

四边固支中心受集中力矩形薄板计算 程序及全息法和散斑法测试结果

马 要 武

(激光研究室)

提 要

本文用力法编制了四边固支中心受集中力矩形薄板问题的计算机程序,可计算各点的挠度、斜率、剪力和弯矩;并用双曝光全息干涉法和夹层全息干涉法以及四孔散焦散斑干涉法分别对其挠度和斜率进行了测试,结果较为满意,说明这几种方法能很好地用于板的测试。

关键词: 四边固支矩形薄板, 双曝光全息干涉法, 夹层全息干涉法, 四孔散焦散斑错位干涉法。

一、程序原理及结果

四边固支中心受集中力矩形薄板(图1)是工程中常见的结构形式,人们对此问题的研究已有多年了,其解法主要有力法(一种叠加法)^[1-2]、虚载荷法和正交调和函数法^[3],其中力法原理简单,得到的级数解收敛较快,是较为实用的方法。

力法先由一四边简支的矩形薄板开始,这个问题已有精确解答,然后假定包含待定系数的力矩分布在这平板的边缘。假如四边简支矩形薄板因中心受集中力产生的挠度为 w_1 ,把上述的力矩当作外力,它们产生的挠度和 w_1 叠加起来,然后调节这些力矩使在边界上适合边界条件 $\frac{\partial w}{\partial n} = 0$ 。这和结构力学中的方法相同。下面详细讨论这一方法。

对于四边简支中心受集中力矩形薄板问题,有解答^[1](对 $y > 0$ 有效)

$$w_1 = \frac{Pa^2}{2\pi^3 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^3} \cos \frac{m\pi x}{a} \left[\left(\operatorname{th} \alpha_m - \frac{\alpha_m}{\operatorname{ch}^2 \alpha_m} \right) \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a} - \operatorname{sh} \frac{m\pi y}{a} - \frac{m\pi y}{a} \operatorname{th} \alpha_m \operatorname{sh} \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a} \right] \quad (1)$$

式中 $\alpha_m = \frac{m\pi b}{a}$, $D = \frac{1-\mu^2}{12} Et^3$, t 为板厚

本文1986年11月7日收到。

$$\left(\frac{\partial w_1}{\partial y}\right)_{y=b/2} = \frac{Pa^2}{2\pi^2 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \left[-\operatorname{th}\alpha_m \cdot \alpha_m \cdot \operatorname{ch}\alpha_m + \left(\alpha_m - \frac{\alpha_m}{\operatorname{ch}^2 \alpha_m}\right) \operatorname{sh}\alpha_m \right] \quad (2)$$

沿边缘 $y = \pm b/2$ 分布的弯矩使板产生挠度, 考虑到对称性, 可用下面的级数来表示这些弯矩:

$$(M_y)_{y=\pm b/2} = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} A_m \cos \frac{m\pi x}{a} \quad (3)$$

相应的挠度及边缘处的转角为:

$$w_4 = -\frac{a^2}{2\pi^2 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} A_m \frac{1}{m^2 \operatorname{ch}\alpha_m} \cdot \cos \frac{m\pi x}{a} \left(\frac{m\pi y}{a} \operatorname{sh} \frac{m\pi y}{a} - \alpha_m \operatorname{th}\alpha_m \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a} \right) \quad (4)$$

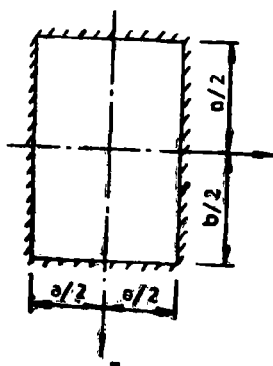


图1

$$\left(\frac{\partial w_4}{\partial y}\right)_{y=b/2} = -\frac{a}{2\pi D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} A_m \frac{1}{m} \cos \frac{m\pi x}{a} \cdot \left(\operatorname{th}\alpha_m + \frac{\alpha_m}{\operatorname{ch}^2 \alpha_m} \right) \quad (5)$$

沿边缘 $x = \pm a/2$ 分布的弯矩为:

$$(M_x)_{x=\pm a/2} = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} B_m \cos \frac{m\pi y}{a} \quad (6)$$

相应的挠度及边缘处的转角为:

$$w_7 = -\frac{b^2}{2\pi^2 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} B_m \frac{1}{m^2 \operatorname{ch}\beta_m} \cos \frac{m\pi y}{b} \left(\frac{m\pi x}{b} \operatorname{sh} \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \operatorname{th}\beta_m \operatorname{ch} \frac{m\pi x}{b} \right) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial w_7}{\partial y}\right)_{y=b/2} &= \frac{b}{2\pi D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} B_m \frac{1}{m \operatorname{ch}\beta_m} \left(\frac{m\pi x}{b} \operatorname{sh} \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \operatorname{th}\beta_m \operatorname{ch} \frac{m\pi x}{a} \right) \\ &= -\frac{1}{4D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{B_m}{\operatorname{ch}^2 \beta_m} \left(\operatorname{sh}\beta_m \operatorname{ch} \frac{m\pi x}{b} - 2x \operatorname{ch}\beta_m \operatorname{sh} \frac{m\pi x}{a} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

上式中括弧内的式子是 x 的偶函数, 在边缘 $x = \pm a/2$ 上为零, 这样的函数可以写成级数:

$$\sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} K_i \cos \frac{i\pi x}{a} \quad (9)$$

式中系数 K_i 可用下列计算:

$$K_i = \frac{2}{b} \int_{-a/2}^{a/2} \left(a \operatorname{sh} \beta_m \operatorname{ch} \frac{m\pi x}{b} - 2x \operatorname{ch} \beta_m \operatorname{ch} \frac{m\pi x}{b} \right) \cos \frac{i\pi x}{a} dx$$

由此得到

$$K_i = (-1)^{\frac{i-1}{2}} \frac{16ib}{m^3 \pi^2} \cdot \frac{a^2}{b^2} \cdot \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{i^2}{m^2} \right)^{-2} \operatorname{ch}^2 \beta_m$$

因此式(8)成为:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial w_7}{\partial y} \right)_{y=b/2} &= -\frac{4a^2}{\pi^2 D b} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{B_m}{m^2} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \\ &\quad (-1)^{\frac{i-1}{2}} i \cdot \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{i^2}{m^2} \right)^{-2} \cos \frac{i\pi x}{a} \end{aligned} \quad (10)$$

由于周边是固支的,边缘不能转动,所以对于边缘 $y = \pm b/2$,有:

$$\left(\frac{\partial w_1}{\partial y} \right)_{y=b/2} + \left(\frac{\partial w_4}{\partial y} + \frac{\partial w_7}{\partial y} \right)_{y=b/2} = 0 \quad (11)$$

将式(2), (5)和式(10)代入上式,并且将包含因子 $\cos \frac{i\pi x}{a}$ 的项合在一起,那么由

方程(11)对于任意 x 值都成立,可知对于每一个 i 值,因子 $\cos \frac{i\pi x}{a}$ 的系数一定等于零,这样就得到系数 A_i , B_i 的无穷多个线性方程:

$$\begin{aligned} \frac{1}{i} \left(\operatorname{th} \alpha_i + \frac{\alpha_i}{\operatorname{ch}^2 \alpha_i} \right) A_i + \frac{8ia}{\pi b} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{B_m}{m^2} \cdot \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{i^2}{m^2} \right)^{-2} \\ = (-1)^{\frac{i-1}{2}} \frac{P}{\pi i^2} \cdot \frac{\alpha_i \operatorname{th} \alpha_i}{\operatorname{ch} \alpha_i} \end{aligned} \quad (12)$$

同理, $x = \pm a/2$ 的转角等于零,有:

$$\begin{aligned} \frac{1}{i} \left(\operatorname{th} \beta_i + \frac{\beta_i}{\operatorname{ch}^2 \beta_i} \right) B_i + \frac{8ib}{\pi a} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{A_m}{m^2} \cdot \left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{i^2}{m^2} \right)^{-2} \\ = (-1)^{\frac{i-1}{2}} \frac{P}{\pi i^2} \cdot \frac{\beta_i \operatorname{th} \beta_i}{\operatorname{ch} \beta_i} \end{aligned} \quad (13)$$

上两式是两个包含有无穷多个未知数的无穷线性方程组,将它们联立求解,可得到 A_i , B_i ($i=1, 3, 5, \dots$), 由式(3)和式(5)知,这样就得到了边缘分布弯矩的精确值,因此四边固支中心受集中力的矩形板问题也就精确解决了。但是,完全求解无穷线性方程

组是不可能的, 我们只有令高频分量等于零, 即 $A_i = B_i = 0$ ($i > n$ 时), 这时无穷线性方程组就化为只含有有限个未知数的有限线性方程组, 求解这一方程组就得到了近似解, 根据不同精度要求, 可以调节未知数的个数以满足其要求。

有穷线性方程组的解法可以通过迭代法很方便的求出, 为此将式 (12) 和式 (13) 写成便于迭代的形式:

$$A_i = \left[\frac{1}{i} \left(\operatorname{th} \alpha_i + \frac{\alpha_i}{\operatorname{ch}^2 \alpha_i} \right) \right]^{-1} \left[(-1)^{\frac{i-1}{2}} \frac{P}{\pi i^2} \cdot \frac{\alpha_i \operatorname{th} \alpha_i}{\operatorname{ch} \alpha_i} - \frac{8ia}{\pi b} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{B_m}{m^2} \cdot \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{i^2}{m^2} \right)^{-2} \right] \quad (14)$$

$$B_i = \left[\frac{1}{i} \left(\operatorname{th} \beta_i + \frac{\beta_i}{\operatorname{ch}^2 \beta_i} \right) \right]^{-1} \left[(-1)^{\frac{i-1}{2}} \frac{P}{\pi i^2} \cdot \frac{\beta_i \operatorname{th} \beta_i}{\operatorname{ch} \beta_i} - \frac{8ib}{\pi a} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{A_m}{m^2} \cdot \left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{i^2}{m^2} \right)^{-2} \right] \quad (15)$$

迭代顺序如下: 首先令式 (14) 中的 $B_i = 0$, 这样得到了一组 A_i , 然后将得到的 A_i 代入式 (15) 中, 求得一组 B_i , 这就完成了一次逼近; 当进行第二次逼近时, 将第一次的逼近结果中的 B_i 代入式 (14) 去求解 A_i , 然后由求得的 A_i 代入式 (15) 求出 B_i ; 如此进行多次逼近, 就可求得 A_i, B_i 。

若 $b \geq a$, 则板中的最大弯矩出现在 $x = a/2, y = 0$ 处, 由式 (6) 得,

$$M_{\max} = (M_x)_{x=a/2, y=0} = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} B_m \quad (16)$$

由式 (1), (4) 和式 (7), 可求出挠度:

$$w = w_1 + w_4 + w_7 \quad (17)$$

最大挠度出现在板中心, 即

$$w_{\max} = (w)_{x=y=0} \quad (17)$$

有了板的挠度, 就可根据公式求出斜率、剪力、弯矩等。

在编写的程序中, 对于不同的长宽比 b/a , 可以计算 A_i 和 B_i , 最大弯矩以及各点挠度、斜率、弯矩。考虑到对称性, 只需计算四分之一板上各点各量。

为了观察由20个边缘分布弯矩系数决定的精度, 将长宽比 $b/a = 1.0$ 时四分之一板划分成 11×11 的网格, 计算了每一网格点上的挠度和斜率、最大弯矩。由对称性分析知最大弯矩精度在万分之一以上, 挠度精度在千分之一以上, 斜率精度在百分之一以上。若只取七个边缘分布弯矩系数 A_i, B_i , 结果表明此时求得的最大弯矩与取20个系数时的最大弯矩相差不到千分之一, 挠度相差不到千分之三, 斜率相差不超过千分之十五。由此可知得到的挠度、斜率和最大弯矩的级数解收敛性很好, 只需将头七项求和就可以得到满意的结果。

表1给出了不同的长宽比 b/a 时的最大挠度和最大弯矩。由表看出, 当 $b/a > 2.5$ 时, 最大挠度和最大弯矩没有变化, 可按 $b/a = 2.5$ 来处理。

表1 不同长宽比时的最大挠度和最大弯矩

b/a	1	1.2	1.4	1.5	1.6	1.8
$w_{\max}(10^{-3}\text{Pa}^2/D)$	5.610	6.473	6.919	7.040	7.119	7.199
$M_{\max}(P)$	0.1258	0.1492	0.1605	0.1634	0.1652	0.1669
b/a	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	
$w_{\max}(10^{-3}\text{Pa}^2/D)$	7.228	7.240	7.240	7.240	7.240	
$M_{\max}(P)$	0.1675	0.1677	0.1677	0.1677	0.1677	

为了便于和实验值比较, 计算了当加载量为 $1\mu\text{m}$, 长宽比 $B/A = 1.5$ 时分点的挠度和斜率见下表。

表2 $X = 0$ 处的挠度、斜率值

坐标 Y/b	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$w(\mu\text{m})$	1	0.7909	0.4913	0.2396	0.068	0
$\partial w/\partial y(10^{-5})$	0	2.191	2.112	1.585	0.9310	0

二、用双曝光全息干涉法和夹层全息干涉法进行测试

(一) 用双曝光全息干涉法进行测试

右图是用双曝光全息干涉法测四边固支中心受集中力矩形薄板挠度的实验布置图。

矩形薄板试件尺寸是 $120 \times 90 \times 3\text{mm}$ 的硬铝板, 四边夹持在两个刚性很大的方框之间以形成固支边界条件, 矩形薄板后面中心用螺钉加载同时千分表顶在螺钉上以控制加载量。试件表面涂有银粉以增加漫反射效果。

第一次曝光后, 用螺钉加载 $10.0\mu\text{m}$, 然后进行第二次曝光, 全息干板采用Agafa 10E75。反拍时为了得到颗粒细腻的照片, 应尽可能增大光圈, 考虑到需要一定的景深, 因此用F4的光圈进行反拍, 拍摄时用柯达SO-253全息软片以获得高反差。冲洗后的照片见图3。

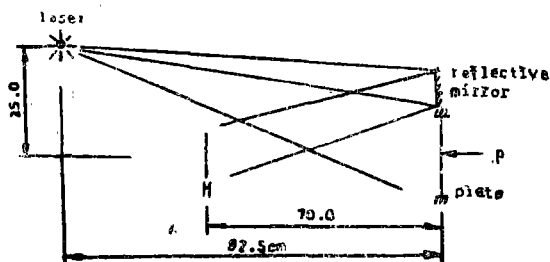


图2 全息干涉法测试光路

(二) 用夹层全息干涉法进行测试

1974年Nils Abramson提出夹层干涉法^[4], 它是用两张底片分别记录了物体两种变形

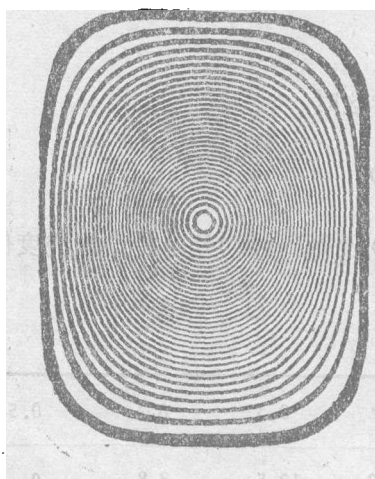


图3 双曝光全息干涉法测试结果



图4 夹层全息干涉法测试结果

的光波,当处理后的两张底片复位后再再现时,对应两种状态的光波相互干涉,在空间形成干涉条纹,这些干涉条纹反应了物体两种变形之间的相对位移情况,正是由于干涉条纹要反应后两者的位移情况,因此可以整体调节或相对调节这两张底片的位置以改变被测物体上的条纹疏密程度和参照物上的条纹疏密程度,从而达到补偿或消除刚体位移判定物体移动方向、方便测读数据、提高测试精度等目的。

夹层全息干涉法需用一个稳定的干板架,本试验采用Nils Abramson提供的干板架,这种干板架依靠干板的自重很方便地复位。

矩形板试件、测试光路及加载方法与双曝光全息干涉法完全相同,加载量为 $10.5\mu\text{m}$ 。

两块干块处理后放回干板架上再现,这时第二次曝光的全息图先放在干板架上,第一次曝光的全息图再紧贴着它也放回干板架上,由于在第一次曝光时所用的透明玻璃与全息图干板玻璃相同,因此这两张全息图基本上都得到了复位。用眼睛观察全息象,发现矩形板边框有一条纹,故条纹图略有点不对称。这是由于两块玻璃不可能完全相同,从而使得两块干板相对不能完全得到复位。条纹随着眼睛的移动有飘移。用单镜头反光照相机观察,发现条纹并不定位在试件表面上,可用小光圈进行反拍,因而照片颗粒较粗。本实验采用Agafa 10E7⁵拍摄全息图,反拍时用柯达SO-253全息软片,反拍光圈是F16,冲洗后的照片见图4。

由于板尺寸较小,照明光源和干板的距离较远,因此可认为是平行光照明和垂直试件进行观察,照明倾斜角为:

$$\theta = \arctg \frac{25.0}{92.5} = 15^\circ 7' \quad (18)$$

由于板较薄,且加载量不大,故取板前表面的位移等于板中面的挠度 w ,所以变形后的位相差计算式为:

$$\begin{aligned} \delta &= (\vec{K}_2 - \vec{K}_1) \cdot \vec{W} \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} (1 + \cos\theta) w \end{aligned}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 1.965w$$

当 $\delta = 2\pi N$ ($N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 时出现亮条纹, 这时

$$w = \frac{\lambda}{1.965} N = \frac{0.6328}{1.965} N = 0.322N \text{ (}\mu\text{m)} \quad (20)$$

从图3和图4分别读取条纹级数 N , 代入式 (20) 便得到 $x = 0$ 处一些点的挠度值见表 3 和表 4, 它们与理论值 (表 2) 比较见图 5。

表3 双曝光全息法测试结果

坐标 Y/B	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
条纹级数 N	35.1	28.8	19.2	10.5	3.8	0
w (μm)	11.30	9.27	6.18	3.38	1.22	0

表4 夹层全息法测试结果

坐标 Y/B	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
条纹级数 N	31.8	26.0	17.4	10.0	3.9	0
w (μm)	10.24	8.37	5.60	3.22	1.25	0

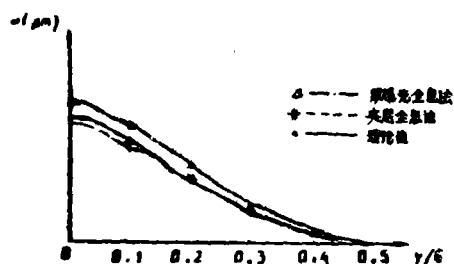


图5

三、用四孔散焦错位干涉法进行测试

四孔散焦散斑错位干涉法是 Y.Y.Hung 于 1975 年提出的^[6], 它是一种复合错位干涉法, 能进行四个方向的错位, 给出四幅条纹图, 但独立的条纹图只有两幅^[6]。

四孔散焦错位干涉法原理如图 6 所示。将一个具有四个小孔的挡光板 (图 7) 放在普通照相机的镜头处, 然后对物体进行成像, 但不聚焦在

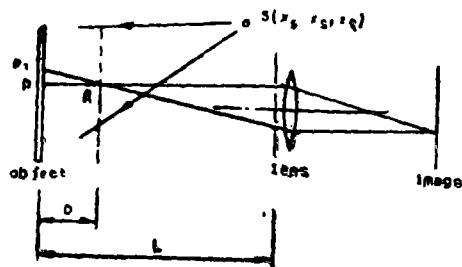


图6 四孔光路图

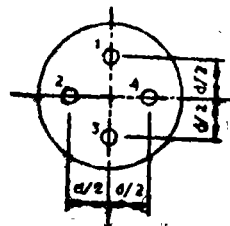


图7 四孔板

物体表面,而是聚焦在物体前面或后面。这时从物体不同点发出的光线在分别通过不同小孔进行成像后在象面上汇交于一点,由于物体被相干光源照明,因此这些光线在象面上进行干涉,同时还要产生散斑,即象面上的散斑要受到干涉条纹的调制,每一粒散斑中都有干涉条纹。图8是四孔法的频谱密度。

物体变形前后,对物体进行两次曝光,便得到双曝光散斑图,它隐含了物体变形的信息,通过滤波可以得到表示变形的条纹图。对于四孔法来说,可得四幅条纹图,

为了说明四孔法条纹形成的原理,现只考虑通过小孔1和通过小孔3的光线干涉的情况,并认为小孔2和4都不存在。

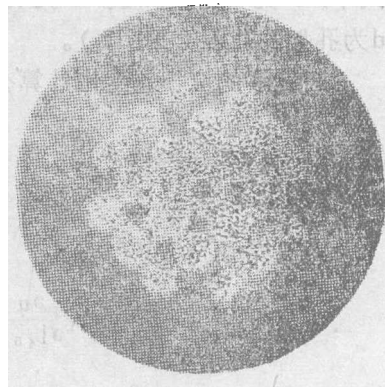


图8 四孔法频谱

物体变形前后,当分别通过两孔的光波的位相差变化为 $2N\pi$ ($N=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 时,则该点的散斑场在变形前后是一样的,即散斑场在该点相关。这时双曝光散斑图上该点的散斑特性与变形前后每次曝光的散斑特性完全相同。该点的频谱密度由图8中Y轴上的各衍射谱和零频所组成。当位相差变化为 $(2N+1)\pi$ ($N=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 时,该点的散斑场在变形前后的黑度密度正好互补,即若变形前黑度大则变形后黑度小,若变形前黑度小则变形后黑度大,因此可以说变形前后的散斑场在该点是不相关的,该点的散斑场与分别通过两个小孔进行曝光然后将这两个散斑场进行非相干叠加所得到的总散斑场一样,因此该点的反差较小,频谱密度主要集中在零频附近。

如果将双曝光散斑图进行高频滤波,即只让从位相差变化为 $2N\pi$ ($N=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 的那些点衍射出的光(如图9中Y轴上的衍射光)通过滤波孔,即可在输出面上得到条纹图,

当

$$\Delta = 2N\pi \quad (N=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (21)$$

时,出现亮条纹,当

$$\Delta = (2N+1)\pi \quad (N=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (22)$$

时,出现暗条纹。

上面讨论了通过小孔1和3的光波干涉的情况,对于通过小孔2和4,1和2,3和4的光波干涉的情况,也可作同样的讨论。因此,通过四个方向的高通滤波分别让四个方向上的高频衍射波通过滤波孔,就可得到四张条纹图,其中只有两张是独立的,因任意三张是线性相关的^[6]。

四孔法的错位量可由图6中的相似三角形关系算出:

$$\left. \begin{aligned} \delta x = \delta y &= \frac{dD}{L-D} \\ \delta l_{46} = \delta l_{46} &= \sqrt{\frac{dD}{2(L-D)}} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中, D 为物方散焦量; L 为孔板到物体的距离, 由于孔板与镜头在一起, 所以 L 也为物距, d 为孔板的孔距(见图7)。

四孔法的位相差变化计算公式与利用光楔的散斑错位干涉法^[8]公式相同, 可写为:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_x &= \frac{2\pi}{\lambda} \left[A \frac{\partial u}{\partial x} + B \frac{\partial v}{\partial x} + C \frac{\partial w}{\partial x} \right] \delta x \\ \Delta_y &= \frac{2\pi}{\lambda} \left[A \frac{\partial u}{\partial y} + B \frac{\partial v}{\partial y} + C \frac{\partial w}{\partial y} \right] \delta y \\ \Delta_{45} &= \frac{2\pi}{\lambda} \left[A \frac{\partial u}{\partial l_{45}} + B \frac{\partial v}{\partial l_{45}} + C \frac{\partial w}{\partial l_{45}} \right] \delta l_{45} \\ \Delta_{-45} &= \frac{2\pi}{\lambda} \left[A \frac{\partial u}{\partial l_{-45}} + B \frac{\partial v}{\partial l_{-45}} + C \frac{\partial w}{\partial l_{-45}} \right] \delta l_{-45} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{x-x_0}{R_0} + \frac{x-x_s}{R_s} \\ B &= \frac{y-y_0}{R_0} + \frac{y-y_s}{R_s} \\ C &= \frac{z-z_0}{R_0} + \frac{z-z_s}{R_s} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

为错位灵敏系数。而

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2} \\ R_s &= \sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_s)^2} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

用四孔法测试四边固支中心受集中力距形薄板光路参见图2, 只是在全息干板的位置换成四孔错位照象机。试件与加载方法完全和全息干涉法相同。

试件变形前后进行两次曝光, 加载量为 $30.0\mu\text{m}$ 。底片为柯达SO-253, 经处理后, 放入非共轴的傅里叶滤波光路^[7]中进行高通方向滤波, 双曝光散斑图的频谱晕如图8所示, 转动物面进行四个方向的高通滤波得条纹图如图9所示。



(a) x方向错位



(b) y方向错位



(c) 45° 方向错位



(d) -45° 方向错位

图9 测试结果

与上节式(20)相似, 位移导数可按式计算:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial x} &= 0.322 \times 10^{-6} \frac{N_x}{\delta x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} &= 0.322 \times 10^{-6} \frac{N_y}{\delta y} \\ \frac{\partial w}{\partial l_{45}} &= 0.322 \times 10^{-6} \frac{N_{45}}{\delta l_{45}} \\ \frac{\partial w}{\partial l_{-45}} &= 0.322 \times 10^{-6} \frac{N_{-45}}{\delta l_{-45}} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

错位量为:

$$\delta_x = \delta_y = 1.4 \text{ mm} \quad (28)$$

从图9(b)读取条纹级数 N_y , 代入式(27)中的第二式得 $x=0$ 处一些点的位移导数见表5, 它们与理论值(表2)比较见图10。

表5 四孔散焦散斑错位干涉法测试结果 ($x=0$)

坐标 Y/b	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
N_y	0	2.4	2.7	2.2	1.3	0
$\partial w / \partial y (\times 10^{-6})$	0	55.2	62.1	50.6	29.9	0

四、结 语

在求解无穷线性方程组时, 本文应用了迭代法进行了计算, 与文献[2]所介绍的方法不同, 但迭代法简便, 易用计算机运算, 精度也可得到保证, 当边缘分布弯矩系数取值较少时, 与文献[2]的结果完全吻合。而且, 由于采用了计算机计算, 使得边缘分布弯矩系数

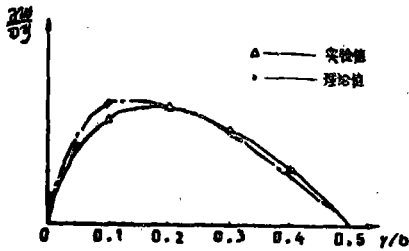


图10

可大大增加,从而提高了精度。

利用力法可类似地求解同样边界条件的矩形薄板在其它荷载作用下的问题。

本文应用全息干涉法和四孔散焦散斑错位干涉法对这一薄板的测试,结果较为满意。这两种方法对离面位移或离面位移梯度很灵敏,能很好地用于板的测试问题中。

参 考 文 献

- [1] S.Timoshenk, Proceeding of the fifth international congress of applied mechanics, (1938), 40
- [2] D.Young, J.Appl.Mech., 6, (1939), A-114.
- [3] 中国科学院数学研究所力学研究室专刊,乙种第2号《弹性薄板的小挠度平衡问题》,中国科学院,(1955) 22-50, 66-75.
- [4] N.Abramson, Appl.Opt., 13, (1975), 2019.
- [5] Y.Y.Hung, R.E.Rowlands and I.M.Daniel, Appl.Opt., 14, (1975), 618.
- [6] Ke Jingtang, Ma Yaowu and Zhao Caifu, Proceeding of SPIE, 599, (1986).
- [7] 马要武、柯敬唐,实验力学, 1, 4(1986), 368.
- [8] 马要武,激光散斑复合错位干涉法及其在应变分析的应用,郑州工学院硕士论文,(1985).

A COMPUTER PROGRAM AND THE MEASUREMENTS BY HOLOGRAPHY AND SPECKLE METHODS ON THE RECTANGULAR THIN PLATE CLAMPED ALONG THE FOUR EDGES LOADED BY A CONCENTRATED FORCE

Ma Yaowu

(Laser Research Laboratory, Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract

A computer program was made in this paper by using the force method on the problem of the rectangular thin plate clamped along the four edges loaded by a concentrated force, with which the deflections, gradients, shearing forces, moments at arbitrary point on the plate can be calculated. the deflections and gradients were also measured in this paper by using double exposed holographic interferometry, sandwich holographic method and four-hole misfocusing speckle interferometry, and the results were satisfactory and indicated that these techniques are efficient for the plate measurements.

KEYWORDS: rectangular thin plate clamped along the four edges, double exposed holographic interferometry, sandwich holographic interferometry, four-hole misfocusing speckle interferometry.