

# 经济区水资源优化分配的多目标 投入产出模型\*

吴泽宁

(郑州工学院水环系)

**摘 要:** 本文分析了经济区水资源优化分配的特点, 论述了经济区水资源优化分配应在保证国民经济稳步协调发展的前提下进行, 在此基础上建立了相应的经济区水资源优化分配的多目标投入产出模型, 并探讨了模型的求解方法。

**关键词:** 水资源, 投入产出分析, 多目标规划

## 1 经济区水资源优化分配

经济区是包括几个行政子区(县、市)的部分或全部的典型的大系统。水资源分配系统是经济区系统的一个子系统, 它由水源子系统、用水部门子系统和输水子系统组成。经济区水资源优化分配是将经济区水源子系统有限的可供利用的水资源, 通过输水系统合理地分配到各用水部门, 在满足一些特定条件的基础上, 求得社会经济效果最大。

**1.1 特点,** 由于水资源的特殊属性, 使得水资源分配涉及到国民经济的各个部门和人民生活的诸方面, 它对国民经济发展起着举足轻重的作用。

随着国民经济发展和人民生活水平的进一步提高, 经济区水资源分配不能仅仅追求直接经济效益最大, 而应追求包括经济区社会、政治、经济、技术和生态环境等诸方面的社会经济效果最大, 这体现了经济区水资源优化分配的多目标性。以上诸目标与经济目标密切相关, 但就经济目标本身而言, 应在保证国民经济协调发展的基础上, 才能谈直接经济效益最大。这是经济规律的要求, 同时又被我国多年来经济发展的实践所证实。所以, 在经济区水资源分配时考虑区内国民经济协调发展是至关重要的。

一定时期经济区内水资源子系统的可供利用的水资源量、输水子系统的输水能力及用水子系统的用水量是有限的, 这体现了经济区水资源分配的有限性。

经济区由各个子区组成, 经济区水资源分配系统也是由各子区的水资源分配系统组成, 这体现了经济区水资源分配的可分可加性及递阶性。

**1.2 解决途径,** 解决上述问题的方法应能反映问题的特性。多目标性用多目标规划来

---

\* 收稿日期: 1990.04

反映; 保证国民经济协调发展实质上是保证国民经济各部门投入产出平衡关系。数量经济学方法——投入产出分析<sup>[3]</sup>是反映部门间投入产出关系的有效手段, 故选用投入产出方法解决经济协调发展问题; 利用可分可加性, 采用大系统的建模技术来建立模型。

## 2 经济区水资源分配的多目标投入产出模型

**2.1 目标及目标函数:** 经济区水资源优化分配的目标是追求社会经济效果最大, 反映在保证国民经济稳步协调发展、政治、经济、技术、社会及生态环境诸方面。首先, 保证国民经济协调发展难以反映在目标函数中, 所以, 拟在模型的约束条件中考虑。其次, 政治、技术、社会和生态环境等方面目标的定量方法尚没得到解决, 拟用 AHP 方法建立这些目标和经济目标的关系<sup>[1]</sup>, 使其体现在经济目标中。

设经济区第  $k$  子区选定了  $ob(k)$  个具体目标, 第  $ob(k)$  个目标为供水费用, 则第  $k$  子区的目标函数表示为:

$$\max F_k(X^k) = [f_1(X^k), f_2(X^k), \dots, f_{ob(k)-1}(X^k), 1/f_{ob(k)}(X^k)] \quad (1)$$

$$\text{其中: } f_{ob}(X^k) = \sum_{j \in U(ob, k)} \sum_{i=1}^{mk(k)+N} C_{ij}^k x_{ij}^k \quad (2)$$

$$(ob = 1, 2, \dots, ob(k))$$

$$f_{ob}(X^k) = \sum_{i=1}^{mk(k)+N} \sum_{j=1}^{nk(k)} S_{ij}^k x_{ij}^k \quad (3)$$

$F_k(X^k)$  —  $k$  子区的目标函数;

$f_{ob}(X^k)$  —  $k$  子区选定的第  $ob(k)$  个目标;

$mk(k)$  —  $k$  子区的独立水源个数;

$nk(k)$  —  $k$  子区的用水部门个数;

$N$  — 各子区的共用水源个数;

$X^k$  —  $k$  子区的决策向量;

$ob(k)$  —  $k$  子区目标函数的个数;

$C_{ij}^k, S_{ij}^k$  — 分别表示  $k$  子区  $i$  水源供给第  $j$  部门单位水量的效益和费用系数。

在子区目标函数的基础上, 通过考虑各子区在经济区中的重要程度, 得到整个经济区水资源优化分配的目标函数:

$$\max F(X) = \sum_{k=1}^K \beta_k F_k(X^k) \quad (4)$$

式中:  $F(X)$  — 经济区的总体目标函数;

$X = (X^1, X^2, \dots, X^k, \dots, X^K)$  — 整个经济区的决策向量;

$\beta_k$  — 反映  $k$  子区重要程度的权重系数;

$F_k(X^k)$  — 意义同前。

## 2.2 约束条件

2.2.1 水源的供水量约束: 经济区内有同时向两个以上子区供水的共用水源和只能在子区内供水的独立水源, 则相应的约束条件为:

①共用水源供水量约束:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{nk(k)} x_{cj}^k \leq D_c; \quad (c = 1, 2, \dots, N) \quad (5)$$

其中:  $D_c$  — 第C共用水源的可供水量;

$x_{cj}^k$  — C共用水源供给k子区j部门水量。

②k子区独立水源供水量约束:

$$\sum_{j=1}^{nk(k)} x_{ij}^k \leq W_i^k \quad (6)$$

其中:  $W_i^k$  ( $i = 1, 2, \dots, nk(k)$ ) — k子区i水源的可供水量;

$x_{ij}^k$  — k子区i水源分配给j部门的水量。

2.2.2 k子区i水源向j部门的输水能力约束:

$$x_{ij}^k \leq V_{ij}^k \quad (7)$$

其中:  $V_{ij}^k$  ( $i = 1, 2, \dots, nk(k) + N$ ;

$j = 1, 2, \dots, nk(k)$ ) — k子区i水源向j部门的供水能力上限;

$x_{ij}^k$  — 意义同前。

2.2.3 各用水部门的需水量约束:

$$H_j^k \geq \sum_{i=1}^{nk(k)+N} x_{ij}^k \geq L_j^k \quad (8)$$

式中:  $H_j^k$ ,  $L_j^k$  — 分别表示k子区j部门用水量上、下限。

2.2.4 经济区各部门协调发展约束 (部间的投入产出关系):

$$\begin{cases} a_{11}Z_1 + a_{12}Z_2 + \dots + a_{1n}Z_n + Y_1 = Z_1 \\ a_{21}Z_1 + a_{22}Z_2 + \dots + a_{2n}Z_n + Y_2 = Z_2 \\ \vdots \\ a_{n1}Z_1 + a_{n2}Z_2 + \dots + a_{nn}Z_n + Y_n = Z_n \end{cases} \quad (9)$$

(9)式可简化为:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}Z_j + Y_i = Z_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

式中:  $a_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) — 直接消耗系数;

$Z_j = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{nk(k)+N} C_{ij}^k x_{ij}^k$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) — 表示第j部门的总产品; n为部门数;

$Y_j$ —第j部门的最终产品。

综上得经济区水资源优化分配的多目标投入产出模型如式(11)所示:

$$\begin{aligned} \max F(X) &= \sum_{k=1}^K \beta_k F_k(X^k) \\ \text{s.t.: } \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{nk(k)} x_{cj}^k \leq D_c \\ \sum_{j=1}^{nk(k)} x_{ij}^k \leq W_i^k \\ x_{ij}^k \leq V_{ij}^k \\ H_j^k \geq \sum_{j=1}^{mk(k)+N} x_{ij}^k \geq L_j^k \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} Z_j + Y_i = Z_i \end{array} \right. \end{aligned} \quad (11)$$

式中各符号意义同前。

### 3 模型(11)的求解

#### 3.1 多目标的处理

模型(11)中子区目标  $F_k(X^k) = [f_1(X^k), f_2(X^k), \dots, f_{ob(k)-1}(X^k), 1/f_{ob(k)}(X^k)]$  属向量优化问题, 考虑到经济水资源分配的特点及求解方便, 拟采用层次分析法(AHP)<sup>(2)</sup> 确定子区各目标权重; 使子区目标函数变为单目标。用 AHP 方法确定权重的同时可以充分考虑具体经济目标  $f_{ob}(X^k)$  ( $ob = 1, 2, \dots, ob(k)$ ) 对非定量目标的影响, 以求用  $ob(k)$  个目标尽可能反映社会经济效果<sup>(1)</sup>。

#### 3.2 模型中参数的确定

模型中前三类约束条件及目标函数中的参数经实践验证是可以确定的, 一旦第四类约束条件中的直接消耗系数可用适当的方法确定, 模型(11)便是一个线性规划, 该问题求解无疑。所以, 模型(11)求解的关键是确定直接消耗系数  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ 。从理论上讲,  $a_{ij}$  可以通过统计资料直接推出, 但根据我国统计资料的现状, 直接推出  $a_{ij}$  是十分困难的。为使模型在现有水平上得以应用, 必须探讨确定  $a_{ij}$  的间接方法。

#### 3.3 确定 $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ 的 AHP 方法

AHP 方法是一种能同时考虑定量和定性因素的多准则决策方法<sup>(2)</sup>。它通过分析构造求解问题的递阶层次结构模型, 在模型的基础上, 用科学的标度方法将人的思维判断定量化, 依量化数值计算出所需结果。

若经济区水资源优化分配问题已选定  $n$  个用水部门, 则它们之间的相互依赖关系可用投入产出表  $Z = \{Z_{ij}\}$  表示, 其中  $Z_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) 表示  $i$  部门投入到  $j$  部门的中间产品数量,  $i$  部门的最终产品记为  $Y_i$ , 则  $i$  部门生产的中间产品总数为  $Z'_i$ , 即:

$$\sum_{j=1}^n z_{ij} = z'_i \quad (12)$$

$n$ 个部门的中间产品数量之和为 $T$ , 即:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_{ij} = \sum_{i=1}^n z'_i = T \quad (13)$$

因为AHP方法只能求出相对值, 所以令投入产出表的相对值

$$z'_{ij} = \frac{z_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_{ij}} = \frac{z_{ij}}{T} \quad (14)$$

式(14)可进一步写成:

$$z'_{ij} = \frac{z_{ij}}{z'_i} \cdot \frac{z'_i}{T} \quad (15)$$

式(15)中,  $z'_i / T$ 表示 $i$ 部门生产的中间产品总数与所有各部门生产的全部中间产品的比例, 可直接通过建立判断矩阵来确定。这时构造判断矩阵时要回答的问题是: 任给两个部门哪个部门生产的中间产品更多? 由此判断矩阵所得的计算结果作为一个列向量记为  $\{z'_i / T\}$ 。

式(15)中  $z_{ij} / z'_i$  表示各部门消耗 $i$ 部门生产的中间产品的比例, 对所有部门消耗之和为1, 因此对任一 $i$ 值可用AHP方法求出一个归一化的特征向量  $\{z_{ij} / z'_i\}$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ), 将该向量作为一行向量 (第 $i$ 行), 对所有的 $i=1, 2, \dots, n$  求出相应的行向量, 便构成一个  $n \times n$  方阵  $\{z_{ij} / z'_i\}$  ( $i, j=1, 2, \dots, n$ )。

将  $\{z'_i / T\}$  与  $\{z_{ij} / z'_i\}$  各列元素一一对应相乘, 即得到用相对值表示的投入产出表。

$$Z' = \{z'_{ij}\} = \left\{ \frac{z_{ij}}{z'_i} \cdot \frac{z'_i}{T} \right\} = \left\{ \frac{z_{ij}}{T} \right\} = \begin{bmatrix} \frac{z_{11}}{T} & \frac{z_{12}}{T} & \dots & \frac{z_{1n}}{T} \\ \frac{z_{21}}{T} & \frac{z_{22}}{T} & \dots & \frac{z_{2n}}{T} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{z_{n1}}{T} & \frac{z_{n2}}{T} & \dots & \frac{z_{nn}}{T} \end{bmatrix}$$

若已知各部门生产的总的中间产品数 $T$  (由统计资料求出), 由  $Z = Z' \cdot T$   
 $= \{z_{ij} / T\} \cdot T$  得绝对值投入产出表:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad (17)$$

在式(17)的基础上利用投入产出表的基本平衡关系得:

$$Z'_i = \sum_{j=1}^n Z_{ij} \quad (18)$$

由直接消耗系数计算公式:  $a_{ij} = Z_{ij} / Z'_i$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) (19)

由式(19)即可求出模型中第 4 类约束条件所需的参数  $a_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ )。到此模型(11)的求解已不成问题。

综上所述, 模型(11)的求解步骤为: ①用 AHP 方法求出列向量  $\{Z'_i / T\}$  和  $n \times n$  阶方阵  $\{Z_{ij} / Z'_i\}$ ; ②由  $\{Z'_{ij}\} = \{Z_{ij} / Z'_i\} \cdot \{Z'_i / T\}$  得相对值投入产出表  $Z'$ , 并由  $Z = Z' \cdot T$  求出绝对投入产出表  $Z' = \{Z_{ij}\}$ ; ③由式(18)、(19)求出直接消耗参数  $\{a_{ij}\}$ ; ④根据统计资料求模型中的其它参数; ⑤调用改进单纯形法程序求解上述参数确定的模型得经济区水资源优化分配结果。

### 参 考 文 献

- (1) 吴泽宁, 蒋水心. 层次分析法在多目标决策中的应用初探. 郑州工学院学报, 1989年第4期
- (2) 许树柏. 层次分析法原理. 天津大学出版社, 1988
- (3) 沈士成, 于光中. 投入产出分析教程. 河南人民出版社, 1987

## Multiojective and Input-Output Model for Optimal Allocation of Water Resources in an Economic Region

Wu Zcning

(ZhengZhou Institute of Technology)

**Abstract:** In this paper, the character of optimal allocation of water resources in an economic region is analyzed. The author discusses that water resources in an economic region can only be allocated on the condition that the national economy develops steadily and coordinately. On the basis of what have been mentioned above, the multiojective and input-output model for optimal allocation of water resources in an economic region is established, and the solution method of the model is discussed.

**Keywords:** water resources, input-output analysis, multiple objective planning