便于应用,也不便与现行规范公式进行比较。由图6可看出,梁的受剪承载力与配箍强度基本成线性关系,因此用直线拟合的方法可以相当精确的将垂直腹筋的作用和水平腹筋的作用区分开来,从而得到受剪承载力计算的实用公式。

集中荷载作用下:

$$V = \frac{0.32}{0.8 + 1.7\lambda} f_c b h_0 + \frac{\lambda^2}{1.45 + 1.05\lambda} \cdot \frac{A_{sv} f_{yv}}{s_v} h_0 + \frac{0.23}{6.62\lambda - 0.35} \cdot \frac{A_{sh} f_{yh}}{s_h} h_0 \quad (40)$$

均布荷载作用下:

$$V = \frac{1}{2.5 + 1.33 \frac{l}{h}} f_c b h_0 + \frac{(\frac{l}{h})^2}{23.2 + 4.2 \frac{l}{h}} \cdot \frac{A_{sv} f_{yv}}{s_v} h_0 + \frac{0.92}{6.62 \frac{l}{h} - 1.4} \frac{A_{sh} f_{yh}}{s_h} h_0 \quad (41)$$

式中  $A_{sv}$ 、 $A_{sh}$  分别为同一截面垂直腹筋和水平腹筋的截面面积,  $s_v$ 、 $s_h$  分别为垂直腹筋和水平腹筋的间距,  $f_{yv}$ 、 $f_{yh}$  分别为垂直腹筋和水平腹筋的屈服强度。从以上公式可见,随着剪跨比或跨高比的增大,混凝土抵抗的剪力减小,垂直腹筋的作用增大,而水平腹筋的作用减小,这都是与试验规律一致的。《规范》集中荷载下受剪承载力公式中垂直腹筋作用项的系数1.25相当于(40)式中剪跨比  $\lambda = 2.15$  的情况;《规范》均布荷载下受剪承载力

公式中混凝土作用项的系数 0.07 相当于(41)式中跨高比  $l/h=9$  的情况, 垂直腹筋作用项的系数 1.5 相当于(41)式中跨高比  $l/h=10$  的情况。

## 2 纯扭构件机理分析

试验表明, 纯扭构件的剪应力主要集中于厚度为  $2c$  的薄壁截面上, 因此可主要对薄壁的应力进行分析, 再适当考虑核心混凝土的作用。图 9 为一薄壁筒截面的应力状况, 由于剪应力的作用, 薄壁截面将在主拉应力达到混凝土抗拉强度后开裂, 在构件表面形成螺旋形裂缝, 裂缝与构件边缘形成大致相等的  $\alpha$  角。在每个开裂的薄壁侧面, 混凝土斜向受压相当于桁架的斜腹杆, 箍筋受拉相当于桁架的垂直腹杆。为了进一步说明混凝土斜腹杆的作用, 可假想将薄壁筒的侧面旋转展成一个平面, 在展开的平面上可以清楚地看出混凝土斜腹杆可将斜向压边从受扭构件的一端传递到另一端。受扭的纵筋相当于水平拉杆, 平衡斜腹杆的水平分力, 并使斜腹杆水平方向受压。

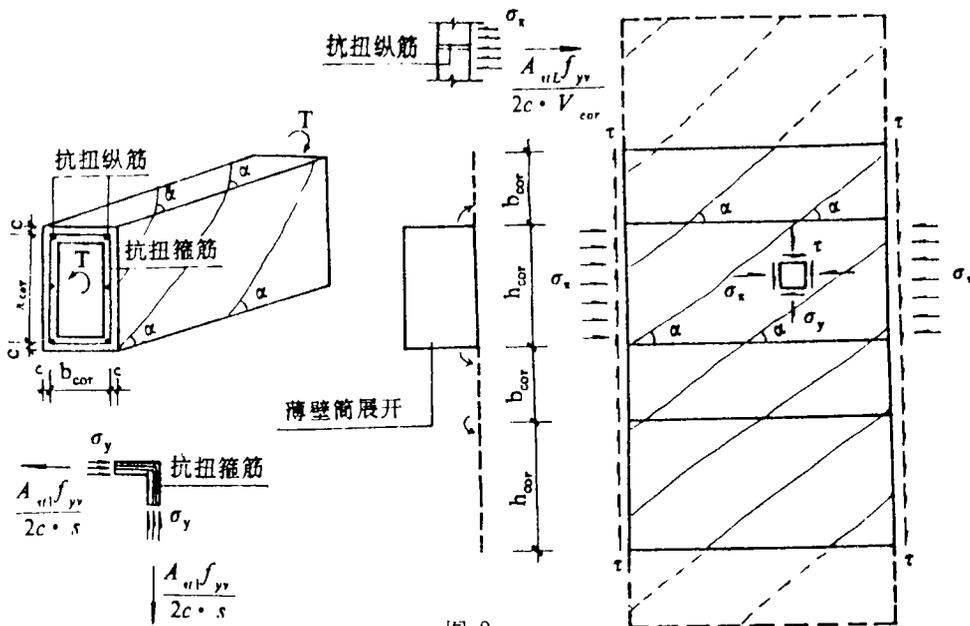


图 9

在适筋受扭破坏的条件下, 受扭纵筋的箍筋都可达到屈服, 由此可求得受扭纵筋和箍筋使薄壁混凝土所受的水平压应力  $\sigma_x$  和垂直压应力  $\sigma_y$  分别为:

$$\sigma_x = \frac{A_{stl} f_y}{2c U_{cor}} \tag{42}$$

$$\sigma_y = \frac{A_{stl} f_{yv}}{2c S} \tag{43}$$

式中  $A_{stl}$  为全部受扭纵筋的截面面积,  $A_{stl}$  为单肢受扭箍的截面面积,  $f_y$ 、 $f_{yv}$  分别为受扭

纵筋和箍筋的屈服强度,  $U_{cor}$  为截面核心部分的周长  $U_{cor} = 2(b_{cor} + h_{cor})$ ,  $b_{cor} = b - 2c$ ,  $h_{cor} = h - 2c$ ,  $c$  为混凝土保护层厚度。分析薄壁混凝土单元的应力状态, 可求得主压应力  $\sigma_2$  和主拉应力  $\sigma_1$  及主压应力与截面边缘的夹角  $\alpha$  分别为:

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (44)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (45)$$

$$\text{tg}2\alpha = \frac{2\tau}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (46)$$

此处取压应力为正, 拉应力为负。由(46)式可得  $\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \tau \cdot \text{ctg}2\alpha$  (47)

分别代入(44)、(45)式化简后可得:  $\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\tau}{\sin 2\alpha}$  (48)

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\tau}{\sin 2\alpha} \quad (49)$$

引入混凝土拉压状态下的破坏条件, 可知当满足(3)式时达到受扭承载力的极限状态, 于是有

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\tau}{\sin 2\alpha} = f_c + \frac{f_t}{f_c} \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\tau}{\sin 2\alpha} \right) \quad (50)$$

从而得极限状态时的剪应力为:

$$\tau = \left[ \frac{f_t}{f_c + f_t} \cdot f_c + \left(1 - 2\frac{f_t}{f_c + f_t}\right) \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right] \sin 2\alpha \quad (51)$$

从图10斜腹杆的平衡条件可求得

$$\text{ctg}^2 \alpha = \frac{\sigma_x + \sigma_1}{\sigma_y + \sigma_1} \approx \frac{2\sigma_x}{2\sigma_y} = \frac{A_{st} f_y}{U_{cor}} / \frac{A_{st} f_{yv}}{s} = \zeta \quad (52)$$

式 $\zeta$ 为抗扭纵筋和抗扭箍筋的配筋强度比,  $\therefore \sin 2\alpha = \frac{2\sqrt{\zeta}}{1 + \zeta}$  (53)

取  $f_t = 0.1f_c$ , 将(53)式代入(51)式, 并考虑薄壁筒内混凝土的部分受扭作用可得到纯扭构件受扭承载力的计算公式为

$$\begin{aligned} T &= \tau A_{cor} \cdot 2c + 0.5f_t W_{tcor} \\ &= 0.91f_t \frac{2\sqrt{\zeta}}{1 + \zeta} A_{cor} \cdot 2c + 0.5f_t W_{tcor} + 0.82\sqrt{\zeta} \frac{A_{st} f_{yv}}{s} A_{cor} \end{aligned} \quad (54)$$

式中  $A_{cor} = b_{cor} \cdot h_{cor}$ ,  $W_{tcor}$  为矩形薄壁筒内混凝土的抗扭塑性抵抗矩,  $W_{tcor} = 1/6(b-2c)^2[3(h-2c)-(b-2c)]$ , 考虑到薄壁混凝土开裂将影响其内部混凝土的抗扭能力, 将前面的系数由 0.7 降为 0.5。为了与现行规范公式进行比较, 当  $0.6 < \zeta < 1.7$  时取  $\frac{2\sqrt{\zeta}}{1+\zeta} \approx 1.0$ , 取  $c = 0.1b$ , 当  $h/b = 2 \sim 5$  时,  $A_{cor} \cdot 2c \approx 0.33Wt$ ,  $W_{tcor} \approx 0.6Wt$ ,  $Wt$  为矩

形截面的塑性抗扭抵抗矩,  $Wt = \frac{b^2}{b} (3h - b)$ 。则(54)式可进一步写为

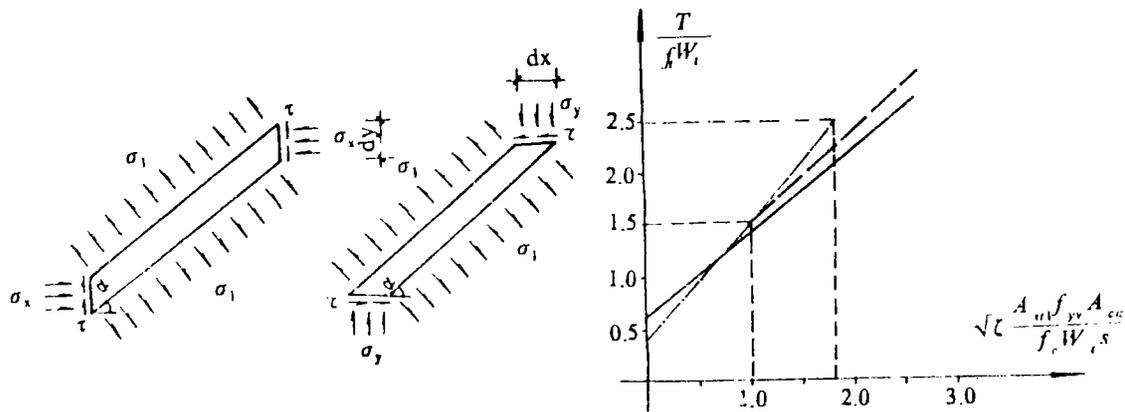


图 10

图 11

$$T = 0.6f_t W_t + 0.82\sqrt{\zeta} \frac{A_{st} \cdot f_{yv}}{s} A_{cor} \tag{55}$$

该式与《规范》抗扭构件承载力公式形式完全一样, 仅系数有所不同, 与文献<sup>[3]</sup>所提出的回归公式十分接近。图 11 为(55)式与文献<sup>[3]</sup>回归公式(56)和《规范》公式(57)的比较, 可见三个公式反映的规律是一致的, 《规范》公式为考虑可靠度要求后的偏下限公式。

$$T = 0.603f_t W_t + 0.9\sqrt{\zeta} \frac{A_{st} f_{yv}}{s} A_{cor} \tag{56}$$

$$T = 0.35f_t W_t + 1.2\sqrt{\zeta} \frac{A_{st} f_{yv}}{s} A_{cor} \tag{57}$$

由图中可见, 由桁架模型理论推进的抗扭构件承载力公式(55)能较好地反映试验规律, 并能说明《规范》公式形式的合理性。

### 3 结 论

3.1 受剪构件和受扭构件由于受力的边界条件的不同, 所建立的桁架受力模型也不同; 受剪构件为桁架拱受力模型, 受扭构件为有双向受拉腹杆的空间桁架受力模型。

3.2 用桁架理论可较好地建立受剪和受扭构件承载力计算公式, 在理论公式的基础上进

行修正可得到实用的设计表达式。

3.3 桁架模型可作为分析建立更为复杂的复合受力构件如拉扭、压扭、剪扭、弯剪扭的承载力计算公式的基础。

### 参 考 文 献

- 1 刘立新, 钢筋混凝土深梁、短梁和浅梁的受剪机理分析及承载力计算, 混凝土基本理论及工程应用(全国第三届学术讨论会论文集), PP210~218, 1993.10, 长沙, 湖南科技出版社。
- 2 王传志、滕智明, 钢筋混凝土结构理论, 中国建筑工业出版社, 1985.3。
- 3 受扭专题组, 钢筋混凝土及预应力混凝土受扭构件的设计方法, 钢筋混凝土结构与构造, 85设计规范背景资料汇编, 中国建筑科学研究院, 1985. 7。

## A discussion for failure mechanisms and ultimate strength of R.C. members with shear and members with torsion

Liu Lixin

Tian Qiu

(Zhengzhou Institute of Technology) (Henan Chemical Industry Design Institute)

**Abstract:** In this papers, the like and unlike characteristics of R.C. members with shear and members with torsion are analysed. Based the truss-model theory, the failure mechanisms of such two R.C. members are built. Using the strength theory of concrete under bi-axial loads, the formulas calculating the ultimate capacity of R.C. members with shear and members with torsion are given. The theory formulas show a good agreement with test results and verify the season of the suggesting formulas of P.R.C. Code, the research results of this paper may be used for revision of the code.

**Keywords:** shear, Torsion, Failure mechanisms, Bearing capacity.