化工设备中有关流体旋转运动的分析

陆 美 娟

（化 工 系）

提　　要

本文对离心泵、旋风分离器及离心机等化工设备中的流体旋转运动问题按非惯性系中牛顿第二定律进行了统一阐述和分析，明确了所谓"惯性离心力"的定义和概念。

关键词：设备　流体流动　惯性离心力

在诸如离心泵、旋风分离器、离心机等化工设备中都存在流体的旋转运动以及颗粒在旋转流场中的运动问题。有关化工过程和设备的书籍在处理这些问题时常常简单地采用"离心力"的概念加以表述，但又没有明确地对这个概念进行定义，这就容易使人感到困惑，甚至感到在不同场合下的描述和公式推导前后矛盾，因此有必要对这类问题作统一处理。本文拟用非惯性系中的牛顿第二定律在经向上的分量表达式来计算和分析。

一、惯性系、非惯性系与惯性离心力

描述物体运动时，首先必须说明它是相对于哪一个参考系。惯性系是指静止或作匀速直线运动的座标系。非惯性系是指相对于惯性系作加速运动（包括直线加速运动或圆周运动）的座标系。

由力学已知：　绝对速度$\vec{V}_a$ = 相对速度$\vec{V}_r$ + 牵连速度$\vec{V}_e$

绝对加速度$\vec{a}_a$ = 相对加速度$\vec{a}_r$ + 牵连加速度$\vec{a}_e$ + 哥氏加速度$\vec{a}_k$

在惯性系中，根据牛顿第二定律，外力为$\vec{F}$，观察到的加速度为$\vec{a}_a$，得到：$\vec{F} = m\vec{a}_a$。

而在非惯性系中，$\vec{F}$仍为系统受到的外力，相对于非惯性系观察到的系统的相对加速度为$\vec{a}_I$，此时第二定律可改写为：

$$\vec{F} + (-m\vec{a}_e) + (-m\vec{a}_k) = m\vec{a}_I$$

当非惯性系相对惯性系作角速度为ω的圆周运动时，$(-ma_e) = (-m\omega^2 r)$，（r—旋转半径）；在惯性系中观察到的向心力是外力，其值等于$m\omega^2 r$，而在非惯性系中$(-ma^2 r)$称为惯性离心力，方向为径向向外。

$(-m\vec{a}_k)$称为哥氏惯性力，它与哥氏加速度方向相反，总是垂直于相对速度方向，当只考虑流体质点沿其相对运动方向受力情况时，它在运动方向上的分量为零。在这里讨论的

本文1986年11月14日收到。

问题中一般可不予涉及。

因此，在相对于惯性系作等角速圆周运动的非惯性系中，质量m的物体受到一个径向 向外的惯性离心力（$-m\omega^2r$）的作用。在外力和惯性离心力的作用下，物体相对于 非惯性系发生一个相对加速度$\vec{a}_r$。惯性离心力只是相对于非惯性系而存在，由此看来，一般书籍中所遇到的“离心力”的概念，应当明确指出，它是相对于非惯性系而言的惯性离心力。

二、流体旋转的向心力

在理想流体的等角速旋转时，流体质点上受到外力(向心力）是由于压力梯度造成的。

在等角速旋转流体中，如图1所示，取出长dl、宽dr、厚dh的微元流体来考察，其旋转半径为r，在径向存在压力梯度dP/dr，微元体内侧作用的压力为P，外侧为$p+(dp/dr)\cdot dr$。

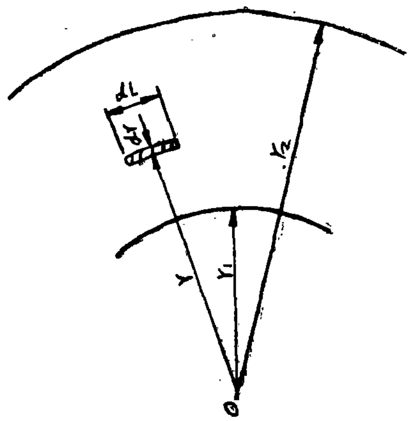

图　1

在r方向上微元体受到的作用力（规定径向向内的作用力为（＋），向外为（－），并忽略高阶无穷小项）：

$$[(p+(dp/dr)dr)-p]\cdot(dl\cdot dh)$$

假设流体作整体旋转，且不发生径向流动，$\omega=$常数，由惯性系中的牛顿第二定律得：

外力的合力＝质量×向心加速度

即　$$[(p+(dp/dr)dr)-p](dl\cdot dh)=(dm)\times\omega^2r$$

而　$$dm=\rho dv=\rho dl dr dh$$

∴　$$dp=\rho\omega^2 r dr,\qquad dp/dr=\rho\omega^2 r$$

假定流体为不可压缩，$\rho=$常数。将上式积分：

$$\int_{p_1}^{p_2}dp=\rho\omega^2\int_{r_1}^{r_2}r dr$$

可得：　$$p_2-p_1=\rho\omega^2\frac{r_2^2-r_1^2}{2}$$　　而　$u_T=\omega\gamma$　为切线速度

∴得：　$$\frac{p_2-p_1}{\rho}=\frac{u_{T2}^2-u_{T1}^2}{2}$$

由上分析可知，流体内部径向存在一定的压力梯度是流体作旋转运动的根据，这个压力梯度提供了流体质点作旋转运动所需的向心力。

三、离心泵方程（理想流体，无限多叶片）

在离心泵叶轮两叶片间取出一截面积为ds、长度（沿叶片方向上）为dl、质量为dm的

微元液体（理想流体），当相对于旋转叶轮这个非惯性系进行观察时，在微元上同时作用有外力和惯性离心力，由于液体跟随叶轮作等角速旋转，在流动方向上存在压力梯度 dp/dL，这是质点受到外力的来源。如只考虑在流动方向上（相对运动方向上）的受力情况，则：

$F=[(p+(dp/dL)dL)-p]ds=dpds$

方向向内（+）

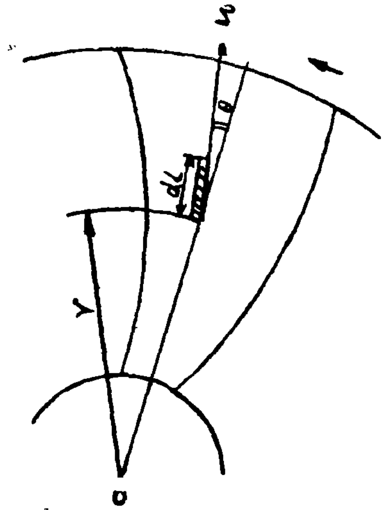

图 2

径向的惯性离心力 $\vec{F}_e$ 在流动方向上的分量：

$(F_e)_{流}=(dm)\cdot\omega^2 r\cos\theta$ 方向向外（－）

在合力作用下，质量为dm的微元流体流动方向上的加速度分量为

$a_r=\dfrac{dw}{dt}$，由于流道由里向外变宽，W由里向外逐渐减小，所以得 $ma_r=-dm\dfrac{dw}{dt}$

（加负号使满足向内为正）于是得到：

$$dpds+(-dm\,\omega^2 r\cos\theta)=-dm\frac{dW}{dt}$$

$$\because\quad dm=\rho dv=\rho dsdL,\qquad dL\cos\theta=dr,\qquad W=\frac{dL}{dt}$$

$$\therefore\quad dp\cdot ds-\rho dsdL\,\omega^2 r\cos\theta=-\rho dsdL\frac{dW}{dt}$$

$$dp-\rho\,\omega^2\gamma dr=-\rho WdW$$

叶轮转速一定，ω＝常数，液体 ρ＝常数，则上式沿流道从叶片入口1－1截面到出口2－2截面间积分：

$$\int_{p_1}^{p_2}\frac{dp}{\rho}=\omega^2\int_{r_1}^{r_2}rdr-\int_{w_1}^{w_2}wdw$$

得：
$$\frac{p_2-p_1}{\rho}=\frac{u_2^2-u_1^2}{2}-\frac{w_2^2-w_1^2}{2}=\frac{u_2^2-u_1^2}{2}+\frac{w_1^2-w_2^2}{2}$$

此即所求离心泵方程。

四、旋风分离器中的尘粒运动

假设：（1）尘粒是球形颗粒；

（2）尘粒任一瞬间具有与流体相同的切线速度；并相对于旋转流体作径向向外运动。

以旋转流体为非惯性系，则在尘粒运动方向上尘粒受到的力有：

1）若流体以一定的角速度 ω 旋转，流场内就存在压力梯度，流体微团受到向心力，其值为：$m\omega^2\gamma$，方向向里（+），（外力）这里 $m=\rho v$ 为流体微团的质量，V为流体微团的体积，ρ 为流体密度。$\therefore m\omega^2 r=\rho V\omega^2 r$，此值为实际受到的向心力的大小。因此在流场相应位置处，同体积固体尘粒也会受到这一力的作用。

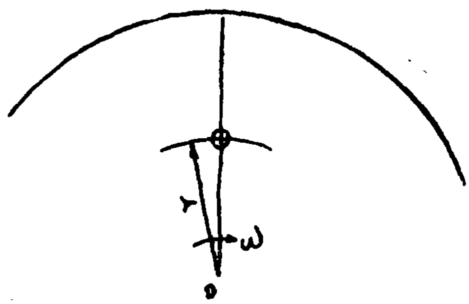

图 3

2）体积为V的尘粒受到的惯性离心力为：

$$m_S\omega^2 r=\rho_S V\omega^2 r \qquad 方向向外（-）$$

这里 ρ、ρ_S—流体、尘粒的密度。

3）当尘粒径向向外运动时，流体对尘粒的阻力为：（外力）

$$\zeta A\frac{\rho u_r^2}{2} \qquad 方向向内（+）$$

这里 ζ—阻力系数；

A—尘粒在运动途径（径向）上的投影面积；

u_r—尘粒的径向相对运动速度（即离心沉降速度）。

$\therefore$ 在径向，尘粒受到的合力为：

$$\Sigma F=V\rho\omega^2 r-\rho_S V\omega^2 r+\zeta A\frac{\rho u_r^2}{2}$$

式中，第一项为合力，第二项为压力梯度提供的向心力，第三项为惯性离心力，第四项为阻力。

根据非惯性系中牛顿第二定律：

$\Sigma F=m_s a_r$，　假设 a_r 很小，（$a_r\cong 0$），

则得 $$\rho V\omega^2 r-V\rho_s\omega^2 r+\zeta A\frac{u_r^2}{2}\doteq 0$$

对于球形尘粒，$V=\frac{\pi}{6}d^3$，　$A=\frac{\pi}{4}d^2$

而 $$u_T=\omega r$$

$$\therefore \quad \frac{\pi}{6}d^3(\rho_s-\rho)\frac{u_T^2}{\gamma}=\zeta\left(\frac{\pi}{4}d^2\right)\cdot\frac{1}{2}\rho u_r^2$$

于是得到 $u_r = \sqrt{\dfrac{4d(\rho_s - \rho)}{3\zeta\rho} \cdot \dfrac{u_T^2}{r}}$

五、离心机内的液面形状分析

当离心机内液体作旋转运动时，取出液面上任意流体质点，分析其受力情况：设液体与转鼓一起以某角速度 ω旋转，液面上方压力为p_0，转鼓半径为R。

仍袭用前述的压力梯度与惯性离心力 的概念，在 ω＝常数的非惯性系中，在h高度处取一液体薄层，由于径向存在压力梯度， 其作用力与惯性离心力平衡，必有：

$$\int_{p_0}^{p_R} \frac{dp}{\rho} - \int_r^R \omega^2 r dr = 0$$

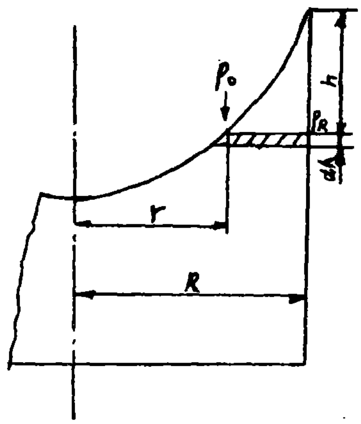

图4

积分得： $\dfrac{p_R - p_0}{\rho} = \dfrac{\omega^2}{2}(R^2 - r^2)$

由液体静力学可知：$p_R = p_0 + \rho gh$，

即 $\dfrac{p_R - p_0}{\rho} = gh$ 于是得到：$gh = \dfrac{\omega^2}{2}(R^2 - r^2)$— 此为表示液面曲面上任意点r与h的关系，即液面形状曲线公式。

上述处理方法有如下几个优点：

（1）有利于阐述清楚惯性离心力的概念和有关公式；

（2）指出了压力梯度作为向心力，以及它和惯性离心力的关系，有助于理解过程的实质；

（3）运用力学观点统一处理这部分内容，加强了内容间的连贯性；

（4）加强了化工原理与物理、力学等课程间的前后联系。这样可以充分吸收基础学 科中的比较严密和完整的一些观点和方法来处理化工原理教材，是理论联系实际的一个方面，也应当是教材改革的一个方向。

参　考　文　献

[1]上海化工学院等编：《化学工程》，化学工业出版社，1980.

[2]张洪源等编：《化工过程及设备》，高等教育出版社，1956.

[3]陈敏恒等编：《化工原理》，化学工业出版社，1985.

[4]J. M. Coulson and J. F. Richardson，《Chemical Engineering》Vol.I，3rd. ed. Pergamon Press，1977.

[5]J. Geankoplis《Transport Processes and Unit Operations》，1978.

Some Analyses on the Circular Motion in the Chemical Engineering Equipments

Lu MeiJuam

(Department of Chemical Engineering)

Abstract

By using uniquely the Newton's Second Law relaive to the noninertial frame, the circular motion of fluid and the movement of the Particals in the flow field in the chemical engineering equipments Such as centrifugal Pumps, cyclones and centrifuges are discussed and analyzed. A Clear explanation on the technical term "Centrifugal Inertia Force "are also given。

Key wroJs: Equipments; Fluid flow; Inertia cenfrifugal force

（上接88页）

致于采用什么方法来编写电路的状态方程，则视具体电路而定。一般在编写方程的过程中出现的非状态变量不多时，则可采取消去非状态变量的方法。

参考文献

〔1〕 E、S、Kuh. C.A.Desoer L.O.Chua Linear and Nonlinear Circuit
〔2〕 C.A.狄苏尔 葛守仁著 林争辉主译 《基本电路理论》
〔3〕 邱关源 《电路》 修订本
〔4〕 李国吉 《等值电路法列写线性网络的状态方程》
〔5〕 温郑铨 《列写线性定常网络状态方程消去非状态变量的辅助电路》

A Simple Method for Writing the State Equations of Circuits

Sheng Guan hua

(Depaitment of Electrical Engineering)

Abstract

Superposition theorem and Substitution theorem are used to Write the state equations for linear and non—linear circuits, then complex programs for elimination of non—state variables can be avoided and the state equations are written quickly and accurately.

Key words: linear circuit, equation of states, Substitution theorem Superposition theorem