

# 含阻尼绕组多机电力系统 线性化模型\*

刘宪林

(郑州工学院计自系)

**摘 要:** 本文采用线性化方法建立了包含同步发电机阻尼绕组作用的多机电力系统动态稳定分析模型。

**关键词:** 多机电力系统, 线性化模型, 动态稳定

**中国图书分类号:** TM743

传统的  $K_1 \sim K_6$  多机电力系统线性化模型用阻尼系数近似等效同步发电机阻尼绕组的作用<sup>〔1〕</sup>。但在多机系统中, 这种阻尼系数的合理选取并非易事<sup>〔2〕</sup>, 且弱阻尼系统稳定性的分析结果对阻尼系数的取值也较敏感。因此, 对于多机系统动态稳定的精确研究, 要求在其数学模型中详细地描述阻尼绕组的作用。笔者曾在[3]中建立了包含阻尼绕组作用的单机无穷大系统线性化框图模型(附录), 本文则研究建立含阻尼绕组作用的多机系统线性化模型。

## 1 同步发电机定子电流表达式\*\*

对  $n$  机系统, 在各机  $d$ - $q$  坐标下相量形式的机内电压平衡方程和系统网络方程分别由式(1)和式(2)所示:

$$\dot{\mathbf{v}} = \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{Z}\mathbf{i} + \mathbf{X}_{qd}\dot{\mathbf{i}}_q \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{i}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{Y}_1\mathbf{T}\dot{\mathbf{v}} \quad (2)$$

式中:  $\dot{\mathbf{e}} \triangleq \dot{\mathbf{e}}_d'' + j\dot{\mathbf{e}}_q''$ ,  $\dot{\mathbf{i}} \triangleq \dot{\mathbf{i}}_d + j\dot{\mathbf{i}}_q$ ,  $\dot{\mathbf{v}} = \dot{\mathbf{v}}_d + j\dot{\mathbf{v}}_q$

$$\mathbf{Z} \triangleq \text{diag}\{r_i + jx_{di}'\}, \quad \mathbf{X}_{qd} \triangleq \text{diag}\{x_{qi}'' - x_{di}''\}$$

\* 收稿日期: 1990.03.07

\*\* 以下推演中, 除注明的外, ①有关  $n$  机的表达式之中, 列向量均为  $n$  维, 用小写字母表示; 矩阵均为  $(n \times n)$  阶, 用大写字母表示; ②有关机  $i$  的表达式之中, 各量均为标量, 且略去下脚标  $i$ 。③增量表达式中  $\mathbf{e}_{di}'$ ,  $\mathbf{e}_{qi}'$ ,  $\mathbf{v}_{di}$ ,  $\mathbf{v}_{qi}$ ,  $\mathbf{i}_{di}$ ,  $\mathbf{i}_{qi}$  以及  $\delta_i$  均取工作点处的值。

$$T \triangleq \text{diag}\{e^{j\theta_i}\}, \quad Y_i: \text{输电导纳矩阵}$$

由式(1)和式(2)可得:

$$\dot{i} = \dot{Y}(e + X_{qd}i_q) \quad (3)$$

$$\text{式中: } Y \triangleq T^{-1}[Y_i^{-1} + Z]^{-1}T$$

将Y之虚部和实部分列得:

$$Y = Y_R + jY_I \quad (4)$$

$$\text{式中: } Y_R \triangleq R_e[Y] = \{y_{ij} \cos(\beta_{ij} - \delta_i + \delta_j)\}$$

$$Y_I \triangleq I_m[Y] = \{y_{ij} \sin(\beta_{ij} - \delta_i + \delta_j)\}$$

其中,  $y_{ij}$  和  $\beta_{ij}$  分别是  $[Y_i^{-1} + Z]^{-1}$  元素的模与幅角.

将式(4)代入式(3), 并分列i之实部和虚部, 然后取  $i_d$  和  $i_q$  的增量得:

$$\Delta i_d = Y_R \Delta e_d'' - Y_I \Delta e_q'' + Y_R X_{qd} \Delta i_q + P_d \Delta \delta \quad (5a)$$

$$\Delta i_q = Y_I \Delta e_d'' + Y_R \Delta e_q'' + Y_I X_{qd} \Delta i_q + P_q \Delta \delta \quad (5b)$$

$$\text{式中: } P_d \triangleq M_d - \text{diag}\left\{\sum_{j=1}^n m_{dij}\right\}$$

$$P_q \triangleq M_q - \text{diag}\left\{\sum_{j=1}^n m_{qij}\right\}$$

$$\text{其中: } M_d \triangleq -[Y_I E_d'' + Y_R E_q'' + Y_R X_{qd} I_q] = \{m_{dij}\}$$

$$M_q \triangleq Y_R E_d'' - Y_I E_q'' + Y_R X_{qd} I_q = \{m_{qij}\}$$

$$\text{而: } E_d'' \triangleq \text{diag}\{e_d''\}, \quad E_q'' \triangleq \text{diag}\{e_q''\}, \quad I_q \triangleq \text{diag}\{i_{qi}\}$$

求解式(5)便得:

$$\Delta i_d = Y_d \Delta e_q'' + Z_d \Delta e_d'' + F_d \Delta \delta \quad (6a)$$

$$\Delta i_q = Y_q \Delta e_q'' + Z_q \Delta e_d'' + F_q \Delta \delta \quad (6b)$$

$$\text{式中: } Y_q \triangleq [I - Y_I X_{qd}]^{-1} Y_R$$

$$Z_q \triangleq [I - Y_I X_{qd}]^{-1} Y_I$$

$$F_q \triangleq [I - Y_I X_{qd}]^{-1} P_q$$

$$Y_d \triangleq -Y_I + Y_R X_{qd} Y_q$$

$$Z_d \triangleq Y_R + Y_R X_{qd} Z_q$$

$$F_d \triangleq P_d + Y_R X_{qd} F_q$$

## 2 多机系统线性化模型

### 2.1 电磁力矩表达式

机*i*的电磁力矩及其增量分别由以下二式所示:

$$m_e = e_q'' i_q + e_d'' i_d + x_{qd} i_d i_q$$

$$\Delta m_e = b_d \Delta i_d + b_q \Delta i_q + i_d \Delta e_d'' + i_q \Delta e_q''$$

式中:  $b_d \triangleq e_q'' + x_{qd} i_q, \quad b_q \triangleq e_d'' + x_{qd} i_d$

对*n*机, 虑及式(6)后式(7)可写成\*:

$$\begin{aligned} \Delta m_e &= B_d \Delta i_d + B_q \Delta i_q + I_d \Delta e_d'' + I_q \Delta e_q'' \\ &= K_1 \Delta \delta + K_{2d} \Delta e_q'' + K_{2d} \Delta e_d'' \\ &= K_1 \Delta \delta + K_2 \Delta e'' \end{aligned} \quad (8)$$

式中:  $\Delta e'' \triangleq [\Delta e_d''^T \mid \Delta e_q''^T]^T_{(2n)}$

$$K_1 \triangleq B_d F_d + B_q F_q$$

$$K_2 \triangleq [K_{2d} \mid K_{2q}]_{(n \times 2n)}$$

$$K_{2d} \triangleq B_d Z_d + B_q Z_q + I_d$$

$$K_{2q} \triangleq B_d Y_d + B_q Y_q + I_q$$

$$B_d \triangleq \text{diag}\{b_{di}\}, \quad B_q \triangleq \text{diag}\{b_{qi}\}$$

$$I_d \triangleq \text{diag}\{i_{di}\}, \quad I_q \triangleq \text{diag}\{i_{qi}\}$$

### 2.2 励磁绕组模型

设直轴阻尼绕组对励磁绕组电磁暂态过程没有影响, 则*n*机励磁绕组暂态方程可写为:

$$[1 + T's]e_q' = e_{fd} - X_{ad} i_d \quad (9)$$

\* 以下推演中, 凡 $\Delta i_d$ 、 $\Delta i_q$ 均以式(6)代入。

式中:  $T' \triangleq \text{diag}\{T'_{doi}\}$ ,  $X_{dd} \triangleq \text{diag}\{x_{di} - x'_{di}\}$

将式(9)增量化得:

$$\begin{aligned}\Delta e'_q &= [1 + T's]^{-1}(\Delta e_{fd} - K_{3d}\Delta e''_d - K_{3q}\Delta e''_q - K_4\Delta\delta) \\ &= [1 + T's]^{-1}(\Delta e_{fd} - K_3\Delta e'' - K_4\Delta\delta)\end{aligned}\quad (10)$$

式中:  $K_3 \triangleq [K_{3d} \mid K_{3q}]_{(n \times 2n)}$ ,  $K_4 \triangleq X_{dd}F_d$

$$K_{3d} \triangleq X_{dd}Z_d, \quad K_{3q} \triangleq X_{dd}Y_d$$

若虑及直轴阻尼绕组的影响, 机i励磁绕组的电磁暂态方程为<sup>[6]</sup>:

$$T'_{do} \frac{de_q}{dt} = e_{fd} - \frac{x_d - x_1}{x'_d - x_1} e'_q + \frac{x_d - x'_d}{x'_d - x_1} e''_q - \frac{(x_d - x'_d)(x'_d - x_1)}{(x'_d - x_1)} i_d$$

对n机, 上式则可写为:

$$[X_1 + T's]e'_q = e_{fd} + X_2 e''_q - X_3 i_d \quad (9')$$

式中:  $X_1 \triangleq \text{diag}\{\frac{x_{di} - x_1}{x'_d - x_1}\}$ ,  $X_2 \triangleq \text{diag}\{\frac{x_{di} - x'_d}{x'_d - x_1}\}$

$$X_3 \triangleq \text{diag}\{x_{di} - x_1\}X_2, \quad T' \triangleq \text{diag}\{T'_{doi}\}$$

将式(9')增量化得:

$$\Delta e'_q = [X_1 + T's]^{-1}(\Delta e_{fd} - K_3\Delta e'' - K_4\Delta\delta) \quad (10')$$

式中:  $K_3 \triangleq [K_{3d} \mid K_{3q}]_{(n \times 2n)}$ ,  $K_4 \triangleq X_3F_d$

$$K_{3d} \triangleq X_3Z_d, \quad K_{3q} \triangleq X_3Y_d$$

## 2.3 机端电压表达式

机i的机端电压关系式如下式所示:

$$\begin{cases} v_d = e''_d + x'_q i_q - r_i i_d \\ v_q = e''_q - x'_d i_d - r_i i_q \\ v = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \end{cases}$$

将上式增量化, 并对n机写成向量方程:

$$\begin{aligned}\Delta V &= V_d \Delta e''_d + V_q \Delta e''_q + C_d \Delta i_d + C_q \Delta i_q \\ &= K_5 \Delta\delta + K_{6d} \Delta e''_d + K_{6q} \Delta e''_q \\ &= K_5 \Delta\delta + K_6 \Delta e''\end{aligned}\quad (11)$$

式中:  $K_s \triangleq C_d F_d + C_q F_q$

$$K_6 \triangleq [K_{6d} \mid K_{6q}]_{(n \times 2n)}$$

$$K_{6d} \triangleq V_d + C_d Z_d + C_q Z_q$$

$$K_{6q} \triangleq V_q + C_d Y_d + C_q Y_q$$

$$C_d \triangleq V_d X_q'' - V_q R$$

$$C_q \triangleq -V_q X_q'' + V_d R$$

$$V_d \triangleq \text{diag}\left\{\frac{V_{di}}{V_i}\right\}, \quad V_q \triangleq \text{diag}\left\{\frac{V_{qi}}{V_i}\right\}$$

$$X_q'' \triangleq \text{diag}\{x_{qi}''\}, \quad X_d'' \triangleq \text{diag}\{x_{di}''\}$$

$$R \triangleq \text{diag}\{r_i\}$$

## 2.4 直轴阻尼绕组模型

机i直轴阻尼绕组的电磁暂态方程为<sup>[4]</sup>:

$$T_{do}'' \frac{de_q''}{dt} = \frac{x_d' - x_i}{x_d' - x_i} T_{do}'' \frac{de_q}{dt} - e_q'' + e_q' - (x_d' - x_d'') i_d$$

为简便, 忽略上式右侧的 $e_q'$ 导数项, 并对n台机写作:

$$[1 + T_{do}'' s] e_q'' = e_q' - X_{dd}' i_d \quad (12)$$

式中:  $T_{do}'' \triangleq \text{diag}\{T_{doi}''\}, \quad X_{dd}' \triangleq \text{diag}\{x_{di}' - x_{di}''\}$

将式(12)增量化得:

$$\begin{aligned} \Delta e_q'' &= [1 + T_{do}'' s]^{-1} (\Delta e_q' - K_{7d} \Delta e_d'' - K_{7q} \Delta e_q'' - K_8 \Delta \delta) \\ &= [1 + T_{do}'' s]^{-1} (\Delta e_q' - K_7 \Delta e'' - K_8 \Delta \delta) \end{aligned} \quad (13)$$

式中:  $K_7 \triangleq [K_{7d} \mid K_{7q}]_{(n \times 2n)}, \quad K_8 \triangleq X_{dd}' F_d$

$$K_{7d} \triangleq X_{dd}' Z_d, \quad K_{7q} \triangleq X_{dd}' Y_d$$

## 2.5 交轴阻尼绕组模型

n机交轴阻尼绕组电磁暂态方程及其增量式如以下二式所示:

$$[1 + T_{qo}'' s] e_d'' = X_{qq}' i_q$$

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{e}_d' &= [1 + \mathbf{T}_{qo}'' s]^{-1} (-\mathbf{K}_{9d} \Delta \mathbf{e}_d' - \mathbf{K}_{9d} \Delta \mathbf{e}_q' - \mathbf{K}_{10} \Delta \delta) \\ &= [1 + \mathbf{T}_{qo}'' s]^{-1} (-\mathbf{K}_9 \Delta \mathbf{e}'' - \mathbf{K}_{10} \Delta \delta)\end{aligned}\quad (14)$$

式中:  $\mathbf{T}_{qo}'' \triangleq \text{diag}\{\mathbf{T}_{qoi}''\}, \quad \mathbf{X}_{qq} \triangleq \text{diag}\{\mathbf{x}_{qi} - \mathbf{x}_{qi}'\}$

$$\mathbf{K}_9 \triangleq [\mathbf{K}_{9d} \mid \mathbf{K}_{9q}]_{(n \times 2n)}, \quad \mathbf{K}_{10} \triangleq -\mathbf{X}_{qq} \mathbf{F}_q'$$

$$\mathbf{K}_{9d} \triangleq -\mathbf{X}_{qq} \mathbf{Z}_q, \quad \mathbf{K}_{9q} \triangleq -\mathbf{X}_{qq} \mathbf{Y}_q$$

## 2.6 转子机械运动方程

计及机械阻尼,  $n$ 机转子机械运动方程增量形式为:

$$\Delta \omega = [\mathbf{D} + \mathbf{M}s]^{-1} (\Delta \mathbf{m}_m - \Delta \mathbf{m}_e) \quad (15a)$$

$$\Delta \delta = \Omega_0 s^{-1} \Delta \omega \quad (15b)$$

式中:  $\mathbf{M} \triangleq \text{diag}\{\mathbf{M}_i\}, \quad \mathbf{D} \triangleq \text{diag}\{\mathbf{D}_i\}$

$$\Omega_0 \triangleq \text{diag}\{2\pi f_0\}$$

## 2.7 励磁系统模型

设各机励磁系统均可等效为一阶惯性环节, 则 $n$ 机励磁系统模型为:

$$\Delta \mathbf{e}_m = \mathbf{G}_e(s) (\Delta \mathbf{V}_r - \Delta \mathbf{V}) \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{G}_e(s) \triangleq \text{diag}\left\{\frac{\mathbf{K}_{ei}}{1 + \mathbf{T}_{ei}s}\right\}$

联立式(8)、式(10) (或式(10'))、式(11)、式(13)、式(14)、式(15)和式(16), 便得到包含阻尼绕组作用的多机系统线性化模型。

## 3 $n$ 机系统模型框图

将式(13)和式(14)合写得:

$$\Delta \mathbf{e}'' = [1 + \mathbf{T}'' s]^{-1} (\mathbf{C} \Delta \mathbf{e}_q' - \mathbf{D}_7 \Delta \mathbf{e}'' - \mathbf{D}_8 \Delta \delta) \quad (17)$$

式中  $\mathbf{T}'' \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{qo}'' & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_{do}'' \end{bmatrix}_{(2n \times 2n)}, \quad \mathbf{C} \triangleq \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{(2n \times n)}$

$$\mathbf{D}_7 \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{K}_9 \\ \mathbf{K}_7 \end{bmatrix}_{(2n \times 2n)}, \quad \mathbf{D}_8 \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{10} \\ \mathbf{K}_8 \end{bmatrix}_{(2n \times n)}$$

联立式(8)、式(10)、式(11)、式(15)、式(16)和式(17), 可形成 $n$ 机系统模型框图如图1所示。用式(10')换写式(10)也可得到相应的模型框图, 在此从略。

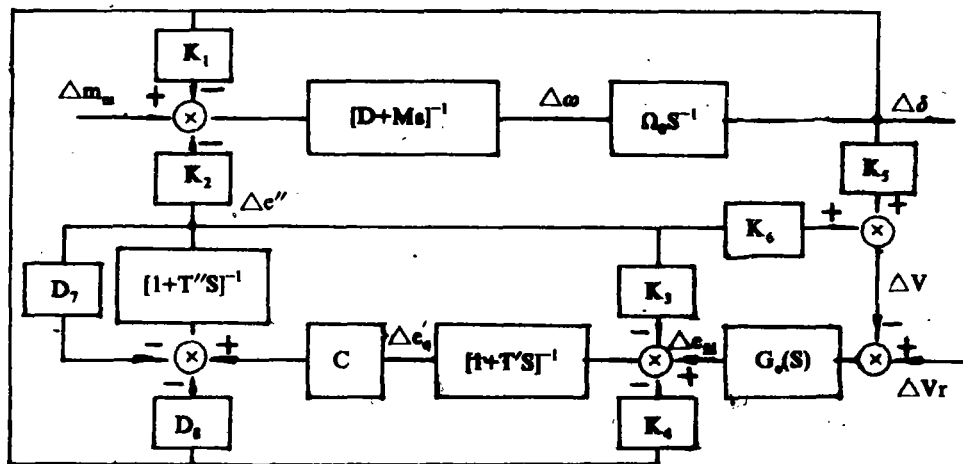


图1 含阻尼绕组多机系统模型框图

#### 4 n 机系统状态方程

由图1容易得到n机系统状态方程(取 $\Delta m_m = 0$ ,  $\Delta v_r = 0$ ):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

(18)

式中, 系数矩阵A是6n阶方阵, 而状态向量:

$$\mathbf{x} = [\Delta\delta_1 \cdots \Delta\delta_n \mid \Delta\omega_1 \cdots \Delta\omega_n \mid \Delta e''_{d1} \cdots \Delta e''_{dn}, \Delta e''_{q1} \cdots \Delta e''_{qn} \mid \Delta e'_{q1} \cdots \Delta e'_{qn} \mid \Delta e_{fd1} \cdots \Delta e_{fdn}]^T_{(6n)}$$

式(18)即:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\omega \\ \Delta e'' \\ \Delta e'_q \\ \Delta e_{fd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_0 & 0 & 0 & 0 \\ -M^{-1}K_1 & -M^{-1}D & -M^{-1}K_2 & 0 & 0 \\ -T'^{-1}D_1 & 0 & -T'^{-1}[I-D_1] & T'^{-1}C & 0 \\ -T'^{-1}K_4 & 0 & -T'^{-1}K_3 & -T'^{-1} & 0 \\ -K_5 T_c^{-1}K_3 & 0 & -K_5 T_c^{-1}K_6 & 0 & -T_c^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\omega \\ \Delta e'' \\ \Delta e'_q \\ \Delta e_{fd} \end{bmatrix}$$

式中:  $K_c \triangleq \text{diag}\{K_{ci}\}$ ,  $T_c \triangleq \text{diag}\{T_{ci}\}$

#### 5 结 语

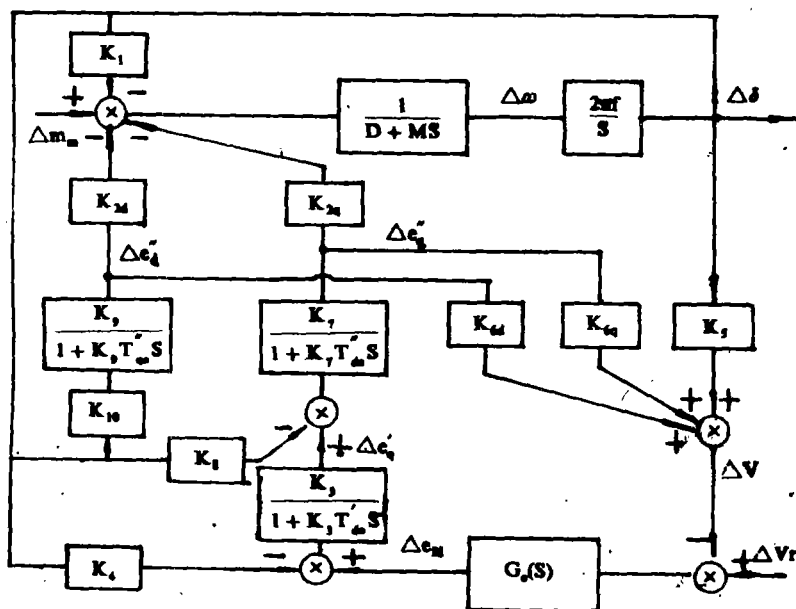
本文所建立的多机系统动态稳定分析模型, 通过系数矩阵 $D_1$ 、 $D_2$ 和矩阵 $[1+T''s]^{-1}$ 简明地体现了阻尼绕组的作用。该模型物理意义明确, 且在形式上是传统 $K_1 \sim K_6$ 模型的扩展。便于为有关人员所接受。

符 号 表

$i$	定子电流	$f_0$	额定频率
$V$	机端电压	$\omega$	角频率
$e'_q, e''_q$	交轴暂态电势, 次暂态电势	$\delta_i$	机 $i$ d-q 坐标领先 D-Q 坐标的角度
$e'_d$	直轴次暂态电势	$e_M$	与励磁电压成正比的假想电势
$r$	定子电枢电阻	$K_f, T_f$	励磁系统增益和时间常数
$x_d, x'_d, x''_d$	直轴同步电抗, 暂态电抗, 次暂态电抗	$V_r$	参考输入电压
$x_q, x'_q$	交轴同步电抗, 次暂态电抗	$m_e$	电磁力矩
$x_l$	定子漏抗	$m_m$	机械驱动力矩
$T'_{do}$	励磁绕组时间常数	$D$	机械阻尼系数
$T'_{do}$	直轴阻尼绕组时间常数	$M$	转子机械惯性时间常数
$T'_{do}$	交轴阻尼绕组时间常数	$\Delta$	增量符号
		$s$	拉普拉斯算符

附录: 含阻尼绕组 1- $\infty$ 系统线性化模型<sup>(3)</sup>

含阻尼绕组单机无穷大系统线性化模型框图如附图 1 所示:

附图 1 含阻尼绕组 1- $\infty$ 系统线性化模型

图中, 线性化常数:

$$K_1 \triangleq (v_q + x'_d i_d) v_0 \cos \delta / x_{d\Sigma} + (v_d - x'_d i_q) v_0 \sin \delta / x_{d\Sigma}$$



$$K_{21} \triangleq (v_d + x_L i_q) / x_{d\Sigma}, \quad K_{22} \triangleq -(v_q - x_L i_d) / x_{d\Sigma}$$

$$K_3 \triangleq x'_{d\Sigma} / x_{d\Sigma}, \quad K_4 \triangleq (x_d - x'_d) v_0 \sin \delta / x'_{d\Sigma}$$

$$K_5 \triangleq (x'_q v_d v_0 \cos \delta / x'_{q\Sigma} - x'_d v_q v_0 \sin \delta / x'_{q\Sigma}) / v$$

$$K_{6d} \triangleq x_L v_d / (x'_{d\Sigma} v), \quad K_{6q} \triangleq x_L v_q / (x'_{d\Sigma} v)$$

$$K_7 \triangleq x'_{d\Sigma} / x_{d\Sigma}, \quad K_8 \triangleq (x'_d - x_d) v_0 \sin \delta / x'_{d\Sigma}$$

$$K_9 \triangleq x'_{q\Sigma} / x_{q\Sigma}, \quad K_{10} \triangleq (x_q - x'_q) v_0 \cos \delta / x'_{q\Sigma}$$

以上各式中,  $\delta$ : 功率角;  $v_0$ : 无穷大母线电压;  $x_L$ : 输电线电抗;  $x_{d\Sigma} = x_d + x_L$ , 余类推。

附图 1 所示模型之中关于励磁绕组的描述忽略了阻尼绕组的影响, 如 1) 在  $K_1 \sim K_6$  中以  $x'_d$  和  $x_q$  分别替代  $x''_d$  和  $x''_q$ ; 2) 用  $v_d = x_q i_q$  和  $v_q = e_q - x_d i_d$  代入  $K_1$ ,  $K_{2d}$  和  $K_{2q}$  中; 3) 令  $T'_{do} = 0$ ,  $T'_{qo} = 0$ , 则该模型便退化为  $K_1 \sim K_6$  Heffron-Phillips 模型。

有关附录的工作曾蒙清华大学刘取老师的指导, 谨致谢意。

### 参 考 文 献

- (1) (加拿大)余耀南. 动态电力系统. 水利电力出版社, 1985
- (2) (美)P.M.安德逊等. 电力系统稳定与控制. 水利电力出版社, 1979
- (3) 刘宪林. 水轮发电机组水机电整体数学模型及其稳定性研究. 清华大学硕士论文, 1988.6
- (4) 清华大学电机系内部讲义. 同步发电机E'数学模型

## A Linear Model Including Damper Windings for the Multimachine Power System

Liu Xianlin

(Zhengzhou Institute of Technology)

**Abstract:** A linear model including damper windings for the multimachine power system is derived in this paper. This model is useful for study of dynamic stability of multimachine power system.

**Keywords:** multimachine power system, linear model, dynamic stability