第13卷 第2期 郑州工学院学报 Vol.13 No.2
1992年 6 月 Journal of Zhengzhou Institute of Technology Jun. 1992

预应力及钢筋混凝土构件短期刚度的简化计算*

张保和 曾 煜

(新疆工学院) (乌鲁木齐铁路局勘测设计院)

摘 要: 本文提出了一个用于计算矩形截面钢筋混凝土受弯和偏心受压构件、预应力混凝土受弯构件短期刚度的简化公式．建议公式简单实用，计算值与试验结果符合良好．

关键词: 预应力混凝土，混凝土结构，短期刚度．

中国图书分类号: TU31

现行《水工钢筋混凝土结构设计规范》(SDJ20-78) 采用了与《钢筋混凝土结构设计规范》(TJ10-74) 相同的钢筋凝土受弯构件短期刚度计算公式．这是一个基于解析刚度法，考虑了多种影响因素的半理论半经验公式．该公式有大量的试验资料作基础，所计算的构件变形值与试验值吻合较好．但经过工程设计人员十几年来的使用，对该公式也有如下一些看法．一是认为该公式比较繁复，使用不便．尤其是对水工混凝土结构，细长构件较少，挠度验算并非主要内容，所以宜采用更为简便的公式．二是该公式只适用于计算普通钢筋混凝土受弯构件的短期刚度，不能用于计算预应力混凝土构件和偏心受力构件，适用范围较小，有必要在修订规范时扩大其适用范围．

近年来，许多学者提出了新的刚度计算建议，这些建议无疑对混凝土结构计算理论的发展和未来的工程应用都具有重要意义．本文在现有工作的基础上，结合水工混凝土结构的特点，提出了一套新的建议公式，以供参考．

1 钢筋混凝土受弯及偏压构件的刚度

对钢筋混凝土受弯构件的短期刚度，《规范》(SDJ20-78) 采用了如下计算公式，(本文用 B_1 表示．)

$$B_1 = \frac{E_s A_s h_0^2}{1.15\psi + \dfrac{0.2 + 6\alpha_E \rho}{1 + 2\gamma_f'}} \tag{1}$$

---

* 收稿日期92-01-14

根据近年来的研究成果，文献[1]在上式的基础上提出了适用范围更广的短期刚度计算公式，即式（2），该公式既可用于计算受弯构件，也可用于计算偏心受压构件的短期刚度．（本文用 B_2 表示）．

$$B_2=\frac{E_sA_sh_0^2}{\psi(1.15-\alpha\frac{h_0}{e_0})+\frac{0.2+6\alpha_E\rho}{1+2\gamma_f'}} \tag{2}$$

(2)式与(1)式相比,增加了一项$\alpha\frac{h_0}{e_0}$,对于无轴向力作用的受弯构件,因$e_0=\frac{M_s}{N_s}=\infty$,(2)式即变为(1)式．因此，该式对受弯及偏心受压构件是相互衔接的．下面讨论本文建议的简化公式．

1.1 受弯构件:

对钢筋混凝土受弯构件刚度的简化计算，已有许多学者提出了简化计算公式．[3、4、5、6、7] 其简化方法基本上都是在（1）式的基础上，通过分析影响刚度的主要因素，忽略影响较小的次要因素（如 f_{tr} 等），保留影响较大的因素（如 E_{cl},α_{Ep}），近似采用如下的线性计算模式:

$$\frac{B_1}{E_cI}=K_1+K_2\alpha_E\rho$$

利用大量可靠的试验数据，采用数理统计的方法，可以确定上式中待定系数 K_1 和 K_2．因统计者所采用的试验资料和计算时的统计目标不尽相同，所得公式也有一定差异．例如:

文献[3]提出： $B_1=(0.2+2.6\alpha_E\rho)E_cI$ (3)

文献[4]提出： $B_1=(0.3+\alpha_E\rho)E_cI$ (4)

文献[5]提出： $B_1=(0.36+2.8\alpha_E\rho)E_cI_e\approx(0.31+2.4\alpha_E\rho)E_cI$ (5)

文献[6]提出： $B_1=(0.03+0.23\alpha_E\rho)E_cbh_0^3\approx(0.27+2.07\alpha_E\rho)E_cI$ (6)

文献[7]提出： $B_1=(0.25+1.8\alpha_E\rho)E_cI$ (7)

上述各式形式相同，仅系数略有差别，用其计算构件的挠度值与试验资料的吻合程度均较好．本文倾向于《水工混凝土结构设计规范》修订组推荐的简化计算公式，即（7）式．

根据文献[7]介绍，该式对 118 根矩形截面梁的试验数据验算结果，平均 $f^0/_f=0.977$，均方差 $\sigma=0.145$，变异系数 $C_v=0.149$．

1.2 偏压构件:

对于偏压构件来说，实际就是同时承受轴向力 N 和弯矩 M 的构件．当轴向力 N 为零时，就成为只承受弯矩 M 的受弯构件．因此，从理论上讲，偏压构件的短期刚度和受弯构件的短期刚度应该可以用一个公式来表达．式（2）即属于这种统一的计算公式．下面根据已得出的受弯构件短期刚度简化计算公式，进一步讨论偏压构件短期刚度的简化计算公式．

由（2）式知，偏压构件的刚度计算公式可在受弯构件的刚度公式基础上再考虑一个关于偏心距 e_0 的项．文献[8]曾对此进行了较为系统的分析和讨论，并提出了几个用 $\alpha_{E\rho}$

和 e_0/h 两个主要变量来表达的 $\frac{B_2}{E_cI}$ 简化计算公式，式（8）是文献[8]所推荐的两公式之一。

$$B_2=\frac{0.43+3\alpha_E\rho}{1+0.25e_0/h}E_cI \tag{8}$$

用该式计算偏心受压构件短期刚度时，计算过程简便，与试验资料吻合程度也较好。但对于受弯构件，即当 $e_0=\frac{M_s}{N_s}=\infty$ 时，上式将会得出 $B_2=0$ 的结果。因此，用上式的表达形式会使偏压和受弯构件的计算不相协调。我们认为，如将上式的形式略加改动，采用下述模式将会克服这一问题。

$$B_2=\frac{B_1}{1-K\frac{h}{e_0}}$$

其中，B_1 为受弯构件的短期刚度。如果 B_1 采用式(7)，上式变为：

$$B_2=\frac{0.25+1.8\alpha_E\rho}{1-K\frac{h}{e_0}}E_cI$$

其中K为待定系数。用数理统计的方法，根据文献[1]中12根矩形截面偏心受压构件($e_0>0.55h_0$，相当于 $e_0>0.5h$)的试验资料，可确定系数 $K=0.14$。代入上式得：

$$B_2=\frac{0.25+1.8\alpha_E\rho}{1-0.14\frac{h}{e_0}}E_cI \tag{9}$$

式中，e_0 为偏压构件中纵向力 N_s 到截面重心的偏心距，$e_0=\frac{M_s}{N_s}$。当 $e_0=\infty$ 时，显然 B_2 就变为(7)式，也就是受弯构件短期刚度的简化计算公式。因此，式（9）与式（2）类似，既可用于偏压构件，也可用于受弯构件的刚度计算。相互之间是连续的，且（9）式比（2）式简单的多，更便于工程应用。

(9)式的适用范围是 $\frac{h}{e_0}\leqslant 2.0$，（即 $\frac{e_0}{h_0}\geqslant 0.5$）。当不满足此条件时，文献[1]建议 B_2 按下述方法确定。

当 $\frac{e_0}{h_0}\leqslant 0.15$（相当于 $\frac{h}{e_0}\geqslant 7.3$）时，$B_2=B_0=0.85E_cI_0$；当 $0.15<\frac{e_0}{h_0}<0.5$（相当于 $2.0<\frac{h}{e_0}<7.3$）时，B_2 按 $0.85E_cI_0$ 和式(2)计算值内插。式中 I_0 为换算截面的惯性矩。

为了与本文建议的简化公式统一，根据文献[9]，对矩形截面近似取 $I_0=(0.0833+0.19\alpha_E\rho)bh^3$，则：

$$B_0=0.85E_cI_0=(0.85+1.938\alpha_E\rho)E_cI \tag{10}$$

因此，本文建议：

当$\frac{h}{e_0} \leqslant 2.0$时,$B_2$按式(9)计算；

当$\frac{h}{e_0} \geqslant 7.3$时,取$B_2 = B_0$,$B_0$按式(10)计算；

当$2.0 < \frac{h}{e_0} < 7.3$时,$B_2$按式(9)和式(10)内插；

用式(9)计算了12根$e_0 \geqslant 0.55h_0$的矩形截面偏压试件[1]，实测挠度f^0与计算挠度f的比值f^0/f统计结果见表1。表中也列出了用文献[1]中公式，即式（2）的计算结果。

表1.偏压构件验算结果

采用公式	μ	σ	C_v
式(12)	1.0003	0.1370	0.1370
式(2)	0.9944	0.1449	0.1489

由此可见，建议公式的计算值与实测结果的符合程度是良好的，且公式简便，更适合于水工混凝土结构的设计计算使用。

2.预应力混凝土受弯构件刚度

我国原《钢筋混凝土结构设计规范》（TJ10-74）中，预应力混凝土受弯构件短期刚度计算公式较为简单，但适用范围小，且所计算出的变形值与实测值有一定差异，并偏于不安全一面。新的《混凝上结构设计规范》（GBJ10-89）的预应力混凝土受弯构件短期刚度计算公式比原规范公式提高了与试验结果的符合程度，扩大了公式的适用范围，但公式形式较为繁琐。对水工混凝土结构而言，公式应更简练一些为好。此外，上述两本规范中预应力混凝土受弯构件刚度与非预应力构件刚度的计算公式不相衔接配套，给工程中的应用带来诸多不便。下面讨论本文的建议公式。

对预应力混凝土受弯构件的变形，可近似分两部分计算[10]。从加荷开始至荷载达M_0时，构件的变形为f_1，自M_0开始直到荷载达到使用荷载M_s时构件的变形增量为f_2，构件总变形$f=f_1+f_2$。这里，M_0为消压弯矩,即使构件控制截面受拉边缘应力抵消到零时的弯矩。

计算f_1时，因构件在此阶段并未开裂，可按刚度$B_s = B_0 = (0.85+1.938\alpha_E\rho)E_cI$计算。

$$f_1 = \alpha_1 \frac{M_0 l_0^2}{B_0}$$

此处，α_1为挠度系数。自M_0至M_s这一阶段的变形可近似按非预应力钢筋混凝土受弯构件的刚度B_1来计算。

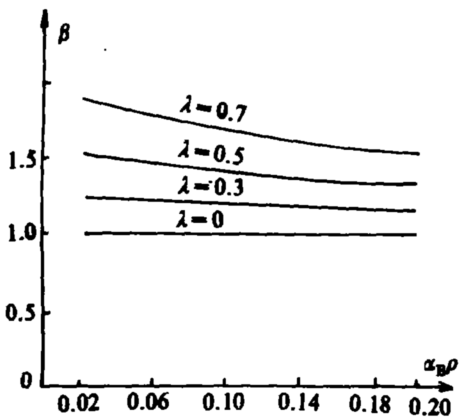
$$f_2 = \alpha_1 \frac{(M_s - M_0) l_0^2}{B_1}$$

总变形为：

$$f=f_1+f_2=\alpha_1 M_s l_0^2/\left[\frac{B_1}{1-\frac{M_0}{M_s}\left(1-\frac{B_1}{B_0}\right)}\right] \tag{11}$$

令：$\lambda=\frac{M_0}{M_s}$ 为预应力构件的预应力度，并且，$f=\alpha_1\frac{M_s l_0^2}{B_s}$，则预应力混凝土受弯构件的刚度 B_s 为：

$$B_s=\frac{B_1}{1-\lambda\left(1-\frac{B_1}{B_0}\right)} \tag{12}$$



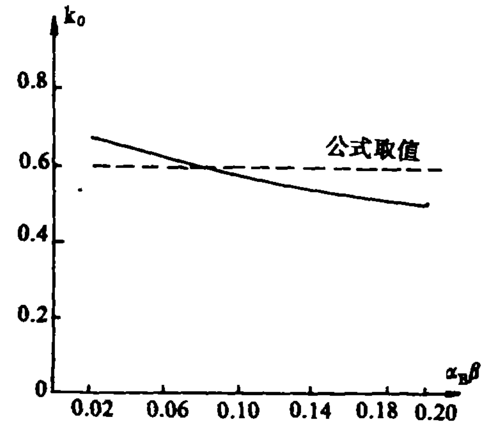


图 1$\alpha E\rho\sim\beta$ 关系　　　　图 2$\alpha E\rho\sim K_0$ 关系

若令 $\beta=1-/[1-\lambda(1-B_1/B_0)]$，$B_0$ 和 B_1 分别按式 (10) 和式 (7) 采取，则 β 仅为 λ 和 $\alpha_E\rho$ 的函数。图 1 中绘出了不同 λ 时的 $\beta\sim\alpha_E\rho$ 关系曲线。可见，在通常的 $\alpha_E\rho$ 范围内，以及允许开裂的中低预应力度情况下，β 随 $\alpha_E\rho$ 的变化幅度很小。为简化计算，可不计 $\alpha_E\rho$ 对 β 值的影响，即取 $1-\frac{B_1}{B_0}$ 为常数 K_0。图 2 给出了 $R_0\sim\alpha_E\rho$ 关系曲线。可见，当 $\alpha_E\rho=0.02\sim0.2$ 时，K_0 在 0.5～0.7 范围内变化。用文献 [7] 中 51 根预应力混凝土试件的试验资料，经统计分析可取 $K_0=0.6$。则本文建议的用于计算预应力混凝土受弯构件短期刚度的简化公式为：

$$B_s=\frac{0.25+1.8\alpha_E\rho}{1-0.6\lambda}E_c I \tag{13}$$

上式的适用范围为 $0\leqslant\lambda\leqslant0.75$。因为当 $\lambda=0.75$ 时，约相当于 $M_s=M_{cr}$ [11]，故当 $\lambda>0.75$ 时，近似认为构件在使用荷载下不开裂，可取 $B_s=B_0$，按式（10）计算刚度。当 $\lambda=0$ 时，上式变为（7）式，即非预应力混凝土受弯构件的刚度。可见，（13）式对预应力和非预应力混凝土受弯构件也是连续的。

用式（13）验算了文献[1]中51根预应力混凝土受弯构件的试验结果，见表2。其中的6根T形截面和21根倒T形截面构件，计算刚度时未考虑翼缘的影响，仍按矩形截面对待，可见其计算结果也是可以接受的。

表2.预应力构件验算结果

截面形状	μ	σ	C_v	n
矩形	1.0192	0.1267	0.1243	24
T形	0.9080	0.0691	0.0761	6
倒T形	1.0104	0.1731	0.1713	21
综合	0.9996	0.1491	0.1492	51

为计算体系的统一，可将前述钢筋混凝土偏压构件刚度公式（9）与预应力混凝土受弯构件刚度公式（13）合并为一个表达式。即：

$$B_s = \frac{0.25 + 1.8\alpha_E\rho}{(1 - 0.6\lambda)(1 - 0.14h/e_0)}E_cI \tag{14}$$

上式对预应力混凝土受弯构件、钢筋混凝土受弯及偏压构件均是适用的，相互衔接，配套统一。

3 结束语

建议对矩形截面的水工钢筋混凝土受弯和偏压构件、预应力混凝土受弯构件的短期刚度，可统一采用下述简化公式计算。

$$B_s = \frac{0.25 + 1.8\alpha_E\rho}{(1 - 0.6\lambda)(1 - 0.14\dfrac{h}{e_0})}E_cI \tag{14}$$

上式的适用范围为：$0 \leqslant \lambda \leqslant 0.75$，$0 \leqslant \dfrac{h}{e_0} \leqslant 2.0$；当 $\lambda > 0.75$ 或 $\dfrac{h}{e_0} \geqslant 7.3$ 时，B_2 按(10)式计算；当 $2.0 < \dfrac{h}{e_0} < 7.3$ 时（偏压构件），B_s 按式(10)和式(14)内插计算。

建议公式形式简单，适用范围广，与试验资料符合良好。

参 考 文 献

〔1〕 丁大钧主编.钢筋混凝土构件抗裂度、裂缝和刚度.南京工学院出版社，1986.

〔2〕 王清湘，李树瑶.钢筋混凝土构件裂缝宽度计算理论模式的应用和简化.工业建筑.1986.2.

〔3〕 滕智明主编.钢筋混凝土基本构件（第二版），清华大学出版社，1987.

〔4〕 兰宗建，李引擎.钢筋混凝土受弯构件刚度计算公式的改进和简化.钢筋混凝土结构设计与构造

中国建筑科学研究院，1985.

〔5〕 陈永春等.钢筋混凝土受弯构件刚度Bd的简化计算.土木工程学报.1983.6.

〔6〕 李引擎，白生翔.钢筋混凝土受弯构件短期刚度的简化计算方法.中国建筑科学研究院结构所，1983.

〔7〕 汪淑华.朱尔玉.水工钢筋混凝土受弯构件短期刚度的简化计算.华北水利水电学院学报1990.2.

〔8〕 熊本松，蒋大骅.钢筋混凝土矩形截面偏心受压构件刚度的简化计算.建筑结构1985.6.

〔9〕 华东水利学院等合编.水工钢筋混凝土结构学（第二版）.水利电力出版社，1983.

〔10〕 张保和，李树瑶.预应力轻骨料混凝土受弯构件短期刚度计算方法的试验研究.四川建筑科学研究.1990.2.

〔11〕 刘永颐，周远棣.裂缝控制与计算.部分预应力混凝土结构设计建议.171PP.中国铁道出版社，1985.

A Simlified Calculation Of Short-term Rigidty For Prestressed And Reinforced Concrete Members

Zhang Baohe
(Xinjiang Institute Of Technology)

Zeng Yu
(Surveying and Designing Institute Of Wulumuqi Railway Administration)

Abstract: In this paper, a simpLified formula used for calculating the short-term rigidity of the reinforced concrete flexural and eccentrically compressive members and the prestressed concrete flexural members is proposed. The formula is easy to use and the calculated results coincide with the test data satisafyingly.

Key words: preatressed Concrete, Conorete structure, Short-term Rigidity