

叶片失调阶次及离心力效应 对叶栅颤振边界的影响*

陈静波

(郑州工学院数力系)

摘 要: 本文用特征值法研究了不可压流中叶片频率失调阶次及离心力效应对叶栅弯、扭耦合非失速颤振边界的影响。计算结果表明: 叶片失调可延迟颤振边界, 在一定范围内, 随着失调幅度的增大, 颤振边界愈向后移; 不同的失调阶次对颤振边界的影响不同, 影响的大小取决于叶片颤振时的振动阶次; 计及离心力效应后, 叶栅颤振边界后移。

关键词: 颤振, 振动, 气弹稳定性; 叶片

叶片颤振是叶片在定常气流中工作时出现的自激振动现象。由于叶片在气流中工作时不免发生振动, 叶片的振动使本来定常的气流变成非定常, 非定常的气动力对叶片做功。如果在一个振动周期内气流对叶片作的功大于叶片机械阻尼所消耗的能量, 叶片的振动就会失稳, 即颤振发作。叶片颤振一直是现代涡扇、涡喷发动机研制和使用中的重要问题之一。颤振故障一般是突发性的, 一旦发生, 叶片可能就会在几十秒、甚至几秒钟内发生断裂, 造成严重后果。近年来由于发动机性能的提高, 叶尖切线速度加大, 而叶片刚性却变差, 因此颤振问题越来越突出, 已引起科研、设计和生产单位的高度重视。

叶片颤振实际上是气动和结构弹性相互耦合的结果, 属于气弹稳定性问题。影响叶片颤振的因素很多, 既有结构方面的, 也有气动方面的。如何从理论上确定各因素对颤振边界的影响, 是解决叶片颤振问题的关键所在。本文从结构动力学角度出发, 着重讨论叶片频率失调及离心力效应对叶栅颤振边界的影响。所谓失调是指同一级叶栅中各叶片的固有频率不完全一样, 实际上, 由于材料、加工误差的影响, 叶片失调是不可避免的。失调的存在对叶栅颤振边界有较大影响, 对此国内外学者已做了大量研究^[1-5], 研究结果表明: 失调可延迟颤振的发生, 在一定范围内, 随着失调幅度的增大, 颤振边界愈向后移。但叶片做为一个弹性体, 有无穷阶固有频率, 当不同阶的固有频率失调, 即失调阶次不同时, 叶栅的颤振边界将如何变化? 失调做为抑制颤振的一种手段已在工程实际中应用, 但由于失调的存在却使某些叶片的强迫应幅值增大, 即失调对强迫振动不利, 那么是否存在某种失调既可明显抑制颤振, 而又对强迫响应无明显影响呢? 此外, 发动机工作时叶片旋

* 收稿日期: 1990.04

转受到离心力作用,那么计及离心力效应后叶栅颤振边界又将如何变化呢?为了对上述问题进行探讨,本文用一特征截面模型和 Whitehead^[6]的不可压流气动模型,根据特征值法计算了弯曲频率失调、扭转频率调谐(本文简称B失调);扭转频率失调、弯曲频率调谐(T失调)和弯、扭频率均失调(BT失调)等三种情况的颤振边界。同时还用弯扭频率比的变化模拟离心力的大小,计算了调谐情况下有结构阻尼和无结构阻尼的颤振边界。

1 颤振数学模型及基本方程

由于实际叶片的型面相当复杂,在计算颤振边界时须作适当简化。本文把真实叶片简化为一特征截面模型,见文献[1],即在叶尖(80%叶高处)取一截面,用该截面的气弹稳定性代替真实叶片的气弹稳定性。

1.1 调谐叶栅模型及位移模式

根据上述假设,用一由N个翼型组成的二维环形叶栅来代替真实叶栅,见文献[1],假设调谐叶栅中每个叶片都作简谐运动,振幅也都相同,叶片位移沿圆周呈简谐分布,相邻叶片相位差为 $\beta_r = 2\pi r / N$ ($r=0, 1, \dots, N-1$)。设第r阶模态叶片的幅值为 $\{h_{ar}/b, \alpha_{ar}\}^T$,则t时刻第s个叶片的位移为:

$$\begin{bmatrix} h_s/b \\ \alpha_s \end{bmatrix} e^{i\omega t} = \begin{bmatrix} h_{ar}/b \\ \alpha_{ar} \end{bmatrix} e^{i(\omega t + \beta_r s)} \quad (1)$$

其中 ω 为系统振动的复频。

1.2 失调叶栅位移模式

当叶栅失调时,各叶片的振动频率和振幅都不相同,叶间相位差也不是常数。但由于叶栅是一周期结构,因此可把失调叶栅的位移分解为调谐情况下各阶模态的迭加。如失调叶栅中第s个叶片的位移可写为:

$$\begin{bmatrix} h_s/b \\ \alpha_s \end{bmatrix} e^{i\omega t} = \sum_{r=0}^{N-1} \begin{bmatrix} h_{ar}/b \\ \alpha_{ar} \end{bmatrix} e^{i(\omega t + \beta_r s)} \quad (2)$$

因此,失调叶栅的位移模式可写为:

$$\{X\} e^{i\omega t} = [E] \{Y\} e^{i\omega t} \quad (3)$$

这里:

$$[E] = \begin{bmatrix} E(0,0) & 0 & E(0,1) & 0 & \dots \\ 0 & E(0,0) & 0 & E(0,1) & \dots \\ E(1,0) & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & E(1,0) & \dots & \dots & E(N-1,N-1) & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & E(N-1,N-1) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\{X\} = \{h_0/b \quad \alpha_0 \quad \dots \quad h_{N-1}/b \quad \alpha_{N-1}\}$$

$$\{Y\} = \{h_{a0}/b \quad \alpha_{a0} \quad \dots \quad h_{aN-1}/b \quad \alpha_{aN-1}\}$$

$$E(s, r) = c^{i2\pi sr} / N$$

1.3 气流中叶栅的自激运动微分方程

由拉氏方程, 第s个叶片见文献[1]的自激运动微分方程为:

$$\begin{bmatrix} m_s & S_{\alpha_s} \\ S_{\alpha_s} & I_{\alpha_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d^2}{dt^2}(h_s c^{i\omega t}) \\ \frac{d^2}{dt^2}(\alpha_s c^{i\omega t}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1 + 2i\zeta_{h_s})m_s \omega_{h_s}^2 & 0 \\ 0 & (1 + 2i\zeta_{\alpha_s})I_{\alpha_s} \omega_{\alpha_s}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_s c^{i\omega t} \\ \alpha_s c^{i\omega t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_s \\ M_s \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: m_s 为第s个叶片单位展长质量, I_{α_s} 为第s个叶片展长绕弹性轴的转动惯量 ($I_{\alpha_s} = m_s r_{\alpha_s}^2 b^2$), S_{α_s} 为第s个叶片单位展长对弹性轴的静矩, 扭心在重心之后为正; ζ_{h_s} 、 ζ_{α_s} 分别为第s个叶片的弯曲、扭转阻尼比; $\omega_{h_s}^2 = K_{h_s} / m_s$, $\omega_{\alpha_s}^2 = K_{\alpha_s} / I_{\alpha_s}$, K_{h_s} 和 K_{α_s} 分别为弯曲和扭转刚度; L_s 、 M_s 分别为作用在单位展长上的非定常气动力和力矩, 由于叶片颤振属于自激振动, 即 L_s 和 M_s 分别是叶片运动状态的函数, 可分别表示为:

$$L_s = -\pi \rho b^3 \omega^2 \sum_{r=0}^{N-1} (l_{hhr} \cdot h_{ar} / b + l_{har} \cdot \alpha_{ar}) e^{i(\omega t + \beta, s)} \quad (6a)$$

$$M_s = \pi \rho b^4 \omega^2 \sum_{r=0}^{N-1} (l_{ahr} \cdot h_{ar} / b + l_{aar} \cdot \alpha_{ar}) e^{i(\omega t + \beta, s)} \quad (6b)$$

其中:

$$l_{hhr} = \frac{2i}{K} (C_{Fq})_\eta$$

$$l_{har} = \frac{2}{K^2} (C_{Fa})_\eta$$

$$l_{ahr} = \frac{4i}{K} (C_{Ma})_\eta$$

$$l_{aar} = \frac{4}{K^2} (C_{Ma})_\eta$$

$$K = \frac{\omega b}{V}$$

上式中: ω 为系统振动的复频率; V 为气流相对于叶片的速度; ρ 为气流密度。系数 $(C_{Fq})_\eta$ 、 $(C_{Fa})_\eta$ 、 $(C_{Mq})_\eta$ 和 $(C_{Ma})_\eta$ 在给定折合频率 K 、半弦长 b 、叶栅稠度 s/c 、叶片安装角 ζ 和弹性轴位置 η 后可由文献[6]求得。无量纲化方程(5), 将 $s=0, 1, 2, \dots, N-1$ 等 N 个无量纲方程组合起来得叶栅的无量纲自激运动方程, 用矩阵表示为:

$$[P] - r[I] \{Y\} = \{0\} \quad (8)$$

这里:

$$\begin{aligned}
 [P] &= [E]^{-1}[D][E] + [E]^{-1}[G][E][A] \\
 [D] &= \begin{bmatrix} [D_0] & & & \\ & [D_1] & & \\ & & \ddots & \\ & & & [D_{N-1}] \end{bmatrix} & [D_s] &= \begin{bmatrix} 1/G_{kh_s} & x_{\alpha_s}/G_{kh_s} \\ x_{\alpha_s}/G_{k\alpha_s} & r_{\alpha_s}^2/G_{k\alpha_s} \end{bmatrix} \\
 G_{kh_s} &= \mu_s r_{h_s}^2 (1 + 2i\zeta_{h_s}) & G_{k\alpha_s} &= \mu_s r_{\alpha_s}^2 r_{\alpha_s} (1 + 2i\zeta_{\alpha_s}) \\
 [G] &= \begin{bmatrix} [G_0] & & & \\ & [G_1] & & \\ & & \ddots & \\ & & & [G_{N-1}] \end{bmatrix} & [G_s] &= \begin{bmatrix} 1/G_{kh_s} & 0 \\ 0 & 1/G_{k\alpha_s} \end{bmatrix} \\
 r_{h_s} &= \omega_{h_s}/\omega_0 & r_{\alpha_s} &= \omega_{\alpha_s}/\omega_0 \\
 \mu_s &= m_s/\pi\rho b^2 & r_{\alpha_s}^2 &= I_{\alpha_s}/m_s b^2 \\
 x_{\alpha_s} &= S_{\alpha_s}/m_s b & r &= (\omega/\omega_0)^2 \\
 [A] &= \begin{bmatrix} [A_0] & & & \\ & [A_1] & & \\ & & \ddots & \\ & & & [A_{N-1}] \end{bmatrix} & [A_r] &= \begin{bmatrix} l_{hhr} & l_{har} \\ l_{ahr} & l_{aar} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (9)$$

1.4 颤振判据

颤振边界由标准复特征问题 $([P] - r[I])\{Y\} = \{0\}$ 的特征值 r 确定。 r 与系统的复频率 ω 有如下关系:

$$i\omega/\omega_0 = i/\sqrt{r} = \bar{\mu} + i\bar{\gamma} \quad (10)$$

$\bar{\mu} < 0$ 时, 系统稳定; $\bar{\mu} > 0$ 时, 系统失稳, 颤振发生; $\bar{\mu} = 0$ 是颤与不颤的边界, 此时令 $K = K_F$, $\gamma = \bar{\gamma}_F$, $V = V_F$, 则叶栅的无量纲临界颤振速度为:

$$V_F/b\omega_0 = \bar{\gamma}_F/K_F \quad (11)$$

2 计算实例及分析

设叶片频差沿周向呈余弦分布, 计算三组叶栅的颤振边界, 叶栅参数见表1。

表1 叶栅参数

| | N | S/C | μ_s | η | x_{s_1} | r_{s_1} | ξ | $\omega_{b_1} / \omega_{s_1}$ |
|---------|----|-----|---------|--------|-----------|-----------|-------|-------------------------------|
| 前扭心叶栅 | 12 | 1 | 225 | 25% | 0.5 | 0.5774 | 45° | 0.239 |
| 后扭心叶栅 | 12 | 1 | 225 | 75% | -0.5 | 0.5774 | 45° | 0.239 |
| 扭-重重合叶栅 | 12 | 1 | 225 | 50% | 0 | 0.5774 | 45° | 0.636 |

计算结果见图1、图2、图3。由图可见, BT失调和T失调可使临界颤振速度有较大提高, 而B失调则使临界颤振速度提高较小; 当叶片的弯心与重心重合时, 如取扭转频率调谐, 即使弯曲频率失调幅度再大对颤振边界也无影响。这可能与叶片颤振频率有关, 因计算表明, 颤振时叶片作扭转振动(弯心与重心重合), 或作主导扭转振(弯心与重心不重合)。由此可得到以下看法: 即只有当叶片频率失调阶次和叶片的颤振频率接近时, 失调才能有效地抑制颤振; 在一定范围内, 其抑制程度随失调幅度的加大而增加。

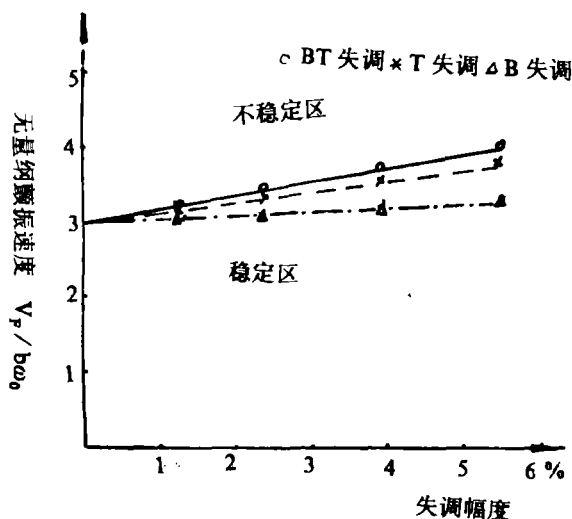


图1 失调阶次及失调幅度

对叶栅颤振边界的影响

($\zeta_{b_1} = \zeta_{s_1} = 0.002$, $\eta = 25\%$)

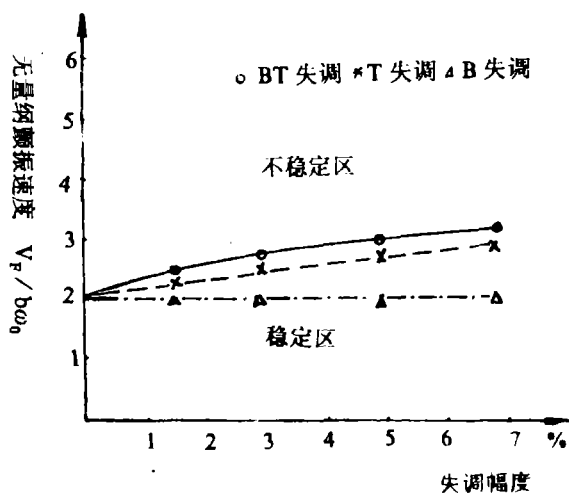


图2 失调阶次及失调幅度

对叶栅颤振边界的影响

($\zeta_{b_1} = \zeta_{s_1} = 0.002$, $\eta = 50\%$)

失调可以抑制颤振, 但却使某些叶片的强迫振动幅值增大, 即对强迫振动产生不利影响。文献[7]指出, 强迫振动时, 如果激振力的频率 $\omega_{\text{激}}$ 接近于叶片的某一阶固有频率, 就使那一阶的固有频率调谐, 此时强迫响应幅值的增加将是不明显的。为此可以设想, 若已知最强激振力的频率 $\omega_{\text{激}}$ 及叶片的颤振频率 ω , 那么可以使叶片接近 ω 的那阶频率失调, 而使接近 $\omega_{\text{激}}$ 的那阶频率调谐, 这样既可有效地抑制颤振, 而又不会使强迫振动响应幅值

明显增加。

由理论计算和实验可知,离心力对叶片的一阶弯曲频率影响较大,而对一阶扭转频率影响则较小。因此弯扭频率比的变化可以反映出离心力效应。随着转速的增大,离心力增大,弯扭频率比也增大。如当转速由零增加到 1.2 万转/分时,某叶片的弯、扭频率比由 0.2 增加到 0.6,所以离心力对叶栅颤振边界的影响,可用 ω_b/ω_a (弯、扭频率比) 的影响来表示。图 4 表示的是在不同 ω_b/ω_a 下前扭心叶型叶栅的颤振边界,从图中可以看出,随着 ω_b/ω_a 的增大,临界颤振速度也增大,即颤振边界后移。因此可以说,计及离心力效应后叶栅颤振边界后移,叶栅稳定性改善。此外,从图 4 中还可以看出,结构阻尼的增大也使颤振边界后移。

关于失调抑制颤振的机理研究目前还很不成熟。本文认为,叶栅失调后,各叶片以不同的频率和振幅振动,叶间相位差也随叶片的位置而变,因而各叶片之间、气流与叶片之间的能量传递较为困难,气动阻尼较大,需更多的能量才能使叶栅失稳,因而不易发生颤振。在一定的失调幅度范围内,随着失调幅度的增加,气动阻尼也随之增大,颤振更不易发生。借助于特征值分布图,知道特征值的实部 $\bar{\mu}$ 代表系统总阻尼的大小,反映系统的稳定性。当 $\bar{\mu} > 0$ 时系统失稳, $|\bar{\mu}|$ 越大,系统负阻尼越大,振幅增大越快;当 $\bar{\mu} < 0$ 时,系统稳定,此时 $|\bar{\mu}|$ 越大,系统正阻尼越大,振幅衰减越快,因而系统稳定性越好。

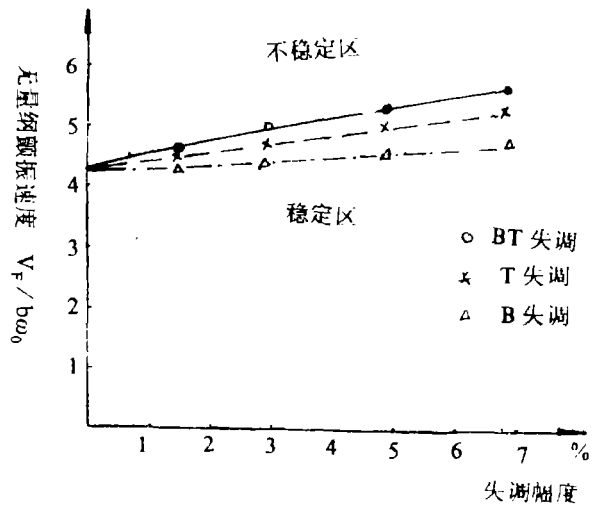


图 3 失调阶次及失调幅度对叶栅颤振边界的影响

$$\zeta_{b_1} = \zeta_{a_1} = 0.002, \eta = 75\%$$

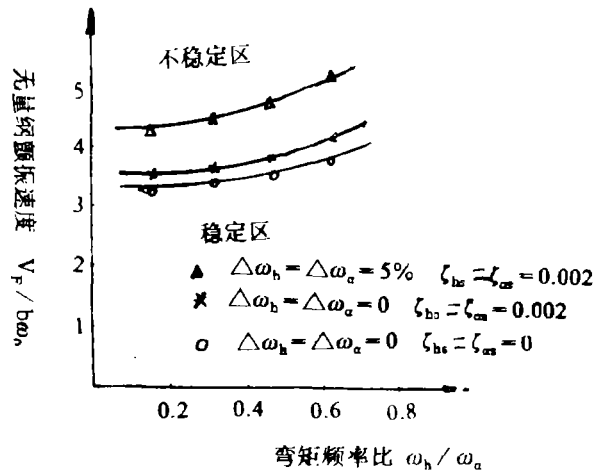
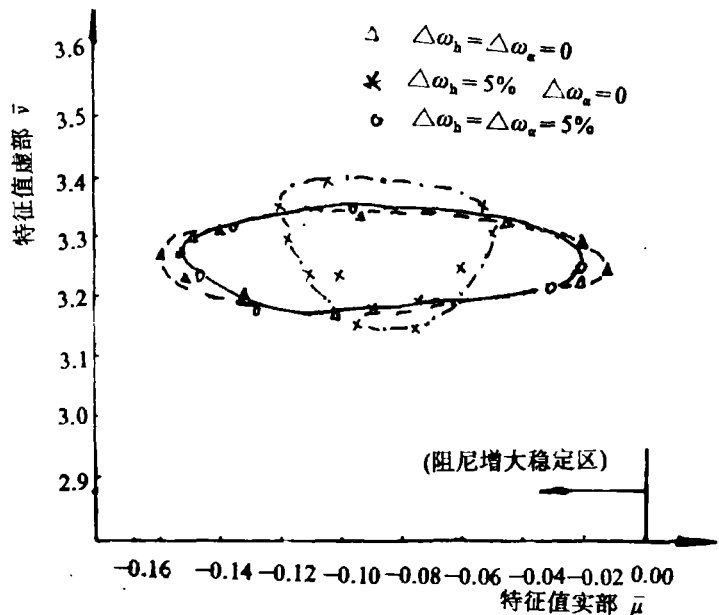


图 4 离心力效应对颤振边界的影响

图5是某一前扭心叶栅的特征值分布图 ($\mu < 0$), 从图中可以看出, 叶栅失调后, 系统的最小正阻尼增大 (结构阻尼一定, 因而最小气动阻尼增大), 最大正阻尼减小, 而系统的稳定性只取决于最小正阻尼。因此可较确切地说, 失调使叶栅系统的最小气动正阻尼增大是它能抑制颤振的根本原因。不同的失调阶次对颤振边界的影响不同, 也是由于最小气动正阻尼对不同失调阶次的敏感程度不同。



3 结 论

3.1 叶片频率失调可延迟颤振边界。在一定的失调幅度内, 随着失调幅度的增加, 颤振边界愈向后移。

3.2 不同的失调阶次对颤振边界的影响不同, 影响的大小取决于颤振时的振动阶次; 只有当和颤振频率接近的那一阶频率失调时, 才能有效地抑制颤振。

3.3 计及离心力效应后, 叶栅颤振边界后移。

3.4 结构阻尼可使颤振边界后移。

图5 特征值分布图(失调阶次及幅度)

$$\zeta_{h_1} = \zeta_{a_1} = 0.002, \eta = 25\%, K = 0.95$$

参 考 文 献

- (1) Bendiksen, O. and Friedman, P. Coupled Bending-Torsion Flutter in Cascade. AIAA J, Vol.18, No.2, 1980
- (2) Bendiksen, O.O. Flutter of Mistuned Turbomachinery Rotors. ASME A, Vol.106, No.1, 1984
- (3) Kielb, R.E. and Kaza, K.R.V. Effects of Structural Coupling on Mistuned Cascade Flutter and Response. ASME A, Vol.106, No.1, 1984
- (4) Kaza, K.R.V and Kielb, R.E. Flutter and Response of a Mistuned Cascade in Incompressible Flow. AIAA J, Vol.20, No.8, 1982
- (5) Kaza, K.R.V and Kielb, R.E. Couple Bending-Bending-Torsion Flutter of a Mistuned Cascade with Nonuniform Blades. AIAA paper 82-0726, 1982
- (6) 徐建民, 宋兆泓. 错频叶片转子稳定性分析. 北京航空航天大学405教研室, 1984
- (7) 樊会涛, 沈达宽. 叶片失调对盘片耦合振动的影响. 西北工业大学702教研室, 1986

- (8) 郭富印等. FORTRAN算法汇编(第三册). 国防工业出版社, 1980
- (9) 蔡肇云等. 航空发动机强度设计、试验手册. 叶片强度与振动计算分册. 第三机械工业部第六研究院, 1981

Effects of Blade Mistuning Order and Centrifugal on Cascades Flutter Boundaries

Chen Jinbo

(ZhengZhou Institute of Technology)

Abstract: The eigenvalue method is presented for determining the effects of blade mistuning (mistuning amplitude, mistuning order) and centrifugal effects on cascades flutter boundaries in incompressible flow. Result presented illustrate that mistuning has a beneficial effect on the cascade flutter; With the mistuning amplitude increasing, the flutter boundaries more move backward; Different mistuning orders have different effects on flutter boundaries, depending on in which order modal cascade flutter.

Keywords: flutter, vibration, acroelastic stability, blade